TRATTATO ARITMETICO

DI GIVSEPPE MARIA FIGATELLI

Nel quale con ſomma breuità, e chiarezza ſi contiene quanto di bello, e di buono ſi troua ſparſo per gli Autori, e quanto ſi poſſa deſiderare, per ſapere maneggiare il numero non ſolo nelle quantità rationali, e per le Regole Mercanteſche: mà nelle quantità irrationali ancora, pertinenti alla ſcienza maggiore del numero.

DIVISA IN DVE PARTI.

Opera vtiliſſima non ſolo à Mercanti, e à chi deſidera d'imparare; mà à Maeſtri ancora; poiche leggendo qu[illegible] Libro, di giorno in giorno poſſono con preſtezz[illegible] imparare, ò metterſi à memoria quello, che vogliono ad altri inſegnare.

In queſta Quinta Impreſſione aggiontoui l'Algebra.

IN VENETIA, M.DC.XCIX.
Appreſſo Antonio Bortoli.
Con Licenza de' Superiori, e Priuilegio.

AL LETTORE·

Auendo creato il Sommo Iddio tutte le coſe ſotto la legge d'vna preſcritta quantità: di quì è, che li Filoſofi entrati à diſcutere eſſa quantità diſſero, che, Quantitas eſt ſecundum quam aliquid dicitur quantum, *Ouero che,* Quantitas eſt accidens intrinſecum ipſius ſubſtantiæ corporeæ, à qua nullatenus ſeparari poteſt. *E benche queſta quantità (quanto alla diffinitione) ſia vnica: nondimeno da eſſa (quaſi da radice) ne inſorgono due rami, ſopra de' quali, (come baſe fondamentale) s'appoggiano le due principali ſcienze frà le Matematiche diſcipline: poiche ſecondo li medeſimi Filoſofi ogni quantità, ò ch'ella è continua, ò diſcreta: La quantità continua,* eſt cuius partes in eodem ſubiecto continentur: *nè altro cõſidera, che la grandezza delle coſe, in quanto che ſono denominate dalla ſola Vnità: mà la quantità diſcreta* eſt cuius partes ſimul eſſe non poſſunt in eodem ſubiecto: *e queſta conſiſte nella moltitudine delle coſe, conſiderate in quanto ſono più d'vna. La quantità diſcreta hà termine nel ſuo infimo eſſere; perche cominciando dall'vno. (Il men del quale è il niente) col creſcere, s'auanza in infinito: ma la quantità continua hà termini nel ſuo maggior eſſere:*

e nel decreſcere ſi rende infinita: poiche ciaſcuna coſa corporea ſi può diuidere in due parti; in trè; in quattro; e così in infinito. Saltem ſpeculatiuè. *Et ecco, che da queſto accidente, e diſtintione di quantità ne ſaltano in piedi l'Aritmetica, e la Geometria. Scienze tanto honoreuoli, e tanto neceſſarie à gl'intereſſi; & à negotij humani. L'Aritmetica deriua, & hà per oggetto la quantità diſcreta: ma la Geometria dipende dalla quantità continua. E però non è marauiglia; ſe queſte due Scienze, come buone ſorelle, e deriuanti da vn medeſimo principio, (quale è la quantità in genere) caminino molto d'accordo; e s'aiutino l'vna all'altra: poiche in certi particolari, per farſi bene intendere l'Aritmetica, fà ricorſo alle demoſtrationi Geometriche: e la Geometria mai ſi ſcoſta dall'Aritmetica: perche eſſa è quella che denomina le di lei parti, e proportioni: e con le ſue operationi dà la quantità delle linee, ſuperficie, e de' corpi: delle diſtanze, altezze, e profondità. E per ciò meritamente da tutti li Sapienti all'Aritmetica ſi dà il primo luogo frà le ſcienze Matematiche.*

Di quanta eccellenza ſia queſta ſcienza, chiaramẽte da queſto ſi può comprendere, ch'ella s'intromette, & hà parte in tutte le Scienze, & in tutte le Arti, & in tutti li negottij, &c. Anzi è tanto conaturalizata nell'huomo, che per ciò ſi chiama rationale, & è differente dalle beſtie, (Al dire di Platone) perche l'huomo sà

far

far conto e le bestie nò. Nè mi marauiglio: perche se l'huomo (à differenza delle bestie) si diffinisse Animal rationale. *E questo adietiuo* Rationale, *deriuando dal verbo* Ratiocinor, *che stà per far conti. Adunque ben disse Platone, &c.*

Quanto poi sia stata stimata da nostri Antichi l'Aritmetica, lo dichiarano li grossi Volumi da essi composti. L'esprimono le molte Regole inuentate, che tanto facilitano non solo li negotij mercanteschi, e commercij humani: mà che anco dilettano oltramodo l'intelletto nostro: quale Deletatur veritate. *Mà in questi nostri tempi, ne' quali per lo più la giouentù, ò marcisse nell'ozio, ò passa gli anni in frascherie mõdane, à pena si troua chi di essa n'habbia sentore, ò almen poco. E da questo sapere poco, ne viene anco il curarsene poco: poiche essendo l'huomo stato creato da Dio capace d'apprendere, e di sapere: quanto più sà, tanto maggior sete gli viene di sapere: e quanto più difficile è la cosa da capirsi; tanto maggior diletto apporta la di lei cognitione all'intelletto. E certo, la scienza del numero è tanto gustosa per sè stessa, à chi la possiede bene; che se non per altro, per questo solamente doueria esser da gli huomini praticata, e stimata.*

Mà perche può essere, che molti, (benche d'acuto ingegno) non si diano à questi Studj d'Aritmetica, ò per non hauere commodità di comprarsi Volumi grossi; ò perche si perdino d'-

animo ; nè pensino di poter cauare dal molto dire (che per lo più confonde la mente) la sostanza della cosa pretesa, ò pure perche s'infastidiscono dal solo ricordarsi, che per apprendere tal scienza, bisogna voltar tante carte, &c. Mi son indotto (pregato da molti amici) à lasciar stampare vn Ristretto d' Aritmetica, che manuscritto lasciò alla Casa Lorenzo Figatelli (mio Cugino carnale) quando si fece Religioso. Di questo Ristretto mi son seruito assai per imparar questa scienza in quei primi Anni appunto, che l'huomo comincia ad esser ragioneuole infatti. Fatto poi grande : più volte son stato fauorito dal Padre della viua voce sì in questo particolare d' Aritemetica, come d'altre Scienze Matematiche, delle quali vniuersalmente assai se ne diletta.

Confesso la verità, che mai hebbi intentione di far stampare questo Libretto: poiche, quasi piccol Stella, paragonato al lucidissimo Sole di tanti dottissimi, & eruditissimi Autori, che hanno scritto di tal materia, non può se non affatto restar oscurato; sottoposto à quel tramonto dalli Astronomi detto Eliaco. Et è, quando, che al nascer del Sole spariscono le Stelle: mà come tesoro, (à me sommamente grato) volontieri lo conseruauo appresso di me: hauendo in esso le materie in pronto con vn ordine, chiarezza, e modo di dire non ordinario. Tuttauia perche in questo Libretto stà compilato quanto di bello, e di buono si possa desiderare: spettante non solo

all'-

all'Arte negotiatoria, e Mercantesca: ma anche pertinenti alla Scienza maggiore del numero: che consiste nel sapere maneggiare le quantità irrationali, o sorde, che si chiamino, anco volontieri per vtilità commune lo lascio dare in luce da chi gratis *lo stampa: acciò dalla breuità allettata la fiacchezza humana, scuota da sè la prigritia, e si muoua ad intraprendere vn poco di fatica, per imparare vna scienza tanto nobile, diletteuole, vtile, e degna.*

Vero è, che in questo mio Ristretto non pretendo d'insegnare li primi erudimenti, quali senza la voce d'vn Maestro è quasi impossibile l'impararli da sè: & in questi ci vorria longo parlare. Nè meno mi son curato di moltiplicar Quesiti: mà per ciascuna Regola mi contẽto di quei soli, che alla pratica possono occorrere, e seruire; poiche intesi bene i loro fondamenti; ogn'vno da sè può farsi strada, & accommodarsi li quesiti nelle mani.

Supposto adunque, ch'vno sia vn poco disgrossato, & habbia qualche talento, studiando questo Libro, prestissimo si può far eccellente in materia del numero. Ben è vero, che nel studiarlo, non bisogna dar vna beccata in quà, & vna beccata in là; che questo è il vero modo per non imparar mai; mà da principio al fine il legga, e rilegga; perche se bene da principio l'intelletto s'intoppasse in qualche difficoltà, col proseguire auanti acquistarà maggior lume; e da sè con vn poco di tempo la verità cercata entra

(mentre si dorme) nella mente.

Vn altro Libretto mi trouo hauere composto dall'istesso parente, intitolato Memoriale Geometrico, nel quale (non ostante che non sia nè anche la metà di questo) si contiene quanto si può desiderare, per saper misurare ogni data quantità continua, lineale, superficiale, e corporea. Per trasmutar corpi. Diuidere superficie. Sapere le Altezze, distanze, &c. con altre gallantariole: e di ragione doueria esser vnito con questo: mà per le molte figure, che porta l'operetta: e per essere io molto impiegato al presente in altro, per hora non può lasciarsi vedere: con tutto che sia più vtile al publico, e più desiderato di questo d'Aritmetica. In tanto si degni il Lettore di gradire queste mie poche fatiche: e se di gusto, ò d'vtile le riusciranno, ne dia gloria al Sommo Iddio; quale essendo fonte d'eterna sapienza (quasi per tanti riuoli) si degna di participarla al Mondo per mezo della mente de gli huomini; ne' quali habitando per gratia; in essi sta illuminandoli, ammaestrandoli, insegnandoli, &c. E perche in questa prefatione s'è parlato di quantità continua, e discreta; procuri ogni vno di rendersi continuo, e mantenendo in sè tutte le sue parti, osserui fedelmente quanto hà promesso à Dio nel Sacro Battesimo; si rendi anco discreto nell'acquisto di quelle virtù, che rendendo l'huomo felice in questo Mondo, Beato lo consegnano all'eternità. Che à tutti lo concedi. Qui est benedictus Deus in secula. *VALE.*

PAR-

PARTE PRIMA

Nella quale si tratta della quantità rationale per tutte le Regole Mercantesche.

CHE COSA SIA ARITMETICA,

Dell'Vnità. Del Numero. E sua diuisione.

CAP. I.

Che cosa sia Aritmetica.

L'Aritmetica (prima scienza frà le Matematiche discipline) è vna scienza di quantità discreta, cioè numerabile secondo sè: poiche il tutto consiste in numerare, raccogliere, radoppiare, sottraere, e diuidere, &c. Alcuni la chiamano scienza del Creatore, e delle Creature. *Omnia in mensura, & numero, & pondere posuisti. Sap. 11. 21.*

L'Aritmetica altra è teorica, ò speculatiua, che con la mente considera le cause, le qualità, le quantità, e le proprietà de' numeri, & altra è pratica, che consiste nell'atto del calcolare.

Dell' Vnità.

L'Vnità è quella, dalla quale ciascuna cosa materiale è detta vna, ò vno. Anzi quest'Vnità è tanto famigliare alla natura, che anco l'vsa nella moltitudine. Laonde si dice vna dozzina: Vn trentesimo: Vn centenaro, &c. Vna quantità. Vn esercito, &c. Anzi

l'Vnità istessa diuisa, ritiene il nome d'Vnità; che perciò si dice vn mezo, vn terzo, vn quinto, e così in infinito.

Questa Vnità è diuersamente intesa dal Naturale, di quello l'intende il Matematico: perche il Naturale considera le cose tanto secondo l'essere, quanto secondo la ragione, congionte con qualche meteria sensibile: Laonde con l'Vnità sempre nomina la materia, come suo material soggetto: dicendo, vna Botte di Vino, vn Moggio di Terra, &c. Mà il Matematico, se bene le considera (come il Naturale) congionte, e secondo l'essere di tal materia sensibile; ad ogni modo le considera poi e le piglia, come astratte da tal materia sensibile, secondo la ragione: e questa Vnità Matematica è quasi simile al punto Geometrico indiuisibile.

Del Numero.

IL Numero non è altro, che vna moltitudine, composta di molte Vnità: circa il quale milita parimente la distintione, ò differenza, detta dell' Vnità; cioè naturale, e Matematica. Per esempio 25; è vinticinq; volte vno, &c. Vi sono trè sorti di numeri, e non più. Il primo è detto numero numerante. Questo è l'Anima nostra, che col cuore, con la bocca, e con la lingua numera le cose. Il secondo si chiama numero numerato; & è la cosa numerata, e però si chiama numero naturale. Et il terzo si chiama numero numerabile, il qual consiste nell'vso, e nell'atto del numerare le cose di quantità discreta; cominciando da vno, e procedendo in infinito. Dal che ne nascono cinque generationi di numeri; cioè Numero semplice, Decine, Centinaia, Milliaia, e Millioni. E così col mezo delle Milliaia, e delli Millioni si procede in infinito,

IL Numero si diuide in trè spetie. Tutti li numeri, che sono manco di dieci, si chiamano digiti, ouero numeri semplici. Tutti li dieci precisi, e precisamente composti di dieci, come 10. 20. 30, &c. 100. &c. 1000. 20000. &c. si chiamino Articoli. Tutti gli altri numeri poi, che si trouano frà due Articoli prossimi, si chiamano numeri composti, ouero misti, perche sono composti d'vn digito, e d'vn Articolo, come sono 11. 12. 13. &c. 21. 25. &c. 109. e così successiuamente in infinito.

SPETIE, E MANEGGIO Dell' Algorismo.

CAP. II.

L'Aritmetica pratica compendiosamente fù data in luce da vn Filosofo detto Algo: e per questo fù chiamata Algorismo, ouero Algoritmo. Le spetie del quale sono sette, e si chiamano anco Atti, ouero Passioni del numero, cioè, Numerare, Sommare, Sottrare, Moltiplicare, Partire, Progessioni, & estratione di Radice.

DEL NUMERARE.

IL primo Atto dell'Aritmetica pratica, detto Numeratione, consiste in sapere rappresentare con qualche sorte di Caratteri, ouer figure ogni qualità di Numero. Il che si fà al presente con queste dieci 1.2.3. 4.5. 6.7.8.9.0. E perche anticamente li Romani numerauano per mezo delle lettere dell'Alfabetto; & in quei tempi s'vsauano certe abbreuiature, e colocauano li caratteri diuersamente da noi: quì sotto le noto; acciò occorrendo il caso (come si vede in certe Antichità) l'esperto Aritmetico si possi far valere.

Cin-

A. B. C. D.
Cinquecento. Trecento. Cento. Cinquecento.
E. F. G.
Ducentocinquanta. Quaranta. Quattrocento.
H. I. K L
Ducento. Vno. Cinquantauno. Cinquanta.
M. N. O. P. Q.
Mille. Nouanta. Vndeci. Quatrocento. Cinquecento.
R. S. T. V. X.
Ottanta. Settanta. Centofeſſanta. Cinque. Dieci.
Y. Z.
Centocinquanta. Duemilla.

Alcuni vogliono, che la lettera I. inanzi a due, ouero dicine ſignifichi cento.

IXXVI. IIXXXVIII.
Centouintiſei. Ducentotrentaotto.

Dicono parimente, che queſta lineeta —— ſopra a qual ſi voglia lettera, ſignifichi tante milliaia, quante ne rappreſenta la lettera, ſopra la quale è poſta. Si che, ſe ſarà ſopra l'$\overline{I}$. ſignificarà mille; Se ſarà ſopra il $\overline{V}$. ſignificarà cinquemilla; Sopra il $\overline{X}$. diecimila, e ſopra il $\overline{C}$. Centomilla, &c.

Hora mò, frà tutte le ſudette lettere, e antichità, ſette ſolamente ſono reſtate in vſo: Cioè.

I. V. X. L. C.
Vno. Cinque. Dieci. Cinquanta. Cento.
D. M
Cinquecento. Mille.

Queſte lettere ſi ſogliono abbreuiare (come ſiegue) per rappreſentare minor numero di figure. Il che ſi fà con anteporre vna lettera di minor ſignificatione, così

IV. IX. XL. XC.
Quattro. Noue. Quaranta. Nouanta.
CM.
Nouecento; e così di molte altre.

Finalmente s'vſa anco queſt'altra ſorte d'abbreuiatura;

ra ; ponendo il C, e l'M, sopra il numero delle centenaia, ò milliaia, come siegue.

C. C. M.
IIII. VIII. VI. e così nel resto.
Quattrocento. Ottocento. Seimilla.

Mà per tornare alla nostra propositione. Se s'haueſſe da numerare vna quantità grande di figure, bisogna distinguerle in membri con punti di tre, in tre: ciascun de quali contiene numero, decina, e centinai, (eccetto l'vltimo, che resta con quello, che accade: sia mò vna, due, ò trè figure) Dipoi sopra la prima figura di ciascun membro disparo (eccetto il primo membro) si nota successiuamente 1.2.3. e quanto ricercarà la quantità delle figure da numerarsi. E si come li numeri infimi si pronunciano con numero, decine, e centinaia; così ancora si hanno da pronunciare li millioni; con aggiongerui solamente quella parola millioni tante volte; quanto ricerca il numero posto sopra li sudetti membri. Quanto poi a membri pari, che non hanno sopra numero alcuno, si pronunciano ancor loro col termine di numero; decina; & centinaia: non semplicemente di millioni; mà di milla millioni; tante volte però solamente quanto ricerca la figura, posta sopra il membro più vicino à man dritta: eccettuandone però il secondo membro (primo de membri pari) che per esser prima di qual si voglia millione, si pronuncia solamente col termine di numero, decine, e centenaia di milliaia, & il primo membro si pronuncia solamente col termine di numero, decine, e centinaia. Il che si fà chiaro, così.

3 2 1

26.423. 570.640. 325.489. 225.

Adunque queste vinti figure, disposte, & ordinate, (come di sopra) si numerano così. Vintisei millioni, di millioni, di millioni. Quattrocento vintitrè milla mil-

millioni, di millioni; e cinquecento settanta millioni di millioni. Seicento quaranta milla millioni: e trecento vinticinque millioni. Quattrocento ottanta noue milla; e ducento vinticinque. (Che, se fossero gradi di gratia; Beati.)

DEL SOMMARE.

IL secondo atto dell'Aritmetica pratica si chiama Sommare; compositione; ouero raccogliere: perche non consiste in altro, che vnire insieme più numeri, ò figure. Tutto il punto di questo negotio consiste in colocare i numeri sotto li numeri; le decine sotto le decine; le centenaia sotto le centenaia, &c. e se vi sono minutie diuerse; colocate ciascuna nel proprio luogo. La prima figura à man dritta significa numero; la seconda significa decina, la terza centenaia, e la quarta milliaia &c.

La proua del sommare si fà col cauare li 9. per ciascuna filla di numeri lateralmente: trasportando di filla in filla il soprauanzo di tutti li 9. e finita l'estratione si tiene da banda l'vltimo auanzo: di poi si cauano tutti li 9. dalla somma: la quale sarà ben fatta, lasciarà sopra li 9. vn numero, simile al già messo da banda. Mà perche questa proua alle volte può fallare, è meglio tornare à sommare, (escludendo la filla superiore,) e fatta la somma sottrare questa dalla prima, perche se l'operatione sarà ben fatta, lasciarà li numeri della prima filla del sommare: come si vede quì sotto.

Lir.

Lir. 2750 sol. 15 din. 11
79 —— 7 —— 3
264 —— 0 —— 7
6 —— 18 —— 9
————————
Lir. 3101 sol. 2 din. 6.
350 sol. 6 din. 7.
————————
Lir. 2750 sol. 15 din. 11

Lir. 120
200 o)(o
139
——
549

Questa somma è falsa: e pure la proua batte bene; e però è più sicura l'altra. Se bene è quasi impossibile far sì grossi errori, se non da ignorantissimi. Quando si hauessero d'assumere gran quantità di partite, se ne possono fare trè, ò quattro classe, e poi assumere di nuouo la somma di tutte le classe.

DEL SOTTRARE.

LA Sottrazione (terzo atto dell'Aritmetica Pratica) non è altro, che saper trouare la differenza frà due proposti numeri; cioè, sapere quanto il maggior numero ecceda, ò superi il minore. E per ciò fare; sempre si coloca nella prima filla il numero maggiore. Questo solo si deue auuertire nelli sottrari di qualità differenti; che non potendo sottrare, ò cauare (per esempio) vn numero maggiore dal minore ne' Danari; si piglia impresto vn Soldo dalla filla de' Soldi superiori, e conuertito in Denari, s'vniscono con gli altri Denari superiori; e poi si fà la sottratione; e quel Soldo, leuato alla filla superiore, s'aggionge alla filla de' Soldi inferiore; e poi si fà la sottratione de' Soldi; come se dalla filla superiore, non si fosse leuato quel Soldo. Quest'ordine si tiene nel sottrare qual si voglia cosa, che sempre si conuerte vna vnità precedente nella natura di quelle, che attualmente si fà l'estrattione Si che la Lira, si conuerte in Soldi: il Soldo in Denari. Il peso in Libra; la Libra in Oncie. La Pertica in piedi; il Piede in Oncie; & così del resto. La miglior proua del Sottrare è questa. Si som-

sommano, ouero s'vnifcono infieme il numero da eſſer ſottrato, & il numero reſtato; e ſe ſarà fatta bene l'operatione; riuſcirà giuſtiſſimamente il numero, dal quale ſi fece la ſottratione: come ſi vede in queſto eſempio.

Pietro deue hauere da Giouanni Lir. 548 ſol. 10 d. 2
Num. da farſi la ſottratione.

Giouanni n'hà dato à buon conto Lir. 275 ſol. 17 d. 8
Num. da Sottrarſi.

Quanto reſta debitore Giouanni? ————————

Giouanni reſta debitore. Lir. 272 ſol. 12 d. 6
Reſto.

Lir. 548 ſol. 10 d. 2

Proua inſegnata.

DEL MOLTIPLICARE.

LA quarta attione dell'Aritmetica pratica è chiamata Moltiplicare. Il che conſiſte in fare, che vn numero propoſto diuenghi tante volte maggiore: quanti ſono li numeri, per li quali ſi hà da moltiplicare Il numero Maggiore ſi mette ſempre di ſopra, & il minore di ſotto: perche non ſaria bel ſentire s'vno diceſſe; Voglio moltiplicare tre per noue; mà ſi dice, noue per tre.

Quando occorre di moltiplicare qual ſi voglia numero per vn numero digito, articolo, ò altro numero cõpoſto, che ſi ſappi ben alla mente; ſi moltiplica tutto in vna ſol volta in numero moltiplicatore con ciaſcuna figura del numero da moltiplicarſi, e tal moltiplicare ſi chiama moltiplicare per diſcoro, ò per Colonna. Come ſi vede in queſti due eſempij.

```
                2
470216   3 ‾|‾ 3
     6   6    6
-------------
2821296

                8
 57140   6 ‾|‾ 6
    12   3
-------------
685680
```

Quan-

Quanto poi al moltiplicare per Scacchiero, ò Baricocolo(modo usitatissimo, e commune si fà col moltiplicare tutto il numero di sopra per ciascuna figura di sotto, auertendo, nel collocare li Prodotti a ritirarsi sempre vn numero indietro per ciascuna fila: Cominciando però sempre la moltiplicatione dalla prima figura verso man dritta. Fatta la multiplicatione, si sommano insieme tutti li Prodotti: e si fa la sua proua; come di sotto si dirà.

5780	*Numero da moltiplicarsi.*	
327	*Numero moltiplicante.*	
40460		2
11560		6 | 6
17340		1
		3
1890060	*Prodotto.*	

Ogni uolta, che si uoglia moltiplicare per dieci vn num. di figure proposte basta aggiungerui vn o. Se per cẽto, due oo. se per mille, tre ooo. e sarà moltiplicato.

Parimente occorrendo, che tanto nel numero di sopra, quanto in quello di sotto vi fossero uno, ouero più oo vnitamente a man dritta, moltiplicansi insieme le figure significatiue, e poi s'aggiongono al Prodotto tutti li zeri di sopra, e di sotto, come si vede in questi esempi: e ne 'quali basta à moltiplicare il 3. il 7. e l' 11. con le figure significatiue di sopra, e poi aggiũgerui li zeri.

450	0	254		784	
300	0 | 0	70	2	110	1
	1		5 | 5		2 | 2
135000	3	17780	1	86240	1
			7		2

La proua si fà così. Si leuano tutti li 9. dal numero moltiplicãdo, (cioè di sopra) & il soprapiù si colloca sopra la Croce. Dipoi cauati li 9. dal numero, per il quale si moltiplica (cioè di sotto) il residuo si pone sotto la Croce. Terzo, si moltiplicano insieme questi due sopra auanzi: e dal Prodotto cauatone li 9. il restante si mette

a man ſiniſtra della Croce. Finalmente cauando tutti li 9. da tutta la ſomma del moltiplicare (che ſi chiama Prodotto) ſe l'operazione ſarà fatta bene, il ſopra auanzo deue eſſer ſimile à quello, poſto à man manca della Croce: E ſe ſta bene: ſi mette a man dritta d'eſſa. Queſto ſia ricordo, che ogni volta, che il numero è manco di 9. quel numero medeſimo ſerue per collocarlo nella Croce, (però al ſuo luogo.)

Del Moltiplicare per Ripiego.

NOn ſi deue Partire in pratica dalli due predetti modi di moltiplicare: pure per curioſità ne toccarò di paſſaggio alcuni altri. Ripiego d'vn numero non è altro, che due numeri, i quali moltiplicati inſieme, facciano il numero, del quale eſſi ſono ripiego. Per eſempio il 2. & il 4. ſono ripiego di 8. perche 2. via 4. fanno 8. Di 12. e ripiego 2.6. & anco 3. e 4. Di 24. ſono ripiego 2. e 12. 3. e 8. 4. e 6. Di 48. ſono ripiego 2. e 24. ouero 3. e 16. ò pure 4. e 12. & anco 6. e 8. e così molti altri numeri poſſono hauere più, ò meno ripieghi. Altri numeri poi non hanno ripiego: come il 13. 17. 19. 23. 29. 31. & altri infiniti numeri. Adunque per ripiego ſi moltiplica così. Voglio moltiplicare 420. per 48. poſſo moltiplicare il 420. per 6. ò per 8. prima: e quel che ne riſulta rimoltiplicarlo, ò per 8. prima, e poi per 6. (Tanto riuſcirà per qual ſi voglia ripiego del 48.) e di qual ſi voglia numero. Per eſempio: Moltiplico il propoſto 420. per 8. e mi dà 3360. Moltiplico di nuouo queſto 3360. per 6. e mi dà 20160. E tanto daria il 420. moltiplicato per 48. in vn ſol colpo.

Del Moltiplicare per Croſetta.

QVeſto Moltiplicar per Croſetta è il più ingegnoſo; ma anco il più laborioſo modo, che ſia ſtato inuentato: perche il prodotto di tal moltiplicare, ſi concludecon vna ſola linea di figure, (a guiſa del moltiplicare per colonna) ma ci vuole gran memoria. Se le figure da moltiplicarſi ſono ſolamente due, cioè numero

e decine, l'operatione non è molto difficile: ma di trè, di quattro, &c. è laboriosissima. Ora veniamo alle curte,

5 2
1 1 *Proua* 7 7 7
4 6 1

2 3 9 2

Habbiasi da moltiplicare 52. per 46. Con trè operationi, ò Prodotti s'hauerà l'intento così. Primieramente si moltiplicano insieme le due figure semplici 2. e 6. il cui Prodotto è 12. si colloca il 2. e si porta una decina. Per secõda operazione; si moltiplicano in croce li numeri digiti con le decine: li Prodotti de' quali saranno per vn verso 30. e per l'altro 8. che vniti insieme faranno 38. e con la decina portata 39. Si coloca il 9. e si portano le 3. Centinaia. Ma perche non vi sono altre figure, per terza operatione si multiplicano insieme le decine, & al Prodotto 20. aggiondendoui le 3 Centinaia portate: s'haueranno poi 23, da collocarsi con gli altri due Prodotti. Si che a moltiplicare 52 per 46, ne vengono 2392.

Se le figure saranno trè: l'operatione si fà con cinque Prodotti. Primo. Si moltiplicano insieme le vnità, ò numeri semplici, Secondo. Si moltiplicano in croce le vnità con le decine: come s'è fatto nell'esempio precedente. Terzo. Si moltiplicano in croce le vnità con

le Centinaia; che per vn verso daranno 20, e per l'altro 18, li Prodotti vniti insieme: & alla somma aggiongendoui il Prodotto delle decine insieme (cioè 10) & il 4 portato, in tutto s'hauerà 52. Si coloca il 2., e si porta il 5. (Adesso mò le vnità sono fuori di ballo.) Per quarta operatione, si moltiplicano in Croce le decine, con le centinai: che per vn verso danno 15., e per l'altro 8. quali Prodotti vniti insieme, & alla somma aggiongendoui li 5., portati; s'hauerà in tutto 28: si coloca l'8, e si porta il 2. Finalmente moltiplicando insieme le centinaia; & al Prodotto aggiuntoui il 2, portato; s'hauerà 14, & è finita l'operatione. Si che à moltiplicare 456 per 325, il Prodotto è 148200. (Già hò detto, che l'operatiene hà del scabroso; mà non bisogna perdersi d'animo) Per aiuto della memoria hò fatto quei punti sotto le figure del Prodotto di mano, in mano che si opera: e significano le decine, che si portano. Hò posto vn'esempio di quattro figure senza operatione da filosofarui sopra &c.

Del moltiplicare per Quadrilatere.

IL moltiplicare per Quadrilatero è assai bello; perche non s'hanno da portare decine; mà per ciascun quadretto si coloca ciascun prodotto. Fatta moltiplicatione; si sommano diametralmente intorno al Quadrilatero; che tanti campi deue hauere, quanti sono li numeri da moltiplicarsi. Due esempii pongo; vno contrario all'altro.

	4	5	6	7	
1	1 2	1 5	1 8	2 1	3
4	0 8	1 0	1 2	1 4	2
8	2 4	3 0	3 6	4 2	6
	8	8	4	2	

Prodotto. (left side and below)

4
818
2

	4	5	6	7	
	3	2	6		
	4 2	0 3	6 3	2 4	2
	8 0	0 1	2 1	4 1	4
	2 1	5 1	8 1	1 2	8
	1	4	8	8	

Prodotto. (right side and below)

863247
386139

21
72
1256
2454
063242
081827
09162407
48060918
1824120421
6436030636
244818021263

333333333333

Prima operatione.

8	7
3	9
72	21

Seconda operatione.

8 6	4 7
3 8	3 9
2454	1256

Questo modo di moltiplicar in forma di Piramide si vede nel fine di certi libretti d'Abacco, senza āmaestramento. Io hò trouato vn modo facilissimo, ed è questo. Si moltiplicano in croce le figure angulari. Per prima operatione se ne piglia vna per angolo. Per seconda operatione se ne pigliano due per angolo: poi se ne pi-

gliano 3. poi 4. poi 5. Vltimamente si moltiplicano tutte le figure insieme, come stanno; cioè numero con numero: decine, con decine &c. Ogni Prodotto si mette giù intiero, nè si porta via cosa alcuna; e ogni volta, che il Prodotto sia d'vna sol figura se l'aggionge di dietro vno: acciò ogni Prodotto caschì a suo luogo. Finalmente bisogna auuertire di non incaualcare, ò intẽscare le linee nel moltiplicare le figure in croce: ma tutte siano parrarelle. Per maggior intelligenza hò posto in disegno le due prime operationi, acciò facciano lume al resto.

Vn altro ammaestramento.

NEl fine dell'istesso Abbaco si troua scritto, che, chi sà moltiplicare Lire, Soldi, e Denari; per Lire, Soldi, e Denari, può francamente d'Abbaco parlare. Iui si troua vn'essempio: ma senza instruttione lo insegno il modo di garbo; ma notisi bene la forza, e sodezza del fondamento. E sappi, che non l'intenderai bene, fin che non habbi letto il Capitolo de rotti.

Vn soldo è $\frac{1}{20}$ di Lira Vn denaro è parimente $\frac{1}{240}$ di Lira: siche a moltiplicare Soldi con Soldi, è come à multiplicare 20. esimi, con 20. esimi. E à moltiplicare Denari con denari è come à moltiplicare 240. esimi, con 240. esimi. Attento A moltiplicar mò $\frac{1}{20}$ con $\frac{1}{20}$ ne viene $\frac{1}{400}$, e à moltiplicare $\frac{1}{240}$ con $\frac{1}{240}$ ne viene $\frac{1}{57600}$. Adunque moltiplicando Soldi con Soldi, il Prodotto si parte per 400. E moltiplicando Denari con Denari il Prodotto si parte per 57.600. e così il Quotiente dell'vno dell'altro saranno Lire; Se auanza qualche cosa; se ne cauano Soldi, e Denari, moltiplicando al solito per 20. il primo auanzo, e per 12. il secondo auanzo; e partendo per il commun Diuisore. Alla pratica.

A moltiplicar Lir.4. — 5 — 6
Per Lir.3. — 10. — 8 Fà Lir.15. — 2 — 1

Il modo piano è questo. Si conuerte ogni cosa in Dena-

nari, quali moltiplicati insieme il Prodotto si parte per 57. 600. & s'opera come sopra.

Secondo modo. Ponganſi le quantità da moltiplicarſi inſieme in forma di rotto, e ſtaranno così. Lir. $\frac{4}{1}$ $\frac{5}{20}$ $\frac{6}{12}$ & Lir $\frac{3}{1}$ $\frac{10}{20}$ $\frac{8}{12}$ Di poi ciaſcuna quantità s'infilzi & hauerai per la prima $\frac{1026}{240}$ che riſultano Denari: & per la ſeconda haverai $\frac{848}{240}$ che pur riſultano Denari. Moltiplica mò inſieme queſti due rotti ſecōdo la Regola a ſuo luogo inſegnata: e come per l'altro modo, hauerai Lir. 15.2.1 $\frac{1}{5}$ Anzi queſto modo s'incontra col primo, perche con quell'infilzare ſi conuerte il tutto in Denari: Ma in queſto ſecondo modo, ſi vede, il perche s'abbia da partire il prodotto de' Denari con Denari per 57. 600.

Per vn'altro modo più maeſtrale, mà laborioſo, ſi può riſoluere il queſito, laſciando ciaſcun termine nel ſuo eſſere. Ma prima biſogna ſapere che

A moltiplicar Lire con Lire, ſi producono Lire.

A moltiplicar Soldi con Lire, ſi producono 20. *eſimi di Lira.*

A moltiplicar Soldi con Soldi, ſi producono 400. *eſimi di Lira.*

A moltiplicar Denari con Lire, ſi producono 240. *eſimi di Lira.*

A moltiplicar Denari con Soldi, ſi producono 4800. *eſimi di Lira.*

A moltiplicar Denari con Denari, ſi producono 57. 600. *eſimi di Lira.* A noi.

Lir. 4		5		6	Si moltiplica come ſi fà con
Lir. 3		10		8	Pertiche, Piedi, & Oncie.

Lir. 12. $\frac{55}{20}$ $\frac{50}{400}$ $\frac{50}{240}$ $\frac{100}{480}$ $\frac{48}{57006}$.

Cauando gl'intieri, e ſchifando li rotti, s'haueranno *Lir.* 14. $\frac{3}{4}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{5}{24}$ $\frac{1}{48}$, e $\frac{1}{1200}$ quai rotti tutti ſono parte di Lira; e però ſommati inſieme fanno pur *Lir.* 15.2. 1. $\frac{1}{5}$ come per gli altri due modi, &c.

Del moltiplicar alla Fiorentina detto all'indietro.

Questo moltiplicare è tutto contrario al Baricocolo, perche si comincia a moltiplicare dalle figure di maggiore rappresentatione; e si tira da man manca verso man dritta di filla, in filla; come si vede in questo esempio; E per esser chiaro; poche parole.

```
                4
4567          6 1 6
4326            6
------------------------
18268
13701
 9134
 27402
------------------------
19756842
```

Del Moltiplicare Spezzato.

Questo moltiplicare si fà così: Proposto due numeri si diuide vn di loro in più parti, e poi ciascuna parte si moltiplica con l'intiero: Il che fatto, si somma ogni cosa insieme; ouero si diuidono tutti due li numeri, e poi ciascuna parte d'vno si moltiplicano per tutti gli altri, e poi si somma. Per esempio. Volendo moltiplicare 67. per 26. diuido 26. in 3.4.5.6.8. E poi opero così.

```
3 via 67 fà 201.
4 —67— 268
5 —67— 335
6 —67— 402
8 —67— 536
--------------
fanno   1742
```

```
  8
 ---
5 1 5
  4
```

Da vn 67 solo si caua il 9.

Altro esẽpio, *Diuido* 15 in 4.5.6. *Et* 12 in 2.4.6.

```
   6
0 1 0
  3
--------------
8. 16. 24.
10. 20. 30.
12. 24. 36.
--------------
30. 60. 90.
```

Tutti insieme sono 180

La proua di tutti questi moltiplicati è quella del 9. come si è insegnata di sopra.

DEL PARTIRE.

La quinta attione dell'Aritmetica pratica; si chiama Partire, che consiste il sapere diuidere ogni qualità ò quan-

ò quantità di numeri in due, ouer più parti eguali. Il che ſi fà in quattro modi; Il primo de quali ſi chiama il Partitore per Colonna, ò di Teſta. E queſto è quando il Partitore è d'una, ò di due figure, che ſi poſſiedono bene; perche con una ſola filla di numeri ſi sbriga l'operatione. Se il Partitore non capiſce nella prima, ò nelle due prime figure ſe ne pigliano due, ò trè: & il ſopra- uanzo s'vniſce alla figura ſeguente con titolo d'articolo, cioè di 10.20.30.40.50 60.70.80.90. ouero d'altro numero compoſto, ſecondo la qualità dell'auanzo, come ſi vede in queſti eſempij.

Partitore 7.	174230	7	*Partitore* 12.	756408	3	
Quotiente	24890	8 | 8	*Quotiente*	63034	3 | 3	
		5			7	

Del Partire per Battello, ouero per Galera.

IL partire per Batello, ò per Galera è ſtimato, e praticato d'alcuni: mà in fatti è laborioſo, e facile da sbagliare: poiche biſogna far à mente tutte l'operationi, che ſi fanno nel partire a Danda; e ſe naſce errore non ſi può conoſcere, ſe non ſi torna à fare nuoua operatione, per eſſere ſcancellate le figure: ſiche a me non piace. Si fà adunque così Suppoſto, che s'habbia da partire 32320. per 40. ſi mette il Partitore ſotto il 32320. come ſi vede nel ſeguente eſempio.

Se il 40. foſſe ſotto il 32. ſaria errore: per eſſer più il Diuiſore, che il 32. da partirſi. Si dice adunque così, 40 da 32. non ſi può cauare; quante volte entra mò nel 323. ſi troua che v'entra otto volte. Si mette da banda l'8. e poi

3
32320 | 808
40
 40
  40

biſogna con la mente multiplicare l'8. cō il 40. e quelche ne viene, ſottrarlo dal 323. e quel 3. che auanza, ſi coloca ſopra 3. che col 2. ſeguente dirà 32. Ciò fatto, ſi ſcancella il 323. & il 40, il qual 40 ſi porta ſotto il 32. E di nuouo ſi dice: Il 40. in 32. non ci può capire, e però

rò ſi fà o. nel Quotiente. Si ſcancella il 40, quale ſi porta ſotto il 23. e poi ſi dice. Il 40. in 320. c'entra 8. volte. Si fà con la mente la moltiplicatione dell'8. con il 40: e perche il Prodotto fà 320 non ci occorre ſottratione. O vedete, che imbroglio, &c.

Del Partire a Danda.

IL partire a Danda, porta vn poco più operatione del paſſato; mà è aſſai più facile. Propoſto adunque il precedēte eſsēpio, ſi fà così. Si mette da cāto il Partitore 40 e dall'altro canto l'8 Quotiente. Fatta la moltiplicatione, e ſottratione, reſta 3. al qual s'aggiōge il 2. E perche il 40 nō entra nel 32. ſi fà o. nel Quotiente. A queſto 32. s'aggiōge il o, e così nel 320 entra 8 volte il 40 Siche, fatta la moltiplicatione dell' 8. col 40, ſarà finita l'operatione O, gn'vno però ſeguiti il ſuo genio.

```
| 40 |    32320   | 808
          320
          ———
           320
           320
           ———
            4
          1 | 1
            7
```

In qual ſi voglia partire vi ſono alcuni auuiſi molto importanti Il primo è, che il Quotiente non ſi può eſſer mai più, che 9. e e bene in riſguardo alle prime figure, pareſſe che il Diuiſore poteſſe entrarui più: ad ogni modo in riſguardo all altre figure non c'entraria.

Secondo. Il numero, che ne riſulta dalla moltiplicatione del Quotiente col Diuiſore, non deue mai eſſere maggiore del numero, dal quale ſi cauò detto Quotiente; e ſe foſſe in tal caſo biſognaria calare il quotiente.

Terzo. Fatta la ſottratione, il numero che reſta, non deue mai ſuperare, nè eguagliare il Diuiſore, e ſe ciò foſſe, biſognaria alterare il Quotiente.

Quarto Ogni volta, che s'habbia da partire per 10. qual ſi voglia numero; baſta tagliare la prima figura à man dritta, e ſarà partito. Se per 100. ſe ne tagliano due. Se per 1000, tre, &c.

Quinto. Anzi, ogni volta, che nel Partitore vi ſia vno, ò più zeri vniti verſo man dritta: ſi tagliano altretante

figu-

figure del numero diuidendo pur à man dritta, & il resto si parte per le figure significatiue d'esso Partitore, e se auanza qualche cosa, s'vnisce per modo di numerare alle figure, che si tagliorno. Per esempio. Se fosse auanzato 4. e le figure tagliate fossero 50. si faria 450.

Finita l'operatione si mette il Diuisore sotto il residuo, che restò nel diuidere. Supposto, che nell'esempio precedente fossero auanzati 10 si sariano notati così $\frac{10}{40}$ e sariano 10. quarantesimi, cioè vn quarto. Questi $\frac{10}{40}$ vogliono dire, che delle quaranta parti d'vn tutto se ne deuono hauere 10.

Del Partire per Ripiego.

QVanto al partire per Ripiego. si deue osseruare, che non tutti li numeri hanno ripiego, (come si disse del moltiplicare pur per ripiego) Supposto adunque di volere partire, per esempio 5867 per 48 si può partir prima per 8, e ne verrà 733 e auãza 3. Di poi si parte questo 733. per 6. e ne verrà 122. e auanza 1. Ouero si potria partire prima per il 6. poi per l'8. Questo solo bisogna osseruare, che l'auanzo del primo partire sono numeri semplici: ma l'auanzo del secondo partire contiene per ciascuna vnità il primo Diuisore. Si che nel caso proposto quell'1 auanzato figura 8. à quali aggionti li 3 primi, fanno 11. Siche il 48. nel 5867. v' entra 122 volte, & auanza $\frac{11}{48}$ Se fossero $\frac{12}{48}$; sariano vn quarto: ma poco vi manca.

La proua di qualsiuoglia partire si fà così. Si cauano li 9. dal Partitore, e poi dal Quotiente, e quel che sopra auanza il primo si mette sopra la Croce, e l'altro sotto d'essa: poi si moltiplicano insieme questi due auanzi; al qual moltiplicato s'aggionge il numero restato nella diuisione; dalla qual somma cauatone li 9. il resto si colloca a man manca della Croce. Vltimamente si cauano li 9. dal numero partito, e se l'operatione sarà fatta bene, restarà vn numero, simile à quello nella sinistra della Croce.

Come

Come si conuerti vna quantità in altra quantità di spetie diuerse.

CAP. III.

NOn ostante,che nella Prefazione al Lettore, mi sia dichiarato di non volere insegnare li primi principij di questa scienza: nondimeno prima di passar auanti hò per bene d'insegnar in questo luogo il modo di conuertire una quantità in altra quantità di spetie diuersa da quella. Ma per meglio intenderlo: bisogna prima hauere cognitione delle quantità, ò termini più principali,che communemente s' vsano nel negotiare frà Mercanti,quali sono questi,cioè,Scudi,Lire,Soldi, e Denari.Peso.Libra,& Oncie.Brazzo,& Oncie,&c. e molti altri.

Il Scudo è vna quātità,che significa prezzo,e si diuide in 4.Lire.La lira si diuide in 20. Bolognini, (chiamati per l'ordinario Soldi)il Soldo si diuide in 12.Denari.Il Denaro poi non ha altra diuisione, che la propria frazione,di che non se ne tien conto alcuno.Il Peso è una quantità,che significa mercantia,e si diuide in 25. Libre La libra si diuide in 12 Oncie. L'Oncia poi non ha altra diuisione, che la propria frazione, di che non se ne tiene conto alcuno nelle cose grossolane: ma nelle cose pretiose,e di gran valuta: l'Oncia si diuide in 24. Scrupoli. Vn Scrupolo si diuide in 24. Grani, e ciascun Grano pesa quanto pesa un grano di Formento.

Il Brazzo è una quantità lineale,diuiso in 12.Oncie. E' benvero,che innumerabili sono li vocaboli,le misure,&c. che s'vsano nel trafficare: secondo la diuersità delle materie di che si negotia:e secondo la varietà de' costumi delli paesi,doue si contratta:Ma questo poco importa il saperlo per quello,che quì pretendo.Or Veniamo al nostro proposito.

Volendo adunque cōuertire qual si voglia quātità maggiore in al'ra spetie di quantità minore:per regola vniuersale basta a moltiplicare quella tal quātità maggiore

giore per le parti, in che è diuisa. Per esempio. Volendo conuertire li Scudi in Lire; basta a moltiplicarli per 4. perche il Prodotto saranno Lire. Per conuertire le Lire in Soldi si moltiplicano per 20. Per conuertire li Soldi in Denari, si multiplicano per 12. &c.

Volendo poi conuertire vna quantità minore, in altra quantità maggiore, s'opera tutto al contrario: cioè si parte la quantità minore per le parti in che la quãtità maggiore è diuisa. Per esempio. Volendo ridurre le Lire in Scudi, si partono per 4, & il Quotiente saranno Scudi. Per ridurre li Soldi in Lire, si partono per 20. Per ridurre li Denari in Soldi, si diuidono per 12. Per ridurre le Libre in Pesi, si diuidono per 25. e il Quotiente saranno Pesi, &c.

Chi volesse conuertite li Scudi in Denari, ouero li Pesi in Oncie, questo si può fare in due modi. Il primo si fà conuertendo li Scudi in Lire. le Lire in Soldi, & li Soldi in Denari, li Pesi in Libre, e le Libre in Oncie. Il secondo modo si fà in vn sol colpo, moltiplicando li Scudi per la quaatità de' Denari, che contiene un sol Scudo. E li Pesi moltiplicandoli per la quantità dell' Oncie, che contiene un sol peso. E perciò bisogna sapere, che lir. 4. fanno uno Scudo; soldi 80. (cioè Bologni ni) fanno uno Scudo. Denari 690. fanno uno Scudo. Di più. Libre 25. fanno un Peso Oncie 300. fanno un Peso, &c. E questo serui d'auuiso per sapere conuertire, e per trasmutare altre spetie di Monete, di pesi, di misure, &c. Et acciò meglio s'arriui a capire il tutto, qui pongo in figura un esempio.

Scu-

Scudi 250	Lir. 1000	Soldi 20000
4	20	12
Sono Lir. 1000	Sono Sol. 20000	Sono Din. 240000

Scudi 250
Den. 960

150
225

Sono Denari 240000

In questo esempio si vede chiaro, che per l'vno, e per l'altro modo li Scudi 250. fanno Denari 240000. Per ridurli mò in scudi basta à partirli per 960, ouero partirli prima per 12, & il Quotiente partirlo poi per 20, & il secondo Quotiente partirlo per 4. perche il terzo Quotiente saranno Scudi come in figura si vede.

Denari 690 | 240000 | 250 Scudi
1920
4800
4800
....0

Denari 240000
12 | S. 2000[0
2[0 | L. 1000
4 | 250 Sc.

Quando poi si tratta di Scudi di Paoli: questo è il più facil modo di calcolare, e di conteggiare, che si possi desiderare perche essendo diuiso il Scudo in 10. Paoli: & il Paolo in dieci Baiocchi, per conuertire ogni gran quantità di Scudi in Paoli; basta aggiongerli vn o a man dritta: e per conuertirli in Baiochi, se n'aggiongono due. Per contrario. Volendo ridurre in Scudi ogni quantità di Baiochi, basta a tagliare due figure à man dritta;
per-

perche il resto saranno Scudi. Ma se fossero Paoli da ridurre in Scudi, se ne taglia vna sola.

Paoli 275 | 8 Baiocchi 370 | 50
Diuentano Scudi 275. Paoli 8. Diuentano Scudi 370.
Baiocchi 50. cioè Paoli 10.

Per ridurre li Scudi 275. Paoli 8. tutti in Paoli, s'aggionge l'8. al 275. e faranno 2758. Paoli Per ridurre li Scudi 370. e Baiocchi 50. tutti in Baiocchi, s'aggionge 50. al 370. e faranno 37050. Baiocchi. Che felicità. E tanto basti à chi hâ giudicio.

COME SI MANEGGINO LI ROTTI
Per tutte le spetie dell'Algorismo.

CAP. IV.

Del Numerare.

ROtto non è altro, che vna, ò più parti dell'intiero, ouero del suo tutto: come la metà, vn terzo, vn quarto, vn quinto, e così in infinito. Vero è, che le monete, ne'pesi, e nelle misure, non si seruono gli huomini di questi nomi de'rotti; ma dicono vn Soldo, quattr'oncie, Otto Denari, &c.

Qual si voglia rotto si descriue con due ordini di numeri L'vno si chiama Numeratore: e questo si coloca sempre sopra vna virgoletta: e l'altro si chiama Denominatore, qual si mette sempre sotto la detta virgoletta, in questa forma.

$\frac{1}{2}$ Vn mezo, $\frac{1}{3}$ vn terzo, $\frac{1}{4}$ vn quar. $\frac{1}{5}$ vn quinto, $\frac{1}{6}$ vn sesto, $\frac{1}{7}$ vn sett. $\frac{1}{8}$ vn ottauo, $\frac{1}{9}$ vn nono, $\frac{1}{10}$ vn decimo, $\frac{2}{3}$ due terzi, $\frac{3}{4}$ trè quarti. $\frac{5}{8}$ Cinque ottaui, $\frac{11}{15}$ vndeci quindeciesimi, $\frac{50}{100}$ cinquanta centesimi.

Li Denominatori de'rotti da 10. in giù si pronunciano semplicemente secondo la loro natura; dicendo quar-

quarto, ottauo, nono, &c mà dal dieci in sù s'aggiunge questa parola (esimi) ouero (ecimi) Per esempio cinque decimi, ouero quindeci ventesimi: cioè delle 10. parti 5, e delle 20 quindeci.

Può accadere, che alle volte vi siano rotti, de' rotti. Per esempio $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{2}$. Il terzo si riferisce al suo tutto, & il mezo à relatione al $\frac{1}{3}$ come à dire, vn terzo di Libra, e mezo terzo.

Ogni rotto, che hà l'vnità solamente sopra la virgoletta, si chiama rotto semplice. Quel rotto è maggiore in quantità, che hà minore denominatione. Cosa certa è, che più è vn terzo, che non è vn quarto.

Quando non si sapesse discernere, qual rotto fosse maggiore, si molciplicano insieme dette minutie in croce, ponendo il Prodotto sopra il Numeratore di esse; e quella minutia, che hauerà più numero, sarà maggiore, come si vede in questi esempii, ne' quali appariscono maggiori li $\frac{6}{8}$ e li $\frac{12}{15}$.

40		42	45		60
$\frac{5}{7}$	✕	$\frac{6}{8}$	$\frac{3}{5}$	✕	$\frac{12}{15}$

Tante parti constituiscono vn tutto, ouero vn intiero, quanto è il numero del suo Denominatore, come $\frac{2}{2}$. $\frac{3}{3}$. $\frac{4}{4}$. $\frac{5}{5}$ &c. fanno vn intiero. Il che occorre sempre, che il Numeratore del rotto sia eguale al Denominatore: dal che si caua, che quando il Numeratore fosse maggiore del Denominatore, sempre se ne può cauare vno, ò più intieri. Per esempio $\frac{15}{3}$ dariano 5. intieri. Il che si fà partendo il Numeratore, per il Denominatore. Alle volte, e spesso occorre, che li Numeratori, e Denominatori de' rotti sono di tali numeri, che difficilmente l'in telletto può capire, che parte d'intiero si siano, e che quantità contenghino, come chi dicesse $\frac{16}{48}$ sedeci quaranta otto esimi, &c. In tal caso b.sogna schifare, e ridurlo alla sua minore Denominatione, che nel proposto rotto saria $\frac{1}{32}$ perche trè volte entra il 16. nel 48.

Del

Del Schifare.

Schifare adunque non è altro, che ridurre il rotto alla minor Denominatione, che sia possibile, e che contenghi l'istesso valore.

Ne' rotti piccoli si può schifare à tastone: ma ne' grandi nò. Se il rotto è di numeri pari, si può schifare sicuramente ò per numeri pari, ò per dispari: ma se vno, ò tutti due li numeri del rotto sono dispari, non si può schifare, se non per numeri dispari: come $\frac{14}{35}$, che si schifa per il 7, che due volte nel 14, e 5 nel 35 si conosce entrare.

Quando poi li numeri del rotto sono grandi: si schifa in questa maniera. Si parte il Denominatore per il Numeratore; del Quotiente non se ne fà conto alcuno, ma il residuo, serue per partire il Numeratore; e così vicendeuolmente, si fanno il seruitio l'vn l'altro: fin che vn di loro arriui ad vna diuisione, che lasci l'vnità, ouerò non vi resti cosa alcuna. Se vi resta l'vnità, tal numero, ò rotto non si può schifare in conto alcuno; ma di necessità bisogna lasciarlo con la medesima denominatione de' numeri, che si troua hauere; come $\frac{19}{25}$, & $\frac{37}{56}$. con altri infiniti; che da Matematici sono chiamati numeri primi frà di loro: perche non si troua numero alcuno, che comunemente partischi il Numeratore, & il Denominatore. Quando poi non resta numero alcuno, tal rotto si può schifare; e quel Partitore, che eguaglia la diuisione, sarà il commune, e massimo Schifatore del rotto, per il quale si parte, prima il Numeratore; il Quotiente del quale si mette sopra la virgoletta: dipoi si parte il Denomin., & il Quotiente si mette sotto la detta virgoletta. Serui d'esempio questo rotto $\frac{418}{627}$. Prima si parte il Denominatore 627 per il Numeratore 418, & auanza 209. Per questo 209 si parte il Numeratore 418, nè auanza cosa alcuna. Adunque 209 è il commun Diuisore del rotto, il quale entra due volte nel Numeratore, e trè nel Denominatore. Si che questo rotto $\frac{418}{627}$ sarà $\frac{2}{3}$ d'vn tutto; sia di che spetie si voglia.

Ogni volta, che si voglia conuertire vn Numero intiero in rotti, basta moltiplicarlo per il Denominatore

del rotto, in che si vuole conuertirlo; e per contrario volendo ridurre li rotti in Numero intiero, basta partire il Numeratore per il suo Denominatore.

Dell'Accattare.

ACcattare, non è altro, che vn atto, ouero vn modo di sapere trouare vn numero semplice, qual habbia le parti di più Denominatori de'rotti. Per esempio d'$\frac{1}{4}$, d'$\frac{1}{6}$, e d'$\frac{1}{10}$. Per trouar mò tal Numero; basta moltiplicar frà di loro li Denominatori. Si che nel caso nostro moltiplicando 4 con 6, fà 24: e questo 24. moltiplicato per 10, ne produce 240. Adunque 240 è il Numero cercato; e che senza spezzare l'vnità, hà tutte le qualità de proposti rotti. Se il 240 si parte per 4. ne viene 60; se per 6, ne viene 40; e se per 10, ne viene 24; che sono vn quarto, vn sesto, e la decima parte di 240.

Secondo modo dell'Accattare

MA perche in molte operationi riesce più di proposito il trouare il minimo numero, ch'habbia le pretese parti voglio che quì trouiamo il minimo numero, ch'habbia le parti d'$\frac{1}{4}$ d'$\frac{1}{6}$, & d'$\frac{1}{10}$ Il qual modo è questo. Primieramente si troua il massimo Schisatore, che possi partire li Denominatori de'due primi rotti, che nel caso nostro è il 2. Diuidendo adunque 4, e 6 per 2, ne verrà 2, e 3: l'operatione starà, come quì si vede in figura. Doppo questo si moltiplicano in croce; il 2. col Denominatore 6: ouero il 3 col Denominatore 4; e per l'vno, e per l'altro verso ne verrà 12. Deuesi similmente trouare il massimo Schisatore di questo 12, e del 10. (Denominatore del terzo rotto) qual Schisatore è pur 2. Diuidendo mò per 2 il 12, & il 10, e facendo la moltiplicatione in croce (come sopra) l'operatione starà, come si vede in figura; e s'hauerà 60.

1	1
—	—
4	6
2	3
12	12

Adun-

Adunque 60 è il cercato numero; & il minimo, che sia diuisibile per 4, per 6, e per 10, senza rompere l'vnità. Per $\frac{1}{4}$ s'hauerà 15. Per vn $\frac{1}{6}$ s'hauerà 10., per $\frac{1}{10}$ s'hauerà 6. Quando non si troua numero, che parti li Denominatori; si multiplicano insieme, e poi si proseguisse auanti.

$$\begin{array}{cc} & \frac{1}{10} \\ 12 & 10 \\ 6 & 5 \\ \hline 60 & 60 \end{array}$$

Redutione de' Rotti sotto vn medesimo Denominatore.

QVando bisognasse ridurre due, o più rotti di diuerse denominationi sotto vna medesima denominatione, si fa così. Si moltiplicano insieme vicendeuolmente in croce il Numeratore d'vn rotto col Denominatore dell'altro, e li Prodotti, posti sopra la virgoletta, saranno li Numeratori. Di poi molplicando insieme li denominatori de' due proposti rotti, il prodotto sarà Denominatore dell'vno, e dell'altro Numeratore, trouato con la moltiplicatione, fatta in Croce come nell'esempio si vede.

$$\frac{3}{4} \quad \frac{5}{6} \qquad \frac{18}{24} \quad \frac{20}{24}$$

L'istessa operatione si può hauere per la Regola precedente, detta Accattare. Ma, quando li rotti di diuerse Denominationi fossero più di due, difficilmente si potriano ridurre ad vn sol Denominatore, senza questo atto dell'Accattare. Seruino d'esempio questi rotti $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{5}{12}$, per la prima Regola del Accattare, si troua vn numero c'habbia le parti di terzo, di quarto, di sesto, e di duodecimo; così moltiplicasi il primo Denominatore col secondo, & il Prodotto per il terzo; e questo secondo Prodotto moltiplicasi per quarto il Denominatore & in tutto ne verrà 864, e questo sarà Denomin. di tutti li proposti rotti: diuisibile per 3, 4, 6, e 12 senza rompere l'vnità.

Per hauer mò il Numeratore di ciascun rotto: basta il pigliare di questo 864 le douute parti. Per il primo rotto ne piglio $\frac{2}{3}$, per il secondo ne piglio $\frac{3}{4}$, per il terzo ne piglio $\frac{1}{6}$, e per il quarto ne piglio $\frac{5}{12}$, e staranno così. $\frac{576}{864}$. $\frac{648}{864}$. $\frac{144}{864}$. $\frac{300}{864}$.

Il modo di pigliare dette parti è vna Regola dignissima; e da conseruarsi bene nella memoria; perche ser-

del rotto, in che si vuole conuertirlo; e per contrario volendo ridurre li rotti in Numero intiero, basta partire il Numeratore per il suo Denominatore.

Dell'Accattare.

ACcattare, non è altro, che vn atto, ouero vn modo di sapere trouare vn numero semplice, qual habbia le parti di più Denominatori de'rotti. Per esem. pio d'$\frac{1}{4}$, d'$\frac{1}{6}$, e d'$\frac{1}{10}$. Per trouar mò tal Numero; basta moltiplicar frà di loro li Denominatori. Si che nel caso nostro moltiplicando 4 con 6, fà 24: e questo 24. moltiplicato per 10, ne produce 240. Adunque 240 è il Numero cercato; e che senza spezzare l'vnità, hà tutte le qualità de proposti rotti. Se il 240 si parte per 4. ne viene 60; se per 6, ne viene 40; e se per 10, ne viene 24; che sono vn quarto, vn sesto, e la decima parte di 240.

Secondo modo dell'Accattare

MA perche in molte operationi riesce più di proposito il trouare il minimo numero, ch'habbia le pretese parti voglio che quì trouiamo il minimo numero, ch'habbia le parti d'$\frac{1}{4}$ d'$\frac{1}{6}$, & d'$\frac{1}{10}$ Il qual modo è questo. Primieramente si troua il massimo Schisatore, che possi partire li Denominatori de'due primi rotti, che nel caso nostro è il 2. Diuidendo adunque 4, e 6 per 2, ne verrà 2, e 3: l'operatione starà, come quì si vede in figura. Doppo questo si moltiplicano in croce; il 2. col Denominatore 6: ouero il 3 col Denominatore 4; e per l'vno, e per l'altro verso ne verrà 12. Deuesi similmente trouare il massimo Schisatore di questo 12, e del 10. (Denominatore del terzo rotto) qual Schisatore è pur 2. Diuidendo mò per 2 il 12, & il 10, e facendo la moltiplicatione in croce (come sopra) l'operatione starà, come si vede in figura; e s'hauerà 60.

1		1
—		—
4	✕	6
2		3
12		12

Adun-

Adunque 60 è il cercato numero; & il minimo, che sia diuisibile per 4, per 6, e per 10, senza rompere l'vnità. Per $\frac{1}{4}$ s'hauerà 15. Per vn $\frac{1}{6}$ s'hauerà 10., per $\frac{1}{10}$ s'hauerà 6. Quando non si troua numero, che parti li Denominatori; si multiplicano insieme, e poi si proseguisse auanti.

1
—
12 X 10
6 5
— —
60 60

Redutione de' Rotti sotto vn medesimo Denominatore.

QVando bisognasse ridurre due, o più rotti di diuerse denominationi sotto vna medesima denominatione, si fa così. Si moltiplicano insieme vicendeuolmente in croce il Numeratore d'vn rotto col Denominatore dell'altro, e li Prodotti, posti sopra la virgoletta, saranno li Numeratori. Di poi molplicando insieme li denominatori de' due proposti rotti, il prodotto sarà Denominatore dell'vno, e dell'altro Numeratore, trouato con la moltiplicatione, fatta in Croce come nell'esempio si vede.

$\frac{3}{4}$ $\frac{5}{6}$
18 X 20
— —
24 24

L'istessa operatione si può hauere per la Regola precedente, detta Accattare. Ma, quando li rotti di diuerse Denominationi fossero più di due, difficilmente si potriano ridurre ad vn sol Denominatore, senza questo atto dell'Accattare. Seruino d'esempio questi rotti $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{5}{12}$, per la prima Regola del Accattare, si troua vn numero c'habbia le parti di terzo, di quarto, di sesto, e di duodecimo; così moltiplicasi il primo Denominatore col secondo, & il Prodotto per il terzo; e questo secondo Prodotto moltiplicasi per quarto il Denominatore & in tutto ne verrà 864, e questo sarà Denomin. di tutti li proposti rotti: diuisibile per 3, 4, 6, e 12 senza rompere l'vnità.

Per hauer mò il Numeratore di ciascun rotto: basta il pigliare di questo 864 le douute parti. Per il primo rotto ne piglio $\frac{2}{3}$, per il secondo ne piglio $\frac{3}{4}$, per il terzo ne piglio $\frac{1}{6}$, e per il quarto ne piglio $\frac{5}{12}$, e staranno così. $\frac{576}{864}$. $\frac{648}{864}$. $\frac{144}{864}$. $\frac{360}{864}$.

Il modo di pigliare dette parti è vna Regola dignissima; e da conseruarsi bene nella memoria; perche ser-

ue in mille occasioni, per sapere, che parte d'vn tutto contenghi qual si voglia gran rotto. Il modo è questo. Basta moltiplicare l'864 per il Numeratore, & il Prodotto partirlo per il Denominatore, perche il Quotiente sarà il cercato numero. Si che tanto è dire; dammi $\frac{2}{7}$ di 864, quanto è moltiplicare $\frac{2}{7}$ con 864. (Quando sarai arriuato al moltiplicar de' rotti, l'intenderai meglio.)

Per maggior intelligenza dò queste esempio. Nel fine di certa mia operatione, mi trouo hauer questo rotto di Scudo $\frac{750}{1200}$, cioè delle 1200, parti d'vn Scudo, ne pretendo 750. Quiui più d'vno fariano intrigati: poiche il scudo conuertito in Denari, non passa 960 Denari: ma nel nostro supposto il Scudo resta diuiso in 1200. parti. Hora mò, secondo l'insegnata Regola, multiplicando li 960. Denari, per il 750. (Numeratore del rotto) ne viene di Prodotto 720000 qual diuiso per 1200. (Denominatore di esso) di Quotiente s'haueranno 600. Denari. Si che il rotto di Scudo $\frac{750}{1200}$ contiene 600. Denari, cioè Lire -- 10. -- 0. E questo serui d'auuiso in ogni materia. Basta à conuertire vn tutto nelle sue minime parti: come vn Scudo in Denari. Vn Peso in Oncie, &c. e poi operare (*vt supra.*)

Ma chi volesse operare per il secondo modo dell'Accatare. Il minimo numero, ch'abbia le parti de' proposti rotti, saria 12. e seruiria per commune Denominatore di ciascun rotto. Pigliandone poi le douute parti come poco fà hò insegnato: s'haueranno $\frac{8}{12}$ $\frac{9}{12}$ $\frac{2}{12}$ $\frac{5}{12}$ —. Ma qui bisogna auuertire, che non hauendo li due primi Denominatori altro numero, che communemente li pari; eccetto l'vnità: basta a moltiplicarli insieme, e faranno 12. Doppo questo, si troua il massimo schisatore del 12. e del terzo Denominatore, che sarà 6. e poi s'opera nel restante come sopra, (e serui d'auuiso.)

Quando poi s'hauessero da ridurre minutie di minutie: cioè rotto di rotto ad vna Denominatione del suo intiero, ouero ad vna semplice minutia (che tutto è vno) basta a moltiplicare frà di loro li Numeratori, e frà di loro li Denominatori. Per esempio, Questo rotto di rotto

cioè

cioè $\frac{3}{5}$ di $\frac{4}{7}$. si ridurria à questa semplicce minutia $\frac{12}{35}$. Di modo che 3 quinte parti di quattro settime parti d'vn tutto contengono $\frac{12}{35}$. del medemo intiero, ò tutto. E se nel proposto esempio si parlasse d'vn scudo, li $\frac{12}{35}$. sariano Soldi 2. Din. 3. $\frac{3}{7}$.

Del Sommare de'Rotti

QVanto al Sommare de'rotti, non v'è altro da notare, se non che bisogna prima ridurli tutti sotto vna medema denominatione, còme di sopra hò insegnato. O moltiplicandoli in Croce, se sono solamente due, ouero per la Regola dell'Accattare, se sono più di due. Ma più di proposito sarà quella di trouare il minimo numero, ch'habbia le parti de'proposti rotti; poiche questa Regola riduce ciascun rotto alla sua minima denominatione Il che fatto: basta à Sommare insieme tutti li Numeratori, e partire poi la somma per vn sol Denominatore, (per esser tutti li Denominatori eguali) perche il Quotiente sarà il numero de'sani, ouero intieri, contenuti ne'proposti rotti: quai sani s'aggiongono a gli altri sani, se ve ne sono. Per esempio. Chi volesse sommare questi quatto rotti, $-\frac{2}{3}-\frac{3}{4}-\frac{1}{6}-\frac{5}{12}$. già sappiamo, ch' hauendoli ridotti alla loro minima denominatione, e sotto l'istesso Denominat habbiamo $\frac{8}{12}$. $\frac{9}{12}$. $\frac{2}{12}$. e $\frac{5}{12}$. Hora mò Io dico, che si sommi li Numeratori, ed haueremo $\frac{24}{12}$, che sono precisamente due intieri. Se fosse auanzato qualche cosa, l'auanzo si metteria sopra, ed il commun Denominatore sotto la lineetta, ò virgola. Questo Sommare de'Rotti non è pūto differente dal sommare li Soldi, e Denari. Attento alla proua. Certa cosa, è che vn Soldo è $\frac{1}{20}$ di Lira, e vn Denaro è vn $\frac{1}{12}$ di Soldo: perche tanto vale 12. Denari, quanto val vn Soldo: e tanto val 20. Soldi, quanto val vna Lira, perche vn tutto di Lira si diuide in 20. Soldi: e vn tutto di Soldo, si diuide in 12 Denari. Siche il Denominatore della Lira fatta in Soldi, è 20. e il Denominatore del Soldo fatto in Denari è 12. Li Numeratori poi di ciascuno di questi Denominatori, sono li Denari istessi, ò soldi medesimi. Per esempio 4. Soldi sono $\frac{4}{20}$ di Lira, e 4. Denari sono $\frac{4}{12}$ di Soldo: ma perche tutti li Soldi, e tutti li Denari sono d'vna me-

desima Denominatione, secondo la loro spetie: di qui è, che noi sommiamo semplicemente li Denari, e li Soldi, e la somma diuidiamo per 12, ò per 20. e il Quotiente li teniamo per intieri: ma in fatti si sommano come Numeratori. Adunque ridotta qualsiuoglia quantità di rotti ad vna medema denominatione, per sommarli, basta vnire li numeratori, e partire per il commun Denominatore.

Del Sottrare de' Rotti.

IL Sottrare de' rotti non è parimente differente in conto alcuno dal Sottrare de' numeri sani, ouero intieri. Basta a ridurli ad vna medema denominatione; e poi sottrare l'vno dall'altro, cioè vn Numeratore dall'altro Numeratore. Ma quando il rotto di sotto fosse maggiore del rotto di sopra, in tal caso al rotto di sopra s'impresta vn tutto, fatto in minutie, secondo che ricerca il Denominatore d'esse rotto superiore, ouero inferiore: perche già sono ridotti a denominatione simile: siccome appunto non potendo cauare vna quantità di Danari da vn altra quantità inferiore, a questa quantità inferiore, siamo soliti d'imprestarli un Soldo, fatto in Denari: ed a Soldi impresti amo vna Lira, fatta in Soldi, &c. Qui propongo vn esempio da filosofarui sopra.

A Sottrar $25\frac{5}{9}$ Ridotti ad vna medema denominatione,
questi $18\frac{3}{4}$ sono $\frac{20}{36}$, & $\frac{27}{36}$

Restano 6, & $\frac{29}{36}$.

Perche il rotto di sotto contiene $\frac{27}{36}$, e quello di sopra ne contiene solamente $\frac{20}{36}$ però si deue imprestare a quel $\frac{20}{36}$ l'vnità, conuertita in 36 parti: per esser tale il commune denominatore de' rotti. Anzi per regola vniuersale basta a sommare il Denominatore 36 col suo numeratore 20, & haueremo poi $\frac{56}{36}$ Cauando mò $\frac{27}{36}$ da $\frac{56}{36}$, ne restano $\frac{29}{36}$. Fatto questo: si porta l'vnità qual s'aggionge a 18. e poi al solito si dice, 19. di 25, resta 6. $\frac{29}{36}$.

La proua del Sommare, e del Sottrare de' rotti si fà in tutto, e per tutto, come si fà quella del Sommare, e Sottrare de' sani: non quella del cauare tutti li 9. ma l'altra iui insegnata: cioè con l'atto contrario.

Del moliplicare de' Rotti.

PEr moltiplicare li rotti, (quali si siano) non è necessario ridurli ad vna medema Denominatione: ma si moltiplicano quali si trouano. E tutta la serie del moltiplicar rotti consiste in sapere moltiplicar rotto con rotte e rotto con sano solo.

A moltiplicare rotto con rotto; basta à moltiplicar li Numeratori insieme, & li Denominatori insieme: (se fossero ben 50. rotti,) e li Prodotti mètterli a suo luogo sotto, ò sopra la virgola.

A moltiplicare sani soli con rotto solo, si fà così. Si moltiplica il Numeratore del rotto con li sani; ed il Prodotto partendolo per il Denominatore, il Quotiente sarà la ricercata moltiplicatione. O vedete quanto è facile. Alla pratica.

A moltiplicar $\frac{5}{8}$ cõ $\frac{4}{9}$, fà $\frac{20}{72}$ (cioè $\frac{1}{5}$. A moltiplicar $\frac{2}{3}$ e $\frac{3}{4}$ cõ $\frac{2}{5}$, fà $\frac{12}{60}$

A moltiplicar 25 con $\frac{3}{4}$	A moltiplicar 12 con $\frac{2}{3}$	A moltiplicar 50 con $\frac{4}{8}$
4 | 75	5 | 24	7 | 20
fà 18 $\frac{3}{4}$.	fà 4 $\frac{4}{5}$.	fà 28 $\frac{4}{7}$

Quando poi con li sani fossero rotti, da moltiplicarsi con rotto solo: ouero quando s'hauessero da moltiplicare sani, e rotti, con sani, e rotti: il più sbrigato modo, che sia; è conuertire li sani alla natura del suo rotto: e poi moltiplicarli insieme, come si fà a moltiplicar rotto con rotto. Alla pratica.

A moltiplicar 15 $\frac{2}{3}$

per $\frac{3}{5}$ ne viene 9 $\frac{6}{15}$

Li sani fatti in terzi sono $\frac{47}{3}$. Moltiplicati con $\frac{3}{5}$ producono $\frac{141}{15}$ cioè 9. intieri, e $\frac{6}{15}$.

A multiplicar 6 $\frac{1}{4}$

per 5 $\frac{2}{9}$. ne viene 32 $\frac{23}{36}$.

Li sani fatti in rotti, stanno così $\frac{25}{4}$. & $\frac{47}{9}$. Moltiplicati insieme producono $\frac{1175}{36}$ che fanno 32. intieri, e $\frac{23}{36}$.

Queste sorti di moltiplicari si potriano fare, lasciando ogni cosa nel suo essere; & il tutto staria nel termine de

moltiplicar rotto con rotto, e rotto con sano: ma non è da praticarsi; perche per ordinario ne vengono trè rotti di varie spetie; che sono poi causa d'intrigo nel sommarli.

A moltiplicare 15 $\frac{4}{5}$.	
con 11	
	5 1/44
165	
8 $\frac{4}{5}$	8 $\frac{4}{5}$.
fà 173 $\frac{4}{5}$.	

Ogni volta, che s'habbia da moltiplicare sani, e rotti, con sani soli. Si moltiplicano li sani insieme: e poi il rotto con li sani contrarij: e li Prodotti s'vniscono insieme: come di sopra si vede. Etanto basti.

Del partire de' Rotti.

SE li rotti sono tutti d'vna medesima denominatione: basta partire semplicemente il Numeratore del rotto, che si vuol partire, per il Numeratore del Partitore: ed il Quotiente sarà il numero cercato. E' però da notare; che nel partir de' rotti, s'vsa anco a partire il numero minore, per vn numero maggiore: (cosa che pare impossibile; ne si può fare con numeri sani.) Eccone due esempij.

A partir per $\frac{2}{5}$. $\frac{5}{5}$. ne viene 2. $\frac{1}{2}$. A partir per $\frac{5}{7}$. $\frac{2}{7}$. ne viene $\frac{2}{5}$.

Rotti di varie Denominationi.

MA se li rotti saranno di diuerse denominationi, si moltiplicano in croce, per ridurli tutti sotto vna medema denominatione. Il che fatto, si portano li Numeratori, come sopra. Vero è, che non occorre notare il commune Denominatore, perche non serue a cosa alcuna; ma basta notare solamente li Numeratori; come in questi esempij si vede.

A part.

A part.per $\frac{2}{3}$ ⋈ $\frac{3}{4}$ ne vien $1\frac{1}{8}$. A part.per $\frac{2}{5}$ ⋈ $\frac{5}{6}$ ne vien (2 $\frac{1}{12}$

Numer. 8——9 . Numer. 12 : 25

A part.per $\frac{3}{4}$ ⋈ $\frac{2}{5}$ ne vien $\frac{8}{9}$. A par.per $\frac{5}{6}$ ⋈ $\frac{2}{5}$ ne vien $\frac{12}{25}$.

Numerat. 9 ; 8 Numerat. 25 : 12

Quando poi occorresse partire sani per rotti, ouero sani, e rotti, per sani, e rotti; in tal caso sempre si conuertono li sani nella natura del suo rotto. Di poi moltiplicandoli in croce, per hauerli tutti d'vna medema denominatione, si partono come sopra; auuertendo però, che il Partitore si suol mettere à man sinistra; e a man destra il numero, ò rotto, che si vuol partire, come con esempij si fà chiaro.

A part. per $\frac{2}{3}$ 8 cioè $\frac{24}{3}$, ne vien 12. Per $\frac{2}{3}$, $9\frac{3}{4}$ ne vien $14\frac{5}{8}$.

Per $3\frac{1}{4}$. $18\frac{1}{2}$ ne viene $5\frac{9}{12}$. Per 6. $\frac{3}{5}$, ne viene $\frac{3}{30}$.

Quando che nel partire, ouero nel numero da partirsi, vi sono solamente sani; e nell'altro rotti soli, ò rotti, e sani; si mette il numero intiero, che non hà rotto sopra la virgoletta, con l'vnità sotto di essa in forma di rotto, e poi si fà la moltiplicatione in croce, per ridurli ad vna medema denominatione, ma in fatti riesce l'operatione, come sopra.

Per esempio. ~~Chi~~ volesse partire per $6\frac{2}{3}$ questi 25. si colocariano li numeri così

$\frac{20}{3}$ ⋈ $\frac{25}{1}$

Numeratori 20 75

Et operando, s'haurà di Quotiene $3\frac{15}{20}$ cioè $\frac{3}{4}$.

Vo-

Volendo mò operare per l'altro modo, si conuertiriano li 25. intieri in terzi; che sariano 75 terzi, e poi si partiriano per 20; che tutto riesce vna cosa istessa.

Se si volessero applicare li sopradetti, ò altri partiti a cosa materiale, si potria dir così.

Se $\frac{2}{3}$ d'Oncia di Muschio costano Lir. 8. Quanto costarà l'Oncia?

Operando, come sopra) vn Oncia costaria Lir. 12.

Ouero. Se $\frac{2}{3}$ d'vn Brazzo di Veludo costano Lir. 9 $\frac{3}{4}$. Quanto costarà il Brazzo?

Operando, come hò detto, costarà Lir. 14. $\frac{5}{8}$. E tanto basti per aprir l'intelletto. Ma in fatti tal operatione non si scosta da precetti della Regola Aurea.

La proua del partire, e del moltiplicare de rotti si fà con l'atto suo contrario: cioè la proua del moltiplicare si fà col Partire, e quella del Partire si fà col Moltiplicare

Per esempio. A partire per $\frac{2}{7}$ questi $\frac{5}{7}$ di Quotiente ne viene 2 $\frac{1}{2}$. Volendo mò prouare, che stia così, basta a moltiplicare insieme il Quotiente 2 $\frac{1}{2}$ col Partitore $\frac{2}{7}$. perche; se l'operatione sara fatta bene, ne verrà di Prodotto il numero partito: cioè $\frac{5}{7}$. E perche à moltiplicare 2 $\frac{1}{2}$, con $\frac{2}{7}$ ne viene $\frac{10}{14}$, che schisati fanno $\frac{5}{7}$. (Numero partito) adunque il partire fù buono.

Quanto poi alla proua del Moltiplicare, si fà col partire il Prodotto per l'vno de due numeri moltiplicanti (qual si vuole) perche, se l'operatione sarà fatta bene, nel Quotiente s'hauerà l'altro numero, concorrente al Prodotto. Per esempio. A moltiplicar $\frac{2}{3}$ con 8 intieri, ne viene di Prodotto 5 $\frac{1}{3}$. Per farne mò la proua: se si parte il Prodotto 5 $\frac{1}{3}$ per il numero moltiplicante $\frac{2}{3}$; nel Quotiente s'haueranno 8. intieri; e se si parte per 8. di Quotiente s'haueranno $\frac{2}{3}$. Adunque il moltiplicare stà bene.

Li Moltiplicari, e li Partiri de rotti si prouano parimente per la Regola del 9. così. Se il Moltiplicare, ò il Partire è solamente di rotti; basta à cauare la proua dal Numeratore, e dal Denominatore; e l'vna, e l'altra metterla al suo luogo, sotto, ò sopra la virgola. Mà se la proua

ua sarà di sani, e rotti; prima si caua la prova del numero sano, e dal Denominatore del rotto, e queste due prove si molti plicano insieme. Di poi cauando la proua da questo moltiplicato, a questa tal proua s'aggionge la proua del Numeratore del rotto. Finalmente cauando la proua da questa somma, essa proua si mette sopra la virgoletta, e sotto d'essa si mette la proua del Denominatore del rotto. O veniamo alla pratica.

S'habbia da provare 78 $\frac{60}{724}$ La prova del numero intiero è 6. e quella del Denominat. del rotto 724 è 4. Moltiplicando 6 per 4. fanno 24 la prova del quale è pur 6. Questa prova aggiongendola alla prova del Numeratore 60, la quale parimente è 6, fanno frà tutte due 12, la cui prova è 3. da mettere sopra la virgola, e sotto di essa si colloca la prova del Denominatore del rotto, la qual fu trovata essere 4. siche la prova di 78 $\frac{60}{724}$ sarà $\frac{3}{4}$.

Inteso bene quanto di sopra hò insegnato; facilissimamẽte si provano li Moltiplicari, e li Partiri de rotti; procedẽdo cõ l'ordine del provar li Moltiplicari, e Partiri de sani; cioè. Prima, si cava la prova dal numero, che si moltiplica. Secondo dal numero, per il quale si moltiplica. Terzo, si moltiplicano insieme queste due prove; dal quale moltiplicato cavandone la prova, si conserva, perche la proua del Prodotto deue essere simile alla prova di tal moltiplicato: (come appunto si fà de' sani.)

Alla pratica. A moltiplicare 11, e $\frac{3}{4}$ per 3, e $\frac{2}{3}$, ne vengono di prodotto 43 $\frac{1}{19}$. La prova di 11, e $\frac{3}{4}$, secondo la sopradetta regola è $\frac{2}{4}$. La prova di 3, e $\frac{2}{3}$ è $\frac{2}{3}$; che moltiplicati con li $\frac{2}{4}$, fanno $\frac{4}{12}$; la cui prova è $\frac{3}{4}$. La prova poi del Prodotto 43, e $\frac{1}{12}$ è pur ancor lei $\frac{4}{12}$ Adunque la ragione stà bene, perche la prova di $\frac{4}{12}$ è ancor lei $\frac{4}{12}$.

Esempio d'un Partire. A partire 18, e $\frac{1}{4}$ per $\frac{1}{4}$. ne viene 5, e $\frac{9}{13}$ schisati. La prova di 18, e $\frac{1}{2}$ e pur $\frac{1}{2}$. La prova di 3, e $\frac{1}{4}$ è $\frac{4}{4}$, che moltiplicata col $\frac{1}{2}$, fà $\frac{4}{8}$, cioè $\frac{1}{2}$. La prova poi di 5, e $\frac{9}{13}$ è $\frac{2}{4}$ cioè $\frac{1}{2}$. Adunque stà bene. Fà un altra prova. Moltiplica in croce quel $\frac{1}{2}$, e $\frac{2}{4}$, che lasciaranno 4 4. La cui prova è eguale.

Perche causa il moltiplicare de rotti cali nel Prodotto, & il Partire cresci nel Quotiente.

LA causa, per la quale il Prodotto del Moltiplicare de'rotti è sempre manco di qual si voglia moltiplicante (contro la natura del Moltiplicare) è questa. Bisogna sapere, che il moltiplicare s'appartiene propriamente alla quantità discreta: come quella, che nel crescere tende all'infinito: si che duplicando, triplicando, quadruplicando, &c. di necessità il Prodotto deue esser maggiore del moltiplicante: e dell'istessa specie: ma perche l'vnità, e qual si voglia rotto (come parte di essa) cade sotto la quantità continua: alla quale secondo Euclide in più luoghi non si conuiene il nome di moltiplicare; ma quest'altro di menare, ò pure (per esempio) vna linea in vn altra; di qui è, che non è marauiglia, se moltiplicando vn rotto, non cresce; ma cala; e ne viene vn Prodotto di spetie diuersa; per esempio. Moltiplicando vna linea longa $\frac{1}{3}$ di Piedi con vn altra longa $\frac{1}{2}$ Piede, ne produria vna superficie solamente di $\frac{1}{6}$ di Piede. Quanto più si sminuzza vna cosa, ciascuna parte contiene sempre minor quantità di tal tutto; e se il moltiplicare de'rotti è vn sminuzzar sempre più tal quantità; però non è marauiglia, se il Prodotto cala, &c. Ma in pratica li Aritmetici non fanno differenza (quanto al nome (frà il moltiplicare de'sani, & il moltiplicare de'rotti. Dalla quantità discreta alla continua.

Quanto poi al partire de'rotti, si vede vn effetto contrario alla natura del partire; la qual vuole, che la parte sia minore del suo tutto; e pure nel partire de'rotti si vede, che il Quotiente è sempre maggiore del numero diuiso; e la ragione è questa; perche essendo il rotto quantità continua, impropriamente si dice partire; ma propriamente se li conuiene questo vocabolo di misurare, ouero numerare; e veramente disdice assai il dire; partitemi $\frac{1}{3}$ per $\frac{1}{2}$, ma se si dira quante volte vn $\frac{1}{3}$ misura, ouero numeri, ò entri in $\frac{1}{2}$, non disdice; & in fatti si vede, che ragioneuolmente il Quotiente cresce, perche si come il moltiplicare de'rotti è vn sminuzzarli sempre

più:

più: per contrario il partirli è vn radunarli insieme, & vn farli crescere in potenza in risguardo al suo tutto.

Belle cosarelle, spettanti a' Rotti.

ACciò meglio si conoschi la natura, e la sforza de rotti, si deue sapere; che tanto è dire, dammi $\frac{2}{3}$ di 25. quanto è dire moltiplica per $\frac{2}{3}$ 25. Tanto appunto riesce a dire; cauami, ò trouami $\frac{3}{4}$ di $\frac{5}{7}$. quanto a moltiplicare per $\frac{3}{4}$ $\frac{5}{9}$. Certa cosa è, che a volere $\frac{2}{3}$ di 25, bisogna partire il 25 in tre parti eguali; che saria di 8, e $\frac{1}{3}$; e per $\frac{2}{3}$ ne verrà 16, e $\frac{2}{3}$. Hora mò, facciasi la moltiplicatione, come s'insegnò, e ne verrà pure 16, e $\frac{2}{3}$. Parimente, secondo l'ordine del partire dè rotti, $\frac{3}{4}$ di $\frac{5}{9}$ sarà $\frac{15}{36}$, quali triplicando fanno in tutto $\frac{15}{36}$, che schisati per 3, sono $\frac{5}{12}$. Hora mò, facciasi la moltiplicatione de' $\frac{3}{4}$ con li $\frac{5}{9}$, e ne verrà appunto $\frac{15}{36}$, quali schisati per 3. ne vengono pure $\frac{5}{12}$.

Ogni volta, che bisognasse sapere, che parte, ò parti d'vn numero maggiore sia vn numero minore: bisogna sempre partire il numero minore per il numero maggiore. Per esempio. Voglio sapere, che parte di 24 siano 16. Fracciasi la partitione, e ne riuscirà $\frac{16}{24}$, quali schisati per 8, fanno $\frac{2}{3}$. Parimente per sapere, che parte di $\frac{8}{9}$ siano $\frac{3}{4}$ s'opera, come sopra, e ne viene $\frac{27}{32}$; e chi volesse sapere, che parte siano di 6, e $\frac{1}{2}$ $\frac{3}{4}$, si trouarà, che sono $\frac{6}{52}$, cioè, $\frac{3}{26}$. E così con qual si voglia altro proposto numero. Li sopradetti due atti sono contrarij l'vno all'altro; perche l'vno col moltiplicare, e l'altro si fà col partire; si che la proua d'vno consiste nell'atto dell'altro. Per esempio. Già dissi, che li $\frac{3}{4}$ di $\frac{5}{9}$ erano $\frac{5}{12}$. Hora mò per farne la proua, vedasi, che parte siano $\frac{5}{12}$ di $\frac{5}{9}$; & in fatti riusciranno $\frac{3}{4}$. Parimente s'è detto, che 16 sono li $\frac{2}{3}$ di 24. Per farne la proua, trouasi li $\frac{2}{3}$ di 24, e ne risulta 16; e così con altri.

Del traslatare, & infilzare de' Rotti.

TRasmutare, ouero traslatare de' rotti non è altro, che conuertire vn rotto di strana Denominatione in vna altra spetie di rotto più nota, e chiara: il che si può fare in due modi. Il primo si fà col moltiplicare il

Nu-

Numeratore del rotto, che si vuole traslatare, col Denominatore del rotto, in che si vuole traslatare, perche il Prodotto partito per il Denominatore del rotto, che si trasmuta; lascierà nel Quotiente il numero cercato. Per esempio. Volendo conuertire $\frac{11}{13}$ in tanti quarti, si moltiplica il Numeratore 11 per 4 (Denominatore di $\frac{1}{4}$) & il Prodotto 44 diuidendolo per il Numeratore 13 di Quotiente s'hauerà 3 $\frac{5}{13}$, e sono quarti. Adunque $\frac{11}{13}$ riescono $\frac{3}{4}$, e $\frac{5}{13}$ d'vn quarto. Il secondo modo si fà col partire il rotto, che si vuole trasmutare, per quello, in che si vuole traslatare, perche il Quotiente sarà lo cercato numero. Il che facendo nel proposto caso, ne vengono pure $\frac{3}{4}$, e $\frac{5}{13}$. L'operatione in sostanza è como la prima.

L'infilzare è vn atto totalmente contrario all'atto del trasmutare; e però la proua dell'vno si fà con l'atto dell'altro. Con l'infilzare si proua il traslatare; e col traslatare si proua l'infilzare. Infilzare adunque non è altro, che vnire insieme più rotti, d'vn rotto: ouero più rotti de' rotti, e ridurli tutti sotto vn rotto solo, ch'habbia relatione solamente a quel primo principal tutto. Il qual atto si fà così. Nel traslatare dicessimo, che $\frac{11}{13}$ si mutauano in $\frac{3}{4}$, e $\frac{5}{13}$ di quarto. Hora mò a chi volesse infilzare questi due rotti $\frac{3}{4}$, e $\frac{5}{13}$ di quarto, si moltiplica il Denominatore del primo rotto a man dritta, cioè il 13, con il 3 (Numeratore del secondo rotto) e fanno 39; al quale s'aggionge il 5, (Numeratore del primo rotto) che in tutto fanno 44; il quale si mette sopra vna virgoletta; e sotto di essa si mette la moltiplicatione de' suoi Denominatori 4, e 13, che fanno 52. Adunque infilzando $\frac{3}{4}$, e $\frac{5}{13}$ di quarto, riescono $\frac{44}{52}$, quali schisati per 4, fanno appunto $\frac{11}{13}$ d'vn intiero: e non d'altra parte.

Se li rotti fossero più di due; (siano quanti si vogliono) si comincia sempre a infilzare a man dritta, & infilzati li due primi rotti, come sopra, il Prodotto di questi s'infilza col terzo rotto; e parimente il Prodotto di questo, s'infilza col quarto: e così successiuamente. Due cose bisogna auuertire. La prima, che a man stanca

nel

nel primo luogo si mette il maggior rotto di quantità intrinseca; cioè il rotto dell'intiero; e poi de gli altri successivamente, secondo che uno nasce dall'altro. La seconda è: che sempre si comincia ad infilzare a man dritta; e per molti rotti, che s'infilzino, non possono mai arrivare a fare un tutto, ò intiero; perche il principio d onde nascono tutti li rotti de'rotti è pur ancor lui rotto. Per esempio. Chi volesse infilzare $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{5}$, & $\frac{1}{8}$ Infilzati li $\frac{2}{5}$, & $\frac{1}{8}$ nel modo sudetto: fanno $\frac{17}{40}$ Infilzando poi questi $\frac{17}{40}$ con li $\frac{3}{4}$, fanno $\frac{137}{160}$, Finalmente Infilzati questi $\frac{137}{166}$ con li $\frac{2}{3}$, (rotto maggiore, e primario) faranno in tutto $\frac{457}{480}$ d'un intiero. Li mancano solamente $\frac{23}{480}$ Li $\frac{3}{4}$ sono parte di $\frac{1}{3}$ solamente. Li $\frac{2}{5}$ sono parte di $\frac{1}{4}$. & $\frac{1}{6}$ è parte solamente di $\frac{1}{5}$, che perciò si chiamano rotti di vn rotto.

Ma se il rotto di rotto, si piglia in altro senso; cioè, che il rotto seguente sia minutia, e parte di tutto il rotto precedente; come se li $\frac{3}{4}$ fossero trè quarte parti di tutti li $\frac{2}{3}$, &c. l'inestamento, ouero infilzamento si fà così.

Supponiamo gl'istessi rotti cioè $\frac{2}{3}$ d'un intiero, $\frac{3}{4}$ di due terzi; $\frac{2}{3}$ di trè quarti, & $\frac{1}{8}$ di due quinti: Questi si descriuono, (come nell'altro modo,) col rotto primario a man manca così $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{1}{8}$, & a man manca si comincia l'infilzadura; (al contrario dell'altro modo, che comincia a man dritta.) Si moltiplica adunque il 2, (Numeratore del rotto primario) col 4, (Denominatore del rotto seguente,) e fanno 8; al quale aggiongendo 6. (Prodotto delli due primi numeratori 2, e 3.) fanno 14. Questo 14. si moltiplica per 5. (Denominatore del terzo rotto, e fanno 70. al quale agginngendo 12, (Prodotto delii trè numeratori 2, 3, 2, frà di loro,) fanno 82. Vltimamente moltiplicando questo 82 per 8, (Denominatore dell'ultimo rotto) fanno 656; al quale aggiondendovi 12 (Prodotto di tutti quattro li Numeratori fra di loro,) faranno 668, e questo sarà il Numeratore già infilzato. Per hauer mò il suo Denominatore; basta à moltiplicare fra di loro tutti li Denominatori de' proposti rotti; che nel caso

no-

noſtro ſarà 480. Adunque li $\frac{2}{3}$ d'vn tutto, li $\frac{3}{4}$ di $\frac{2}{3}$, li $\frac{2}{5}$ di $\frac{3}{4}$, di $\frac{2}{3}$, & $\frac{1}{8}$ di $\frac{2}{5}$, di $\frac{3}{4}$. di $\frac{2}{3}$ formano queſto rotto $\frac{668}{480}$. cioè vn intiero, e $\frac{188}{480}$. Ideſt $\frac{47}{120}$ (già ſchiſati.

Che queſto ſia così, facciamone la proua; riducendo ciaſcuna minutia di minutia a rotto d'intiero, (come hò inſegnato di ſopra a car. 29.) L' $\frac{1}{8}$ di $\frac{2}{5}$, di $\frac{3}{4}$, di $\frac{2}{3}$, diuentano $\frac{12}{480}$ d'vn intiero; che ſchiſati ſono $\frac{1}{40}$. Li $\frac{2}{5}$ di $\frac{3}{4}$, di $\frac{2}{3}$ diuentano $\frac{12}{60}$ d'vn intiero; che ſchiſati ſono $\frac{1}{5}$, e li $\frac{3}{4}$ di $\frac{2}{3}$ diuentano $\frac{6}{12}$ pur d'vn intiero; che ſchiſati ſono $\frac{1}{2}$, e poi vi ſono li $\frac{2}{3}$ d'vn intiero. Hora mò dico; che ſe ſi ſommaranno inſieme tutti queſti rotti d'intiero, cioè $\frac{1}{40}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{2}$, e $\frac{2}{3}$, faranno di brocca $1\frac{47}{120}$.

Frà queſte due ſpetie d'infilzare v'è queſta particolarità da oſſeruare, che nella prima ſpetie non biſogna mai ſchiſare alcuna minutia, nè ridurla a minima denominatione, fin che non ſi ſia finito d'infilzare: ma in queſta ſeconda ſpetie ſi poſſono ridurre a minimi termini tutte le minutie, ò parte di eſſe ſenza pericolo d'errore. E notiſi bene.

La prima ſpetie dell'infilzare ſerue di garbo per diuidere qual ſi voglia numero intiero, che ſia accompagnato da qualche rotto, per vn altro numero intiero. Per eſempio. Voglio partire 20, e $\frac{1}{4}$ per 12, ma per diuiderlo nel propoſto modo; diuidendo l'intiero 20 per 12, ne viene di Quotiente $1\frac{8}{12}$: e perche, chi voleſſe partire $\frac{1}{4}$ per 12, ne vengono $\frac{1}{4}$ d' $\frac{1}{12}$, ne ſeguita: che infilzando li $\frac{8}{12}$ col rotto propoſto da partire con l'intiero cioè $\frac{1}{4}$, ne vengono $\frac{33}{48}$. Ideſt $\frac{11}{16}$, e così per queſta Regola a partire $20\frac{1}{4}$ per 12, ne vengono di Quotiente $1\frac{11}{16}$. Il che rieſce anco per la Regola del partire. Si può anco far così. Pongânſi gl'intieri in forma di rotto, col Partitore ſotto, & il numero da diuidere ſopra la virgola, e poi ſi faccia l'infilzamento di queſta minutia con la minutia da diuiderſi. Ecco l'eſempio.

Nu-

Numero da partirsi	20	1
Numero partitore	12	4

$$\frac{81}{48}$$

Riescono $\frac{81}{48}$, cioè vn intiero, & $\frac{11}{16}$ come sopra.

Interrogationi sopra li Rotti.

S'Vno dicesse: hò infilzato tanti terzi, tanti quarti, tanti quinti, e tanti ottaui; che dall'vltimo rotto infilzato mi venne $\frac{457}{480}$: Hora mò, s'addimanda, quanti terzi, quarti, quinti, e quanti ottaui furono infilzati?

Per saperlo si fà così. Primo, si moltiplicano li Denominatori proposti, l'vno con l'altro; cioè 3, 4, 5, e 8; il che fatto, danno appunto 480, eguale al Denominatore di tutto l'aggregato proposto $\frac{457}{480}$.. Secondariamente si parte il Numeratore 457 per il Denominatore del primo rotto infilzato, che fù 8. In che fatto ne viene 57. di Quotiente, & auanza $\frac{1}{8}$. Questo Quotiente 57. si parte per il 5. (Denominatore delli quinti,) Il che fatto; s'hauerà 11. di Quotiente, & auanzarà $\frac{2}{5}$. Dopo questo, si parte il passato Quotiente 11 per 4 (Denominatore delli quarti) e ne verrà 2 di Quotiente; & auanzarà $\frac{3}{4}$. Finalmente partendo questo Quotiente 2 per 3 (Denominatore de'terzi,) ne verrà o di Quotiente, e restaranno pur $\frac{2}{3}$. Adunque li rotti infilzati, che produssero $\frac{457}{480}$, furono $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{5}$, e $\frac{1}{8}$, come in fatti si vede nell'. infilzadura de' medesimi rotti posto di sopra.

S'vno dicesse. Hò infilzato tanti mezi, tanti terzi, tanti quinti, e tanti ottaui, che l'vltimo Prodotto m'hà dato $\frac{3}{4}$. Quanti furono li mezi, li terzi, li quinti, e gli ottaui iufilzati?

Moltiplicando al solito li denominatori 2, 3, 5, e 8, l'vno con l'altro, fanno 240. E perche questo 240 non

si confà col 4 del proposto Prodotto, ne siegue, che il Prodotto sarà stato schisato, e cauatone li $\frac{4}{3}$. Per trouar mò il numero, per il quale hà schisato, basta a partire il 240. per 4, e ne verrà 60, per il quale fù schisato tutto il corpo dell'infilzadura. Moltiplicando adunque il 3. de' trè quarti per 60 fanno 180. e moltiplicando il 4 pure per 60. fanno 240. E io dico, che $\frac{180}{240}$ fù tutto l'aggregato dell'infilzadura. Fanne la proua col partire il 180 per tutti li Denominatori de' rotti, e riusciranno $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, [illegible] e [illegible].

Quando poi la somma del Denominatore de' rotti moltiplicati, non incontra il Denominatore del proposto aggregato; è chiaro segno, ò che non propone sinceramente l'infilzadura, ò che hà fallato nell'infilzare.

S'addimanda; da che numero fù sottrato $\frac{1}{3}$, che ne restò $\frac{1}{4}$?

In questo, & in altre simili domande: basta a sommare insieme il $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{4}$; Il che fatto; danno $\frac{7}{12}$. Adunque da $\frac{7}{12}$ fù sottrato $\frac{1}{3}$, e restò $\frac{1}{4}$. Fanne la proua, col sottrare $\frac{1}{3}$ da $\frac{7}{12}$, e vedrai, che in fatti ne resta $\frac{1}{4}$.

S'addimanda; che numero si può aggiongere a 2, e $\frac{2}{3}$, che faccia 8, e $\frac{3}{4}$?

Questa proposta è tutta al contrario della passata: e però sì in questa come in altre simili, basta a sottrare li 2, e $\frac{2}{3}$ da 8, e $\frac{3}{4}$; il che fatto; ne resta 6, e $\frac{1}{12}$, e questo è il numero, al quale aggiongendo 2, e $\frac{2}{3}$ fanno appunto 8, e $\frac{3}{4}$, Se ne vuoi la proua, somma li 6, & $\frac{1}{12}$ con li 2, e $\frac{2}{3}$, e vedrai, che fanno 8, e $\frac{3}{4}$.

S'addimanda; qual è quel numero, che partito per 3. e $\frac{1}{2}$, me ne venghi 5. e $\frac{2}{3}$.

Questa, e simili proposte si sciolgono col moltiplicare. Moltiplica li 3 $\frac{1}{2}$, con li 5 $\frac{2}{3}$, e ne verrà 19 $\frac{5}{6}$ di Prodotto. E questo è il numero, che partito per 3 $\frac{1}{2}$, ne viene 5 $\frac{2}{3}$.

S'addimanda. Con qual numero si moltiplicaranno 2 $\frac{1}{3}$, che facciano 5 $\frac{3}{8}$?

Questa, e simili richieste si risoluono col partire Partiscansi li 5 $\frac{3}{8}$ per 2 $\frac{1}{3}$; e di Quotiente ne verrà 2 $\frac{17}{56}$, e questo sarà il numero, che moltiplicato per 2 $\frac{1}{3}$, faranno 5 $\frac{3}{8}$.

Modo

Modo id ridure varie ſpecie di monete, ò peſi in parte del ſuo tutto.

S'Addimanda. Che parte d'vna Lira, ſiano ſoldi 12 Denari 7. $\frac{3}{4}$, Noi ſappiamo, che 20 ſoldi fanno vna Lira. Adũque quei ſoldi 12 ſaranno $\frac{12}{20}$ d'vna Lira. E perche 12 Denari fanno vn ſoldo, quei Den 7 ſarãno $\frac{7}{12}$ d'vn ſoldo, e li trè quarti ſaranno $\frac{3}{4}$ d'vn Denaro, e ſtaranno in queſta forma $\frac{1}{20}$, $\frac{7}{12}$, e $\frac{3}{4}$. Queſta adunque, e ſimili propoſte ſi riſoluono per la Regola dell'Infilzare Infilzati li $\frac{3}{4}$ con li $\frac{7}{12}$, fanno $\frac{31}{48}$, e queſti ſono minutie d'vn Soldo. Infilzando poi $\frac{31}{48}$ con li $\frac{12}{20}$, faranno $\frac{607}{960}$, e ſonò parti d'vna Lira, il qual numero, non potendoſi ſchiſare, ſi laſcia coſi.

Addimando. Lir. 2. Sol. 16. Din. 5 $\frac{3}{8}$, che parte d'vn Scudo ſono?

E perche 4 Lire fanno vn Scudo; così s'ordina queſta propoſitione $\frac{2}{4}$, $\frac{16}{20}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{3}{8}$, e poi s'infilza al ſolito.

Addimando Libre 20, oncie 10, e $\frac{6}{7}$ di Lino, che parte ſiano d'vn Peſo?

Biſogna ſapere, che 25 Libre fanno vn Peſo, & 12 Oncie vna Libra. Il che ſaputo, s'ordina così in queſito $\frac{20}{25}$, $\frac{10}{12}$, $\frac{6}{7}$, e poi s'infila al ſolito. E così con queſto giudicio ſi riſolue qualſiuoglia altro ſimile queſito. Queſto ſolo biſogna auuertire, che per Denominatore di qualſiuogla minutia, ſi ſerue del tutto, ò intiero d'eſſe minutie; come s'è fatto ne ſoprapoſti queſiti; ne'quali per Denominator de' Soldi, s'è pigliata la Lira intiera. Per Denominator de'Danari, s'è pigliato il Soldo intiero. Per le Libre di Lino ſi pigliò il Peſo, e per l'Oncie la Libra intiera.

Finalmente, ſe foſſe addimandato, Denari 9, che parte ſono d'vna Lira? In queſto, e ſimili queſiti, perche li Denari non prouengono immediatamente dalla Lira, ma da Soldi; biſogna prima vedere, che parte d'vn Soldo ſiano li 9 Denari; Il che facendo, ſi troua, che ſono $\frac{3}{4}$. Hora queſti $\frac{3}{4}$ ſi moltiplicano per il tutto di che ſon parte; cioè cõ $\frac{1}{20}$, e il Prodotto ſarà il numero cercato. Vn Soldo ſi dice vn painteſimo. Moltiplica adũque $\frac{1}{20}$, cõ $\frac{3}{4}$, e ne verrà $\frac{3}{80}$, e tante parti appunto d'una Lira ſono li 9. Denari.

Chi voleſſe mò ſapere, che parte d'vn Scudo ſian quei

9. Denari; basta a moltiplicar quei $\frac{3}{80}$ per $\frac{1}{4}$. Dico per $\frac{1}{4}$, perche diuidendosi il Scudo in 4 Lire; il Denominatore d'esso Scudo diuiso è 4; Moltiplicãdo adunque $\frac{3}{20}$ per $\frac{1}{4}$, ne verrà $\frac{3}{320}$, siche 9 Denari sono $\frac{3}{320}$ d'vn Scudo. Fanne la proua così. Cõuerti il Scudo in Denari, che sono 960. diuidali per 9. e ne verranno Denari $106\frac{2}{3}$. Schisa mò quel rotto di Scudo $\frac{3}{320}$, e di garbo ne vengono Denari $106\frac{2}{3}$, e tanto basti per conclusione di questo Capitolo.

DELLA REGOLA DEL TRE.

CAP. V.

QVesta regola del Trè è chiamata Regola delle Proportioni, e per eccellenza Aurea. Si perche nõ falla mai, sì anco perche mirabilmente serue non solo a Matematici nelle loro operationi, mà facilita, e s'intromette ancora ne'negotij, e traffichi Mercanteschi. Questa Regola cõsiste in questo: che dati, ò proposti tre numeri, si troua in quarto numero proportionato incognito; qual sempre riesce della natura del secondo, e quella proportione, che si troua frà il primo, ed il secondo numero, ò termine della propositione, quella medesima hauerà il terzo col quarto. Nè altro ci vuole, per hauer l'intento; che moltiplicare il secondo col terzo termine; e il Prodotto partirlo per il primo; perche il Quotiente sarà la quarta cosa, o numero cercato, e della natura (come hò detto) del secondo.

Per non errare, bisogna sapere, che il primo numero deue essere della spetie, e di simil parti del terzo, & il secondo, (finita l'operatione) sarà della spetie, e di simil parte col quarto, che si cerca Laonde bisogna auuertir bene la propositione, e se non fosse ordinata di proposito, ordinarla bene, e porla in forma.

Mà per maggior chiarezza bisogna esser auuertito, che in qual si voglia quesito sempre si fà vn supposto, ed vna dimanda. Il supposto occupa sempre li due primi termini d'ogni quesito, perche sono compagni, e la doman-

manda è ſempre ſola, e diſcompagnata, qual ſi mette ne terzo luogo del queſito. Per eſempio.

Se quattro Mine di Formento coſtano Lir. 40. quanto coſtaranno Mine 85.

Volendo adunque ſaper quanto coſtino le Mine 85. Io faccio vn mio ſuppoſto, e metto per fondamento, che le quattro Mine coſtino Lir. 40, perche tanto vale, ò ſi ſtimano le 4 Mine, quanto le Lir. 40. E però notiſi bene, che nel primo, e ſecondo luogo ſempre ſi mettono le due coſe compagne, ancorche nel proporre li queſiti con parole ſi pronunciaſſe prima la domanda, che il ſuppoſto. Come chi diceſſe.

Quanto coſtano Mine 85. à ragion di Lir. 40. per ogni quattro Mine?

In tal caſo biſogna ordinare li termini, &c.

Doue ſia fondata queſta Regola d'oro, l'hauerai nel trattato delle Proportioni. Mà per eſſer Regola tanto neceſſaria, & vtile, quì metterò, e breuemente toccarò molti caſi pratici, e che poſſono baſtare, per ammmaeſtramento. Veniamo alla pratica.

Queſito Primo.

Con 12 Soldi ſi comprano 3 Libre di Carne: con 100 Soldi quante Libre ſe ne compraranno?

Queſto queſito è bene ordinato. Moltiplicanſi li 100 Soldi con le 3 Lib. di carne; e il Prodotto diuidaſi per 12 Soldi, ed il Quotiente ſarà il quarto numero cercato. Con 100 Soldi ſi comprariano 25 Libre di carne.

	Lib.	100
	Sol.	3
12	|	300
	Lib.	25

Queſito Secondo.

Con 100 Soldi ſi comprano 25 Libre di carne: con vn Scudo quante Libre ſe ne comprariano?

Queſto queſito non è bene ordinato: perche il terzo numero non è di ſpetie; e di ſimil parte del primo poi-

che il primo è di Soldi, ed il terzo è di scudo. Conuertisi il Scudo in 80 Soldi, e poi s'operi, come sopra. Con vn Scudo se ne comprariano 20 Libre.	80 25 ——— 100 | 20 | 00

Quesito Terzo.

Vn Moggio di Grano costa Scudi 20. Quanto costaranno Moggie 256?

Mà perche qualsiuoglia numero partito per l'vnità non si diminuisce, però sì in questo, come in qualsiuoglia altro quesito, ch'habbia l'vnità nel primo luogo, basta à moltiplicare il secondo col terzo termine, perche il Prodotto sarà la quantità cercata, e la valuta dal terzo termine.

Moggia 256

Scudi 20

———

Le Moggia 256 costariano Scudi 5120

Quesito Quarto.

Se Moggia 256 di Formento costano Scudi 5120; vn Moggio quanto vale?

Per prima operatione di questo quesito bisognaua moltiplicare vn Moggio con li 5120 Scudi; mà perche l'vnità non accresce il numero moltiplicato per essa; però sì in questa, come in qualsiuoglia proposta, ch'habbia l'vnità del terzo luogo non occorre far moltiplicazione del secondo col terzo termine; ma basta partire il secondo per il primo numero. Il che facendo nel nostro caso, vn Moggio di Formento costaria pur 20. Scudi.

256 — 5120 — 20
512.
———
. . . 0

Quesito Quinto.

Con 50. Lire ho comprato 94 Brazza di tella. Quanto vale, ò costa vn Brazzo?

Questo quesito nõ è bene ordinato. Me ti le 94 Brazza nel primo luogo, e le 50 Lire nel secondo, dicendo. Se brazza 94 costano L. 50. bra. 94. de. 12000 quot. de. 127. $\frac{62}{94}$. Quanto valerà vn Brazzo? Operando: vedrai, che vn Brazzo costa Soldi 10, Denari 7, & $\frac{62}{94}$ d'vn Denaro. Vero è, che per esser maggiore il Partire, che non è il numero da diuiderfi, bisogna conueire le 50. Lire in Soldi: moltiplicandole per 20, e li Soldi conuertirli in Denari, moltiplicandoli per 12. Il quotiente poi si parte per 12. per ridurre li Denari in Soldi. E così con simili quesiti.

```
   Lir.  50
         20
   ———————
  Soldi 1000
         12
   ———————
        12000 quot. de. 127. 62/94.
         94       Sol. 10. 7. 62/94
   ———————
        260
        188
   ———————
        720
        658
   ———————
         62
```

Quesito Sesto.

Quanto si cauaria d'Voua 2750, a ragion di Lir. 2. Sol. 10 il Cento?

Ordina così la propositione.

Se 100 costano Lir. 2 10. Quanto costaranno 2750?

Prima d'ogni cosa si conuertono in Sol. di Lire 2, à quali Sol. s'aggiongono gl'altri 10 Soldi. Ciò fatto. Si moltiplicano l'Voua 2750 per li Soldi 50, e di Prodotto ne veranno Soldi 137500. Ma perche bisognaria partirli per 100, basta a tagliare al solito due figure, e per il Quotiente restaranno Sol. 1375. Per ridurre mò questi Soldi 1375. in Lire si taglia vn al-

```
  20                        50
 ———                 ———————————
  50.          Sol. 1371    100
               Lir.  68 ——— 15
```

tra figura, ed il resto 137 diuiso per metà, ne vengono Lir.68.Sol.15.E tanto costariano l'Voua 2750.

Questa sia Regola vniuersale, che quando nel secondo termine del quesito vi siano diuerse spetie di prezo, ò di mercantia, come di Lir. Soldi, e Denari; Ouero di Brazzo, e d'Oncie, &c in tal caso sempre si conuerte ogni cosa nella quantità minore; cioè in Denari, In Oncie, &c. E poi si moltiplicano questi Denari, ouero Oncie con la terza cosa, e il Prodotto si parte per la prima. Fatta la diuisione; Se il Quotiente sarà di Denari, per ridurlo in Lira si parte prima per 12, e poi per 20. Se sarà di Soldi si parte solamente per 20 &c.

Quesito Settimo.

Quanto spenderia Vno in Brazza 12 di panno, e 6. Oncie: à ragione di Lir.645 — 15 per ogni 100. Brazza? Ordina così il ques. Se Bra.100 Li.645. 15. che bra.12:6?

Quanto al secōdo numero, à bastanza s'è parlato delle minutie nel passato quesito; e del modo, che si deue tenere; A desso mò bisogna sapere: che quādo nel primo, ò nel terzo numero della proposta; (già ordinata) saranno minutie: ouero nell'vno, e nell'altro: all'hora

```
 12      20              12
———  ———  ———          ———
On. 1200.  12900 Sol.   Onc. 150
              15.Sol.
           ———————
           12915.Sol.
             150.Onc.
         ———————————
           645750
          12915
        ———————————
 12|00|19372|5 0. Sol.
Sol.del Quot. 161|4·450. Sol.da
     Lir.80. - 14     (farsi in Lir.
```

si conuertano tutti gli sani dell'vno, e dell'altro numero, nella spetie delle loro minutie, e questo non per altro; se non accioche il primo, e il terzo numero siano di spetie, e di parti simili, come da principio s'è detto. Il che facendo, nel proposto quesito; le brazza 12. onc. 6. costaranno Lir. 80. Sol. 14. E perche auanzano 450 Soldi,

da partirsi in 1200 parti: (il che non si può fare,) bisogna conuertirli in Denari, e poi partirli per il 1200: il che facendo, ne vengono 4. Denari e $\frac{600}{1200}$. Si che in tutto, e per tutto le 12 Brazza, e 6 oncie costariano Lir. 80. Sol. 14. Den. 4. e $\frac{600}{1200}$, cioè $\frac{1}{2}$. E questo serui d'auuiso per altri casi simili.

REGOLA DEL TRE.
Con Rotti in qualsisia termine.

CAP. VI.

SIn quì hò proposto quei quesiti, che possono seruire d'esemplare; volendo operare alla semplice secondo il costume Mercantesco: parlando à Scudi, Lire, Soldi, e Denari, che sono certi tutti, ouero intieri di diuerse spetie. (Benche habbino relatione l'vno all'altro.) Le Lire sono parti d'vno Scudo. Li Soldi sono parti d'vna Lira. E li Denari sono parti d'vn Soldo. Ma chi volesse operare più maestralmente per via di rotti. (Il che riesce di manco fatica, e con meno figure si risoluono li quesiti) quì insegno vna Regola generale, e tanto facile, quanto desiderar si possi. Alcuni Scrittori hanno voluto insegnare Regole particolari, quando fossero rotti nel primo termine solamente. Quando ne fossero nel secondo, ò nel terzo solamente. Quando ne fossero in due, quali si siano, &c Le quali Regole sono tutte superflue; nè seruono ad altro, che a confondere la mente de' principianti, e farli andar via la voglià di studiare: poiche con la Regola, che quì s'insegna, si risolue ogni proposto quesito: habbia mò rotti in tutti; ò in qual si voglia termine della propositione. E poi, chi hà imparato bene il moltiplicare, & il partire de' rotti, non hà bisogno d'altro ammaestramento: poiche l'operatione del secondo termine col terzo si fà col moltiplicare de' rotti: e l'operatione del primo termine, col Prodotto del secondo nel terzo, si fà col partire de' rotti. Ma lasciamo le parole, e veniamo alli fatti: perche più gioua vn oncia di buona pratica, che vn Peso di Teorica.

Que-

Questa è la Regola. Prima d'ogni cosa si riducono tutti gl'intieri alla natura del suo rotto: e se vno, ò due termini della propositione, non haueßero rotto; quei sani si mettono in forma di rotto: cioè, li sani sopra la virgola con l'vnità sotto di essa.

Secondariamente. Per hauere il general Diuisore dell'operatione, si moltiplicano insieme li Denominatori del secondo, e terzo termine: & il Prodotto si moltiplica subito col Numeratore del primo termine: e così il Prodotto di questa seconda moltiplicatione, sarà il ricercato general Diuisore.

Terzo. Per hauere il numero vniuersale da diuidersi, si fà così. Si moltiplicano insieme li Numeratori del secondo, e terzo termine; & il Prodotto si moltiplica subito col Denominatore del primo termine. Il che fatto il Prodotto di questa seconda moltiplicatione sarà il ricercato numero, da diuidersi per il già ritrouato Diuisore. Fatta poi la diuisione: il Quotiente di tal partitione, sarà la conclusione del quesito; e della natura del secondo termine.

Bisogna auuertire, che il Prodotto del secondo nel terzo termine da diuidersi è sempre della natura del secondo termine: che se non fosse: nè anco tale saria il Quotiente. Si che, se il secondo termine sarà prezo; prezo sarà parimente tal Prodotto: e se sarà mercantia; mercantia parimente sarà il Prodotto. Veramente non si può desiderare d'auantaggio; & in pratica non si deue partire da questo modo d'operare. O veniamo all'vso pratico.

Quesito Primo.

Brazza 5, e $\frac{2}{3}$ di Veludo costano Scudi $7\frac{3}{4}$, Quanto costaranno Brazza 12. e $\frac{7}{8}$.

Ordina così la propositione. Brazza $\frac{17}{3}$ — Scud. $\frac{31}{4}$ — Braz. $\frac{103}{8}$

Terzo Denominatore. 8 Terzo Numeratore. 103

Se-

Secondo Denominatore	4	Secondo Numeratore.	31
Primo Prodotto.	32	Primo Prodotto.	3193
Primo Numeratore	17	Primo Denominatore.	3
Second. Prod. e Diu.	544	Num. da partirsi.	9579

Diuisore 544 — 9579 — Quot. Scu. 17.
544.
4139
3808
331. Scu. da farsi in Lir.
4

Diuisore 544 — 1324 — Quot. Lir. 2.
1088
236. Lir. da farsi in Sol.
20

Diuisore 544 — 4720 — Quot. Sol. 8.
4352
368 Sol. da farsi in Den.
12

Diuisore 544 — 4416 — Quot. Den. 8, e $\frac{64}{544}$, cioè $\frac{2}{17}$.
4352
..64

Le Brazza 12, e $\frac{7}{8}$ costariano Scud. 17. Lir. 2. Sol. 8. Din. 8, e $\frac{2}{17}$.

Questa prima operatione l'hò fatta con quella chiarezza, che si vede, acciò s'impari bene il modo d'operare.

rare. Ma perche l'intelletto humano non resta mai sodisfatto, nè s'acquista facilità nell'operare, finche non arriui à conoscere il *propter quid* delle cose: quì voglio sotto breuità far capire la forza di questa operatione, tanto facile, & vniuersale. O stiamo nel precedente quesito.

Noi habbiamo questi trè rotti $\frac{17}{3}$, $\frac{31}{4}$, e $\frac{103}{8}$; Moltiplicando il secondo, col terzo, mi viene questo rotto $\frac{3193}{32}$; e perche deuo partir questo $\frac{3193}{32}$, per il primo rotto, cioè $\frac{17}{3}$ di necessità bisogna moltiplicarli in croce, per ridurli ad vna medema denominatione, & il Prodotto metterlo sotto il Numeratore. Hora mò; moltiplicando il Denominatore 32 col Numeratore 17, ne viene 544, che serue per l'vniuersal Diuisore. Moltiplicando poi il Denominatore del primo rotto col Numeratore 3193 di Prodotto ne verrà 9579, per il numero da partirsi; che appunto è la medema operatione, fatta nella risolutione del quesito. Chi la capisce buon prò li faccia.

Quesito Secondo.

Brazza 2, e $\frac{1}{4}$ di Damasco costano Lire 9, e $\frac{4}{5}$; Che valeranno Brazza 8?

Brazza $\frac{9}{4}$ Lir. 9. $\frac{4}{5}$ Brazza $\frac{8}{1}$.

```
                                    49
                                     8
         1                         ———
        ———                         392
         5                           4
         9   Num. da part.        1568 Quot. Lir. 34.
Partitore 45                      135
                                  218
                                  180
                                   38 Lir. da farsi in Sol.
                                   20
        Partitore 45 - 760 - Quot. Sol. 16.
                        45 .
                       310
                       270
                        40 Sol. da farsi in De.
                        12
   Partitore 45 - 480 - Quot. D. 10. 30/45, cioè 2/3
                  45 .
                  30
```

Le Brazza 8 costariano Lir. 34. 16. 10. e $\frac{2}{3}$ (già schif. il rotto) In questo Quesito vi sono rotti solamente in due termini, 1, e 2.

Quesito Terzo.

Quanto costariano Lib. 75. di Cera bianca à Sc. 12, e $\frac{4}{5}$ il Cento. Ordina così il quesito. Se Lib. $\frac{100}{1}$. Scud. $\frac{64}{5}$, che $\frac{75}{1}$.

```
   1
  ———
   5
  100
```

Di-

Diuisore 500 75
64

300
450

Diuisor. 500 — 4800 Quot. Scu. 9.
4500

300 Sc. da farsi in Lir.
4

Diuisor. 500 — 1200 Quot. Lir. 2.
1000

200 Li. da farsi in Sol.
20

Diuisor. 500 — 4000 Quot. Sol. 8.
4000

....

Questa propositione hà rotti solamente nel secondo termine, e così le 75 Libre di Cera costariano Scud. 9 Lir. 2. e Sol. 8. in punto. E tanto basti in questa materia della Regola del trè ordinaria, e piana.

QVESITI STRAORDINARII.
CAP. VII.

HAuendo nel Capitolo precedente insegnato il modo di rissoluere per la Regola Aurea, li quesiti ordinarij, e piani: in questo Capitolo giudico bene il proporre alcuni altri quesiti straordinarij; quali souente sogliono occorrere nel mercantare: e se bene si risoluono pur essi ancora per la Regola del Trè: nondimeno ricercano qualche discorso d'intelletto; per aggiustare la propositione in modo, che la Regola v'habbia luogo, e si possi maneggiare. Alla pratica.

Que-

Quesito Primo.

Vno compra del Melle a ragion di Scudi 5. il Cento (cioè per ogni 100. Libre) e lo riuende poi a ragion di Scudi 6, e $\frac{1}{4}$ pur il Cento. Addimando. Quanto guadagna questo tale per ogni 100. Scudi, che impieghi in questa marcantia?

Questo è chiaro; che per ogni 5. Scudi, che spende, ne guadagna vno, & $\frac{1}{4}$. Ordina adunque così la propositione. Se Scudi 5. guadagnano Scudi 1, e $\frac{1}{4}$, che guadagnaranno Scudi 100? Operando secondo la Regola: vedrai, che guadagna Scudi 25. E così con casi simili.

Quesito Secondo.

Vno compra all'ingrosso vn Sacco di Castagne, quali paga a ragione di Lire 15. il Cento; e pesa lib 674. Questo amico vendendole alla minuta 20. Quattrini; cioè Soldi 3, e Denari 4. la Libra: addimanda se guadagna, ò perde, e quanto per Cento.

In questa, e simili proposte bisogna vedere quanto vende, ò caui d'vn Centenaro, venduto alla minuta; così. Se Lib. 1. vale Sol 3 Din. 4. che valeranno Lib. 100? Il che fatto, si vede chiaro che vi guadagna Lir. 1. Sol. 13. Din. 4. per Cento. Per saper mò quanto guadagni in tutto il Sacco: si dice così. Le Lib. 100. guadagnano Lir. 1. Sol. 13. Din. 4. che guadagnaranno Lib. 674? Operando in tutto il Sacco guadagna Lir. 11. Sol. 4. Din. 8 Ma se per nome di Cento s'intendesse, quanto guadagni per ogni cento Lire di prezo, s'operaria come nella passata propositione: cioè. Se Lir. 15. impiegate in tante Castagne guadagnaranno Lir. 1. Sol. 13. Din. 4. che guadagnaranno Lir. 100.

Quesito Terzo.

Vn Droghiero compra vna quantità d'Oglio grande, e per ogni cento Scudi, che spendi, ne vorria guadagnare 10. vendendo però detto Oglio Soldi 6. la Libra. Hora mò questo Droghiero desidera sapere, quanto può pagare l'Oglio il Cento; acciò vendendolo (come sopra) guadagni li pretesi 10. Scudi.

In questa, e simili ragioni bisogna sapere, che chi

vuo-

vuole guadagnare 10, per Cento; vuole di 100, far 110, ma fondato però sopra quel vendere l'Oglio vn tanto determinato per Libra: Per prima operatione adunque bisogna far conto, quanto si caui del Cento a ragion del prezo tassato per Libra. E perche vuol vender l'Oglio Soldi 6. la Libra; chiara cosa é, che l'Oglio gli verrà venduto Lir. 30 il Cento.

Fatto questo, si dice così. Se 110 vengono da 100. Lir. 30. da quante verranno? Operando al solito; verranno dà Lir. 27 -- 5 - 5 $\frac{5}{11}$. E questo é il prezzo, che per Cento s'hà da comprar l'Oglio. Adunque, se il Droghiero vuol vendere l'Oglio Soldi 6. la Libra; e guadagnarui 10. Scudi per cento Scudi che spendi; deue egli comprar l'Oglio a ragione di Lir. 27. Sol. 5. Din. 5. e $\frac{5}{11}$ il Cento: cioè per ogni quattro Pesi.

E che sia il vero; facciasi la proua in questa maniera. Sottragansi le Lir. 27. Sol. 5. Din. 5. e $\frac{5}{11}$; dalle Lir. 30. e ne restaranno Lir. 2. Sol. 14. Din. 6. è $\frac{6}{11}$ (che viene ad essere il guadagno, che per ogni 100. Libre d'Oglio fà il Droghiero) Fatto questo si dice così. Se Lir. 27. Sol. 5. Din. 5 e $\frac{5}{11}$ spesi in tanto Oglio, mi guadagnano Lir. 2. Sol. 14. Din. 6, e $\frac{6}{11}$, che mi guadagnaranno Lir. 400. che sono li 100. Scudi? Opera al solito, e vedrai appunto, che per li 100. Scudi il Droghiero guadagna li pretesi 10. Scudi.

Quesito Quarto.

Vn Mercante compra delle Gallette, con intentione di riuenderle poi a ragion di Scudi 24 il Cento; e di guadagnarui 12. per Cento di quanto spenderà in comprar Gallette. S'addimanda. Quanto deue pagarle, per hauer l'intento?

Questa propositione é poco dissimile dalla passata. Si dice adunque così. Se 112 trà guadagno, e capitale mi dà 100. di puro capitale; che mi darà Scu. 24 pur di guadagno, e capitale? Operando al solito, ne vengono Scudi 21, $\frac{1}{40}$ Adunque se il Mercante vuol vendere le Gallette 24. Scudi il 100. e guadagnarui 12. per Cento: bisogna, che lui le compra per Scu. 21, e $\frac{3}{7}$ il Cento.

Que-

Quesito Quinto.

Io vendo l'Vua schiaua Sol. 4. la Libra, e mi trouo guadagnarui 5. per Cento. Addimando, quanto costa a me di prima compra?

Questa, e simili ragioni si fanno come le passate così. Se 105 mi dà 100, che mi daranno Soldi 4? Operando al solito, haurai Sol. 3. e $\frac{1}{2}\frac{7}{1}$, che fatti in Din. sariano Din. 9. e $\frac{1}{7}$ di Denaro. Adunque hò comprato l'Vua schiaua a ragione di Soldi 3 Din. 9, e $\frac{1}{7}$ la Libra.

Quesito Sesto.

Pietro vende vna quantità di Cera a ragione di Scudi 8. il Cento: e facendo bene il conto; troua d'hauerui perso 10. per 100. Hora s'addimanda quanto costasse a Pietro la Cera il 100.

Queste simili ragioni si fanno, come le passate: non v'è altro da osseruare; se non che bisogna scemare, ò calare la perdita del capitale; si come per contrario al capitale parimente s'aggionge il guadagno preteso, ò fatto a ragion di Cento; di Milliaro, ò di Libra. Dirassi adunque così. Se 90 auanti la perdita erano 100, che erano Scudi 8. Opera al solito, e vedrai riuscirne Scudi 8., e $\frac{8}{9}$; e tanto appunto costò la Cera a Pietro il 100. Se ne vuoi la proua, dirai così, Se in Scudi 8, e $\frac{8}{9}$, perdo $\frac{8}{9}$ che perderò in 100. Scudi? Operando al solito; si troua perdersi appunto 10. per 100.

Quesito Settimo.

Intende, che mio Padre comprò vna Possessione: nè sò per quanto: trouo ben sì, ch'auendola venduta Scudi 3000. vi perse 16. per 100. Sarei mò curioso di sapere quanto costasse, a mio Padre la Possessione.

Questo quesito è come il passato. Leuansi Scudi 16 da Scudi 100, e ne restaranno solamente 84; e poi dicasi. Se 84 prima della perdita erano 100. Quanti furono 3000? Operando per la Regola, ne vengono Scudi 3571. $\frac{3}{7}$. E per tanto appunto mio Padre comprò la possessione.

Due cose bisogna osseruare in queste ragioni. La prima è che nel primo luogo si mette sempre quella cosa,

che contiene il capitale; con la perdita, ò guadagno; e nel secondo luogo si coloca il capitale puro, e così l'auuenimento sarà della specie, ò natura, non della seconda cosa, (come doueria) mà sarà simile alla terza cosa. L'altra osseruatione è questa, che la prima, e seconda cosa si notano senza alcun nome, perche sono generali, talmente che possono seruire à qualsiuoglia spetie di Moneta, ò di Peso: sia mò à ragione di Libra, di Cento, ò di Miaro: di Scudo, di Lire, di Soldi, &c. perche in tutte loro ritiene la douuta proportione.

Quesito ottauo.

Vna Botte hà trè Spine, ò Canelle diuerse; Chi apre la piccola, si vuota la Botte in trè giorni; Se la seconda, in due giorni; e se s'apre la maggiore; si vuota la Botte in vn sol giorno. S'addimanda. Chi le aprisse tutte trè d'accordo, in quanto tempo si vuotaria?

Per ordinare questa, e simili propositioni, si dice così. Se la Spina picciola in 72 hore vuota vna Botte, la seconda, ò mezzana ne vuotaria vna, e meza, e la maggiore ne vuotaria trè: mà per rispetto di quella meza, bisogna ridurle tutte in meze, Dicasi adunque così.

Se 11. meze Botte si vuotano in 72 hore: due meze, (che sono la proposta Botte) in quanto tempo si vuotaranno?

2

———

Diuis. 11 — 144. hor.

La Batte si vuotaria in hore $13.\frac{1}{11}$.

Quesito Nono.

Vn Sarto promette, e li basta l'animo di far vn vestimento in 4 giorni. Vn altro lo faria in 3. Vn altro in 2. E vn altro lo faria in vn sol giorno. Se tutti quattro lauorassero vnitamente insieme, in quanto tempo lo fariano?

Per fuggir rotti in questa, e simili domande per la Regola dell'Accattare si troua vn numero, che sia diuisibile per 1. 2 3. e 4. E per il minimo sarà 12. il quale rappresenta 12. giorni ne' quali il primo Sarto faria 3. vestimenti. Il secondo 4 Il terzo 6. E il quarto ne faria 12.

che

che in tutti sariano 25. vestimenti: ciò fatto per la Regola si dice Se 25. vestimenti si fariano in 12.giorni, vna sol veste in quanto tempo si farà? Si farà in $\frac{12}{25}$ di giorno; cioè in hore 11 minuti 39 $\frac{1}{5}$. Bisogna sapere, che 60 minuti fanno vn hora, 60.secondi fanno vn minuto, 60 terzi fanno vn secondo &c.

Quesito Decimo.

Vn altro hà trè Operarii di varii talenti. Ad vno dà Soldi 15. il giorno. Al secondo ne dà 11. & al terzo ne dè solamente 8. Mà acciò vno non habbia da inuidiare l'altro, fà lauorare tanto ciascun di loro, che tutti r ceuino eguale quantità de'Denari, S'addimanda. Quante giornate hauerà da lauorare ciascun di loro?

Per la Regola dell'Accattare, si troua vn numero diuisibile per 15. per 11. e per 8. e questo sarà 1320. Dipoi si parte questo nnmero per il prezzo, ch'ognuno hà il giorno, cioè per 15. per 11. e per 8. E così il Quotiente sarà la quantità de'giorni, che ciascuno deue lauorare. Il primo hauerà da lauorare 88 giorni. Il secondo 120 E il terzo 165. Così con simili quesiti.

Quesito Vndecimo.

Vorrei macinare 15. Corbe di Formento, e perche hò fretta, vado in luogo doue sono 3 Molini, vno de'quali le macinaria in 8.giorni, l'altro in 6. giorni, e il terzo se ne sbrigaria in 3 giorni. S'addimanda à farli lauorar tutti trè insieme, in qnanto tempo le macinaranno.

In altri modi si potria sciogliere il quesito, ma breuissimamente faccio così. Per la Regola dell'Accattare trouo vn numero ch'habbia le parti d'8. di 6. di 3. Il quale è 144. e questo partendolo per 8. per 6. e per 3. ne vengono 18.24. e 48. quali sommati insieme fanno 90. Finalmente diuiso il 144 per questo 90 di Quotiente ne viene 1 $\frac{3}{5}$. Adunque tutti 3. li Molini insieme macinariano le 15. Corbe di Formento in giorni 1 $\frac{3}{5}$. Questo è modo breuissimo, ma la causa dell'operatione è occulta.

Chi volesse risoluerlo per altro modo, come s'è fatto con la Botte, bisognaria vedere quante Corbe ne Macinaria la 3. Macina in 8.giorni, e quante la 2. La terza

per la Regola del trè ne macinaria Corbe 4. e la seconda Corbe 20. le quali vnite con le Corbe 15. che in 8. giorni macina la prima, fanno Corbe 75 Si dice poi per la Regola. Se Corbe 75. sonò macinate in 8. giorni, Corbe 15. in quanti saranno macinate. Operando al solito saranno macinate pure in giorni 1. $\frac{3}{5}$. E tanto basti per far strada all'ingegnoso studente.

BELLISSIMA OSSERVATIONE NELLA REGOLA DEL TRE.

NEl principio di questo Capitolo, hò detto frà l'altre cose, che la Reg. del Trè deue hauere questa conditione, che la prima cosa sia della spetie, e di simili parti della terza, e la seconda similmente sia dell'istessa natura della quarta, che si cerca. Ma perche sono più li casi occorrenti, che le leggi, ò precetti; adesso io dico che ogni volta, che la prima, e seconda cosa, ò termine della Regola del Trè, saranno simili di nome, & il terzo dissimile: in tal caso senza accordare la terza con la prima, (ed è contra (s'opera al solito, se l'auuuertimento sarà la cosa, che si ricerca, non simile al secondo termine della Regola, ma sarà natura del terzo termine E per meglio esser inteso, propongo due quesiti.

Quesito Primo.

Vno comprò Soldi 18. di Canella per riuenderla; nel che vi guadagnò Soldi 2. Se'l Mercante comprasse 30. Scudi di Canella, quanto vi guadagnaria?

Senza muouere cosa alcuna; moltiplicando al solito il 30. per 2. farà 60. e partendo questo 60. per il 18 ne verrà di Quotiente 3 $\frac{1}{3}$, che sono pur. Scudi; per esser scudi il terzo termine della propositione. Con trenta Scudi adunque spesi in Canella, guadagnaria Scudi 3. Lir. 1. Sol. 6. Din. 8. a guadagnarui Soldi 2. per ogni Soldi 18. spesi.

Quesito Secondo.

Se Lir. 2. 7. 9. spesi in Ouadelle, per hauerne Seta, mi guadagnano Sol. 15. Che mi guadagnaranno Paoli 90. spesi pur in Ouadelle?

In

In questo quesito la prima, e seconda cosa non sono totalmente simili; però per far che siano, si riducono le Lir.2. Sol.7. e Din. 9. tutti in Denari. Parimente in Denari si conuertono li Sol.15. della seconda cosa, e poi s'opera, come sopra, e come quì di sotto vedi notato. E tanto basti a chi hà discorso.

Se Lir.2.Soldi 7. Din.9.guadagnano Soldi 15 che guadagnaranno Paoli 90?

20	12
Sol. 47	Din. 180
12	90
Diu. 573	Diuis.573 16200 — Quot.paoli $28\frac{156}{573}$.
	1146. cioè $\frac{52}{191}$
	4740
	4584
	. 156

Guadagnaranno Paoli 28. e $\frac{156}{573}$, cioè $\frac{52}{191}$ di Paoli.

PROVA DELLA REGOLA DEL TRE

CAP. VIII.

IN varii modi si possono prouare le ragioni fatte per la Regola del Trè. Alcuni, finita l'operatione, sogliono tornare indietro moltiplicando per quello, ch'hanno partito, e partendo per quello ch'hanno moltiplicato, aggiongendo a proprii luoghi le minutie, e residui: Il che fatto, se l'operatione sara fatta bene, ne tornaranno a puntino li termini della propositione.

Altri la rouersiano, facendo prima cosa la terza, e facendo terza cosa la prima; per esempio: quanto costariano 8. Brazza di tela, a ragion di Soldi 10. il Brazzo? Questa ragione và ordinata così

Se 1.Brazzo val Sol.10. che valeranno Brazza 8? Il che

Il passato esempio è facile, per non esserui minutie rotti. Propongo perciò quest'altro esempio con minutie; e lasciando da parte li due primi modi insegnati, lo praticaremo per gli altri due modi, assai più laudabili. Se Lib. 16. onc. 8. costano Lir. 2. Sol. 5. Din. 10 che valerà Lib. 1.? Vale Sol. 2 d. 9

12		20	12	12
Oncie 200	Prima cosa.	45	onc 12	Den. 33.
33	Quarta cosa.	12		
600		Den. 550.	Seconda cosa.	
600		12.	Terza cosa.	
6600		6600.	Adũque stà bene per il primo modo accẽnato.	

Volendolo mò prouare per la Regola del 9, si riducono pure li termini della propositione alla natura infima delle loro minutie; e poi s'opera, come di sopra s'è insegnato. La propositione staria così.

Oncie 200. Denari 550. Oncie 12. Denari 33.

2	1
3 1	3 1
6	3
Prima, e quarta cosa.	Seconda, e terza cosa.

Adunque stà bene anco per il secondo modo accennato: perche il terzo Prodotto della seconda operatione e pur 3 simile al 3 della prima operatione. Qui giudico bene auuertire, che facendosi la proua per la Regola del 9. si possono cauar li 9, da qual si voglia gran numero in due modi: o partendo detto num. per 9. e s'auanza qualche cosa, qual'auanzo sarà la proua. Ouero sommando detto numero; e poi gettando tutti li 9, il resto sarà la proua, e se nõ resta cosa alcuna, la proua sarà 0; e quest' vltimo modo è il più facile, ed il più praticato. Questo priuilegio non hà la proua del 7. la quale si caua da numeri

solamẽte per via di partire. Anzi voglio quì insegnar vna bellissima regola per saper conoscer prestissimo la proua: cioè che numero auanzi, dopo d'hauer gettati tutti li 9 senza far conto, quante volte entri il 9 nel proposto numero. Per esẽpio, voglio cauar la proua del 9 da questo numero 754230. Operando per via di sommare, dico così 7, e 5, fà 12; e 4, fà 16; e 2, fà 18; e 3 fà 21; e 0 fà pur 21. Adũque 21. è la sõma del proposto numero. Sẽza far mò il cõto, quante volte entri il 9 in 21. e che numero auanzi per la proua, basta sommare insieme quel 21, e faranno 3. e pur 3 restariano à gettar via due volte il 9. da 21. Mà se la somma fosse di tal numero, che producesse vn altro numero, che superasse il 9 (se fosse per esempio 57) quel 57. si torna à sommare, e fanno 12. che vniti insieme sono 3. Adunque 3 è la proua di 57. ouero d'altro numero, che sommato, producesse vn 57. *Et sic de singulis.*

Ma quando nelle ragioni da prouarsi fossero rotti, (il che accade quasi sempre) la proua si fà (come sopra) per la Regola del 9; ma è vn poco più scabrosa la qual difficoltà si lieua col mettersi à memoria quello s'insegnò à questo effetto nella proua de' rotti à carte 26. Tengansi anco à mente, che la proua d'vn Scudo, pigliato ò per Lir. 4. ò per Sol. 80. è 8. La proua d'vna Lira è 2. e la proua d'vn Soldo è 3. *His præmissis*, per fuggir parole veniamo alla pratica.

Vna Libra d'Amandole costa Soldi 5. Den. 7. Quanto costaranno Lib. 16. Onc. 9? Costaranno Lir. 4. Sol. 13. Den. 6. $\frac{3}{12}$.

Per farne mò la proua, si comincia sẽpre dalla quarta cosa (come più brigosa) e per ciò conuertite in Denari le Lir. 4. Sol. 13. Dẽ. 6. se ne caua la proua, qual è Dẽ. 6. Questa proua vnita col suo rotto, darà Den. 6. $\frac{3}{12}$. cauando poscia la proua da questo 6, e $\frac{3}{12}$ (come s'insegnò pure a car. 26.) ne riuscirà $\frac{3}{3}$, cioè 1. intiero; e questa è la proua della quarta cosa; qual si conserua. Secondariamente si caua la proua della prima cosa, cioè da vna Libra conuertita in Oncie, per esserui Oncie nella terza cosa; la qual proua è 3, il qual 3, moltiplicato con

$\frac{3}{3}$,

$\frac{4}{5}$, ouero con l'1. intiero, ne dà parimente di proua 3, e tanto ne deue dare la moltiplicatione della proua della seconda, e terza cosa: del che facendone esperienza: la seconda cosa ne dà 4 di proua, e la terza ne dà 3, che moltiplicato col 4 ne produce 12, la cui proua è ancor lei 3. Adunque la ragione stà bene. Alle volte occorre, che la proua della prima, e quarta cosa non batte così bene, con la proua della seconda, e terza cosa, come hà fatto nel proposto esempio: in tal caso si moltiplicano in croce tali proue: e dal Prodott o cauandone la proua, lasciarà figure simili, se la ragione non sia errata. La qual cautella accade appunto nel quesito, che siegue.

Vn altro esempio. Se Brazza 5 $\frac{2}{3}$ di Veludo costano Scudi 7 $\frac{3}{4}$, che costaranno Brazza 12 $\frac{7}{8}$? Costaranno Scudi 17. Lir. 2. Sol. 8 Din. 8 e $\frac{64}{544}$. Questo è differente dal passato per rispetto de' rotti in tutte quattro le cose; ad ogni modo la proua si fà come nell'esempio passato. Cominciando adunque dalla quarta cosa, la sua proua è Den. $\frac{0}{4}$, e quella della prima è Brazza $\frac{3}{8}$, che moltiplicate insieme fanno $\frac{0}{12}$, la cui proua è $\frac{3}{6}$, e tale doueria essere la proua della seconda, e terza cosa moltiplicate insieme. Alla pratica. La proua della seconda cosa, cioè di Scudi 7 $\frac{3}{4}$, è $\frac{4}{4}$. Ma perche la quarta cosa fù prouata in Denari; per la relatione, che hà la seconda cosa con la quarta, bisogna ridure quel $\frac{4}{4}$ in proua di Denaro; il che giudiciosamente si fà così. *Primo*, si moltiplica il 4 Numeratore del rotto $\frac{4}{4}$ per 8, (proua d'vn Scudo, cioè di Soldi 80.) e fanno 32, la cui proua è 5. Dopo, si moltiplica questo 5 con 3 (proua d'vn Soldo,) e fanno 15, la cui proua è *6*; sotto il quale ponendo il 4. (Denominatore di $\frac{4}{4}$) fà $\frac{6}{4}$, e questo $\frac{6}{4}$ sarà la proua della seconda cosa. La proua poi della 3. cosa è $\frac{4}{3}$, la quale moltiplicata col $\frac{4}{6}$ della seconda, produce $\frac{24}{32}$, la cui proua è $\frac{0}{5}$. Ma perche doueria essere $\frac{0}{3}$, simile al $\frac{0}{3}$ della prima, e quarta cosa; però (come dissi nel passato esempio) bisogna moltiplicare in croce il $\frac{0}{3}$ con il $\frac{0}{5}$, e ne verrà 0. 18. la cui proua è 0. 0. Adunque la ragione stà bene. E tanto basti all'ingegnoso, e speculatiuo. Se

bene

bene il meglio sia, che facendo vna ragione, si proui a membro per membro Fatto vn moltiplicare, ouero vn partire, si proui subito; e quando fosse negotio di rilieuo, si proui più volte.

REGOLA DEL TRE' ROVERSCIA.

C A P. IX.

QVesta Regola si chiama del Trè alla Rouerscia; perche s'opera tutto al contrario dell'altra: In quella si moltiplica il secondo numero, ò cosa proposta con la terza, e partendo il Prodotto per la prima, nel Quotiente s'hà la ricercata quarta cosa, ò numero: ma in questa si moltiplica la prima con la seconda, e partendo il Prodotto per la terza, nel Quotiente s'hà parimente la quarta cosa cercata

Per conoscere mò quando il quesito s'habbia da risoluere per la Regola Rouerscia, si dà questo auuertimento. Ogni volta, che la quarta cosa cercata, habbia da esser manco del secondo termine del quesito in quella proportione, che il terzo termine supera il primo; tali quesiti si risoluono per la Regola del Trè Rouerscia per esempio. Quando il Sacco del Formento val Lir 24. la Chioppa del pane pesa Oncie 14. quando valerà Lir. 40. quanto pesarà? In questo quesito col sol lume naturale ognuno sà, che quanto più vale il formento, la Chioppa deue esser più piccola, e tanto più piccola, quanto che le Lir. 40. superano le Lir. 24. Mà perche il 24. contiene le trè quinte parte di 40. però quando il Sacco val Lir 40 la Chioppa doueria pesare $\frac{3}{5}$ di quello, che pesa quando val Lir. 24. cioè Oncie 8. $\frac{2}{5}$, e questo serui solo per auuiso.

Questa Regola serue per saper dar il callo, ò accrescere alle mercantie de Panni, Lana, Grano, Pane &c Alla pratica.

Quesito Primo.

Vno si compra Brazza 8. $\frac{1}{2}$ di panno fino alto Brazza 2 $\frac{3}{4}$ per vestirsi; Volendo fodrare l'habito di dentro via d' vn al-

vn altro panno, alto solamente Brazza $2\frac{1}{8}$. s'addimanda quante Brazza ce ne vorranno di quest' vltimo panno?

Moltiplicansi le Brazza $8\frac{1}{2}$ con la sua altezza $2\frac{1}{3}$, & il Prodotto, che sarà $\frac{119}{6}$ si parti per le Brazza $2\frac{1}{8}$, che di Quotiente ne verrà $9\frac{1}{3}$, e tante Brazza apppunto ce ne vorranno per fodra del vestimento.

Quesito Secondo.

Brazza 9. alto Brazza $2\frac{1}{4}$, fa vna veste. Per fodrarla quanto Damasco ci vorrà, alto solamente trè quarti, e $\frac{1}{2}$?

In questo, e in qualsiuoglia altro caso proposto, quando le due misure compagne sono denominate con Brazza, ò parte di Brazzo, e la misura discompagnata, è denominata con nome di quarti, ò parte di quarti; in tal caso bisogna ridurre la sua relatiua delle due compagne parimente in quarti, &c. acciò siano di simil parti, e poi s'opera come sopra. Siche riducendo le Brazza $2\frac{1}{4}$ in quarti sarrano $\frac{9}{4}$, con li quali operando, si vede, che per fodrar la veste ci vorriano Brazza $23\frac{1}{7}$ di Damasco.

Quesito Terzo.

Vna compra vna pezza di panno, longa Brazza 45, à ragione di soldi 32. il Brazzo, costui bagnandola, la pezza resta solamente 40. Brazza. S'addimanda, quanto s'hà da vendere tal panno il Brazzo, per non perderui?

S'opera come sopra, e ne vengono soldi 36. E tanto deue vendere il panno bagnato per Brazzo.

Quesito Quarto.

Vn altro fà bagnare, e cimare Brazza $16\frac{1}{2}$ di panno; qual restò solamente Brazza $12\frac{1}{2}$. S'addimanda. Quanto viene à calare il Brazzo?

Sottragansi le Brazza $12\frac{1}{2}$ dalle $16.\frac{1}{2}$, che ne restaranno 4, e poi si dichi. Se Braza $16\frac{1}{2}$ mi calò 4. che mi calarà vn Brazzo? Opera per la Regola del Trè retta, che ne restaranno $\frac{8}{33}$, e tanto calla il panno per ciascun Brazzo.

Que-

Queſito Quinto.

Vn altro cõpra Stara di Formento 2368. à ragione di Lir. 3 -- 5. il Staro: mà facendolo criuellare, & acconciare, troua che d'ogni 16 Stara li cala vn Staro. S'addimanda. Quanto lo deue vender lui il Staro; per non perderui.

Di così. Se Stara 16, reſtano Stara 15. quante reſtarãno Stara 2368? Operando per la Regola dritta, reſtaranno Stara 2220. Ciò fatto: torna à dir per la Regola Rouerſcia. Se Stara 2368. prima, che calaſſero, coſtauano Lir. 3. -- 5 il Staro. Doppo l'eſſer reſtato Stara 2220 quãto valerà? Valerà Lir 3 -- 9 -- 4. e tanto deue vender il Staro del Formento, per non perderui. Si potria anco operare per la Regola dritta così. Certa coſa è, che le Stara 2368 a Lir. 3. -- 5. il Staro coſtano Lir. 7696. Dicaſi adunque. Se Stara 2220. netto mi coſtano Lir. 7696. Quanto coſtarà vn Staro? Operando valerà Lir. 3 -- 9 -- 4, come per l'altro modo.

Queſito Seſto.

Quattro Maeſtri da Cazzuola promettono di far in due Anni certa fabbrica di propoſito: mà perche il Padrone ſe ne vuol sbrigare. S'addimanda. Se vi lauoraſſero 10 Cazzuole, in quanto tempo ſaria finita la fabbrica?

Moltiplicando le 4. Cazzuole con 730. (giorni di due Anni:) e partendo il Prodotto per le 10. Cazzuole; ne verranno giorni 292. Et in tanto tempo appunto ſi finirà la fabbrica; lauorandoui 10. Maeſtri da Cazzuola.

Queſito Settimo.

Quando il Staro del Formento vale Lir. 8. vn Soldo di pane fatto in Caſa peſa Oncie 11. Queſt' Anno, che il Grano vale Lir. 12. il Staro; quant'Oncie ſe n'haueranno per vn Soldo?

Moltiplicaſi l'11 con l'8; e partito il Prodotto per 12, ne verranno Oncie $7\frac{1}{3}$, Numero cercato. Per vn Soldo s'haueranno Oncie $7\frac{1}{3}$ di pane.

Que-

Queſito Ottauo.

Hò detto pane fatto in Caſa: oue non ſi conta nè macina, nè fattura, ouero cottura: perche in riſguardo a Fornari, non ſeruiria queſta Regola rouerſciata, mà ſaria pregiudiciale a compratori. Per dare adunque vn limite a fornari, ſi fà così Prima biſogna ſapere quanto pane ſi caui da certa miſura. Secondo biſogna ſapere le ſpeſe di gabelle, macina, &c. d'eſſa miſura. Terzo, quanto habbia da guadagnare per ſua fatica, e mercede il Fornaro; e così la ſomma di tutte queſte coſe, s'aggiongono al prezzo di tal miſura. Hora mò ſuppoſto, che vn Staro di Formento coſti Lir. 4. Per macina, e gabelle Sol. 5. per ſua fattura, cottura, &c. Sol. 7. il Staro: e che da vn ſtaro ſi caui Lib. 50. di pane ben conditionato. Si fà così. Sommato inſieme le ſudette coſe fanno Lir. 4. Sol. 12. Si dirà adunque per la Regola retta. Se per ſoldi 92. s'hanno Lib. 50. di pane; per vn ſoldo ſolo, quante Libre, ouero Oncie ſe n'haueranno? Fatte in Oncie le 50. Lire, & operando; per vn ſoldo s'hauranno Oncie 6, e $\frac{12}{13}$ di pane.

Queſta diſtintione, ò differenza d'operare è inſegnata dal non mai a baſtanza lodato Nicolò Tartaglia, nella prima parte lib 10. cap. 2. oue inſegnando il modo di far la Tariffa, ò di dar il Calamiero alli Fornari, inſegna anco la ſudetta Regola. E molto mi marauiglio, che niſſuno di quei ch'hanno ſcritto dopo di lui: proponendo ſimili queſiti: non fanno diſtintione alcuna da pane a pane, e pure la pratica fà vedere il contrario. Per eſempio.

Quando il Sacco del Grano in Modona, vale Lir. 24. la chioppa del Pane peſa Oncie 14. Quando valerà Lir. 40. quanto peſarà? Operando per la Regola Rouerſcia, la chioppa doueria peſare Onc. 8. $\frac{2}{5}$, e pure l'Anno 1664. che il Formento valeua Lir. 40. la chioppa peſaua Onc. 9. $\frac{4}{8}$ in vigore del Calmiero di Modona: (molti de'quali ſi trouano nel fine del Libro de' Statuti, ſecondo che cala, ò creſce il prezo del Grano;) e queſto auuiene; perche quei, che fecero li detti Calmieri, operorno come ſi deue. *Queſi-*

Quesito Nono.

Cento settanta Frati si trouano in certo Conuento con prouisione solamente per 7. mesi: e sono certi, che per 12. mesi intieri non possono prouedersi. S'addimanda. Quanti Frati deue licentiare il Priore: acciò gli altri, che restano, habbiano da viuere per 12. mesi; fin che venghi soccorso?

Moltiplica li 170. Frati, con li 7 Mesi, e partendo il Prodotto per 12. Mesi, di Quotiente, ne verranno Frati 99 $\frac{1}{6}$. e tanti per 12. Mesi viueranno con la prouisione, &c. Adunque 70, e $\frac{5}{6}$ ne deue licentiare il Priore. E tanto basti. Questa è Regola generale, che si moltiplicano le due misure, o cose compagne, & il Prodotto si parte per la misura, ò cosa discompagnata, & il Quotiente sarà quello si cerca, e la compagna della cosa discompagnata; siano mò nel primo, ouero nell'vltimo luogo le cose compagne. Per esempio. Hò 6. Brazza di panno, non sò quanto sia alto, sò bene, che per fodrarla vi vogliono 8. Brazza di tela liscia, alta Brazza 1. $\frac{1}{2}$. S'addimanda. Quanto è alto il Panno? Moltiplicando le Brazza 8. con Brazza 1 $\frac{1}{2}$, e partendo il Prodotto per le Brazza 6. ne verrà 1. $\frac{1}{2}$. E questa è l'altezza del panno.

REGOLA DEL TRE' COMPOSTA DRITTA.

CAP. X.

NEl calcolare spesse volte occorrono alcuni quesiti, ch'hanno cinque termini, li quali sogliono ingarbogliare la mente. Mà per fuggir ogni difficoltà, è stata inuentata questa Regola del Trè composta; la quale si chiama così: perche moltiplicando il primo col secondo termine, & il quarto col quinto, il quesito si riduce sotto la Regola del Trè ordinaria.

Questa Regola composta ha lei ancora le sue osseruationi, necessarijssime, s'hà da dir il vero. Bisogna, che il primo termine sia della natura del quarto, il secondo sia del-

della natura del quinto; & il terzo resta solo nel mezo; e della natura della cosa cercata; però bisogna considerar bene le propositioni, e se non fossero proferite bene; aggiustarle. O veniamo alla pratica.

Quesito Primo.

Cinque Segatori, ò Mietitori in 8. giorni beuono 12. secchie di vino. S'addimanda 10 Segatori, ò Mietitori, quante secchie ne beueranno in 15. giorni?

Questa, e simili proposte, si possono risoluere per la Regola Aurea semplice in due colpi così. Dico adunque. Se 5. beuono in otto giorni secchie 12, che beueranno 10. pur in otto giorni? Operando li 10 Segatori, ò Metitori in otto giorni beueriano 24 secchie di vino. Fatto questo si dice mò. Se otto giorni mi danno 24. secchie di spesa. Quante me ne daranno 15 giorni? Ne daranno 45. secchie. E tanto Vino beueranno li 10 Segatori, &c. in 15 giorni.

Ma per vn altro modo più succinto, e più maestrale, si risoluono simili quesiti; & è questo. Si moltiplicano insieme li 5. Segadori con li 8 giorni, quali fanno 40. Si moltiplicano parimente li 10. Segadori con li 15. giorni, che fanno 150 Fatto questo, si dice poi per la Regola; se questo composto 40. vuole, ò beue 12 secchie di vino; quante ne vorrà quest'altro composto 150? Opera, e vedrai, che pur ne sortiscono 45. secchie; col quale ordine si sciolgono li seguenti quesiti.

Quesito Secondo.

Vna famiglia honorata d'8. bocche, spende 45. Scudi il Mese, per il vitto cotidiano; mà che? Sopraggiongono trè Parenti, che per vn Anno intiero vogliono piantare il Bordone. Hor s'addimanda Quanti Scudi deue preparare in borsa il Padrone, senza alterare il vito consueto?

Discasi così. Bocche 8. con vn Mese fanno vn cõposto pur di 8, e bocche 11. con 12. Mesi fanno vn altro composto di 132. e poi, se 8 mi danno 45. scudi di spesa: 132. quanta spesa mi darà? Opera, che certo ci vogliono Scudi 742. $\frac{1}{2}$ che a farne il conto, sono 15. Soldi il giorno per testa a 360. giorni per vn Anno Mercantesco.

Que-

Quesito Terzo.

Con Scudi 130. vn Mercante in 10. Mesi hà guadagnato Scudi 25 S'addimanda. Con Scudi 317. quanto guadagnarà in 3. Anni, e mezo?

Il primo composto è 1300. ed il secondo composto è 12680. Opera, che guadagna Scudi 243 $\frac{11}{13}$. *Et sic de singulis.*

Quesito Quarto.

Cinque Segadori braui in vn giorno hanno segato 12. Tornature di prato. Altre 45. me ne restano da segare, e vorrei segarle in due giorni; Addimando. Quanti huomini hò da incaparare per ciascun giorno?

Questa, e simili si potriano sciogliere in varij modi ma questo è il più leggiadro. Dicasi così. Se 12. Tornature sono segate da 5. huomini in vn sol giorno, da quanti se ne segariano 45. pur in vn sol giorno? Operando per la Regola ordinaria, si segariano le 45. Tornature da 18 $\frac{3}{4}$ in vn sol giorno: ma perche voglio segarle in due giorni, basta partire per metà quel 18. $\frac{3}{4}$, il che fatto consta chiaro, che per segare le proposte 45. Tornature di prato in due giorni, ci vogliono Operarij 9 $\frac{3}{8}$ per ciascun giorno.

REGOLA DEL TRE COMPOSTA ROVERSCIA.

CAP. XI.

QVesta Regola composta Rouerscia, hà lei ancora cinque terni: trè nel supposto, e due nella domanda, (come la composta dritta,) Mà perche alle volte son proposti li quesiti tanto confusamente, e con sì poco ordine; che difficilmente si troua il modo d'intauolarli: però bisogna star molto bene auuertiti, per saper discernere, quando li quesiti s'habbino da risoluere

per

per la Regola Dritta, e quando per la Rouerscia. Ogni volta, ch'hauendo ordinata la propositione, li termini del quesito non saranno al proprio luogo, si risolue per la Regola Rouerscia.

Il primo, ch'habbia scritto di questa Regola è stato il Zucchetta Genouese: mà con tanta oscurità, che(al dir del Dottor Bassi Placentino nella medesima Regola)da pochi è inteso. Se poi sia stato inteso da quei, che dopo il Zucchetta hanno stampato: non tocca à me il dirlo. Sò bene, che alcuni propongono li puri quesiti del Zucchetta, senza vna sol parola di dichiaratione. Altri si discostano vn tantino della riua: ma non hanno data Regola chiara, ed vniuersale. Confesso la verità, che più m'hà dato da faticare l'intender bene il Zucchetta in questa materia, che l'hauere appreso l'Algebra: mà perche col fauor del Cielo, n'hò cauato il marcio; quì ordinatamente metto in chiaro quello, ch'altri hanno lasciato oscuro, ed imbrogliato. Mà perche *posita iuxtà se opposita magis elucescunt*; prima insegnarò a conoscere la propositione dritta, acciò meglio s'apprendi poi la rouerscia. Alla pratica.

Se scudi 540. in Mesi 9 hanno guadagnato scudi 30. quanti ne guadagnaranno scudi 378. in Mesi 12?

Se Molini 12 in giorni 7. macinarono Mine 480. di Grano. Quante Mine ne macinarano Molini 5. in giorni 8?

Questi due esempij sono bene ordinati, e ciascun termine è posto al suo luogo. Considerateli bene, e sappiate, che nel mezo sempre vi deue stare il patiente, (come a dir il guadagno, le Mine, &c.) e nelli due primi luoghi vi deuono stare li due agenti. State bene attento. Quei scudi 30. di mezo non sono guadagnati solamente dal capitale di quei scudi 540. mà vi concorrono anco li Mesi 9. siche li due primi termini sono sempre quasi come Padre, e Madre, che generano, e producono il termine di mezzo. (il che milita in ogni quesito dritto, e ben ordinato.) A noi.

Ogni volta adunque, ch'hauendo ordinata la propo-

sitione, se nel terzo luogo vi sarà qual si voglia delli due agenti; cioè il capitale, ouero il tempo, ò altra cosa equiualente al capitale; per Regola vniuersale, ed infallibile il quesito è sottoposto alla Regola Rouerscia. E perche la sesta cosa; che si cerca è sempre della natura di quella, posta nel terzo luogo dopo l'hauere ordinato il quesito, (nè iui può cadere, se non vno delli due agenti: cioè ò capitale, ò tempo; ò cosa equiualente) ne siegue di necessità: che due sole saranno le intauolature spetiali, per risoluere ogni quesito rouerscio. Or lasciamo la teorica, e veniamo alla pratica.

Quesito Primo.

Se Scudi 28. furono guadagnati da Scudi 378. in Mesi 12. In quanti Mesi saranno guadagnati Scudi 30. da Scudi 540?

Ouero.

Se Scudi 378. guadagnarono Scudi 28. in Mesi 12. In quanti Mesi Scudi 540. guadagnaranno Scudi 30?

O pur;

Se in Mesi 12. scudi 28. furono guadagnati da Scudi 378. in quanti Mesi saranno guadagnati scudi 30. da scudi 540?

Hor qui considerate, che tutti trè questi modi di proporre vn medesimo quesito, cadono sotto la Regola Rouerscia; e non per altro; se non perche, discacciato il guadagno fuori del terzo luogo dal modo di proporlo; v'entra dentro vno delli agenti: cioè; ò capitale, ò tempo. Mà perche in tutti trè questi esemplari si ricerca il tempo (come secondo agente) però tutti trè si deuono intauolare con quell'ordine, che in questo primo Specchio si vede.

Pri-

Primo Specchio, ouero Modello, per intauolare ogni quesito composto rouerscio: quando in esso si ricerca il tempo.				
Case, PRIMA.	SECONDA.	TERZA.	QVARTA.	QVINTA.
Scudi 378.	Mesi 12	Scudi 30.	Scudi 540.	Scudi 28.
Capitale del supposto. 1.	Tempo del supposto. 2	Guadagno della domanda. 5.	Capitale della domanda. 4.	Guadagno del supposto. 3.

Per

Per capir mò presto questo Specchio, ed il modo d' intauolar qual si sia propositione rouerscia: considerate, che ciascun termine cade nel proprio luogo; come nella regola Dritta; eccetto li patienti, ò guadagni, che vicendeuolmente barattano li proprio luogo; (come insegnano li numeri posti nel piè del specchio.) Intauolato, che sia il quesito, come insegna il specchio, s'opera tutto al contrario della Regola Dritta, cioè si multiplica il primo composto per il termine di mezo, & il Prodotto diuiso per il secondo composto, nel Quotiente, s'hauerà la cosa cercata (come quì di sotto si vede.)

Scudi 378—Mesi 12—Scudi 30—Scudi 540—Scudi 28.

```
      12                                  28
  ---------                          ---------
    4536 Primo composto                 4320
      30                                1080
  ---------                          ---------
  136080 — Quot. Mesi 9. Diuisore 15120 e secondo
  136080                                composto.
  ---------
```

Si conclude, che in Mesi 9. li scudi 540. guadagnariano scudi 30.

Per farne la proua, si dice così.

Se 540. in Mesi 9. guadagnano 30. Quanti ne guadagnaranno 378. in Mesi 12. Operando secondo la Regola Dritta, guadagnaranno scudi 28 (come si propose da principio.) Adunque l'operatione fù buona.

Quesito Secondo.

Se scudi 28. furono guadagnati in Mesi 12. da scudi 378 Da quanti saranno guadagnati scudi 30 in Mesi 9?

Ouero.

Se in Mesi 12. scudi 28 furono guadagnati da scudi 378. da quanti saranno guadagnati in Mesi 9. scudi 30?

O pu-

O pure,

Se scudi 378. guadagnarono scudi 28. in Mesi 12. Quanti furono li scudi, che guadagnarono scudi 30. in Mesi 9?

O quì considerate ancora, che l'istesso quesito passato, pronunciato in questo luogo in trè altri modi differenti da quello stà parimente sottoposto per ciascun modo alla Regola Rouerscia, nè per altro, se non perche nel terzo luogo vi stà vn agente, che doueria stare nel primo, ò secondo luogo. Ma perche in tutti tre questi esemplari si ricerca il capitale (come agente primario) però tutte trè si deuono intauolare con quell'ordine, che in questo secondo specchio si vede.

Secondo Specchio, ouero Modello, per intauolare qualſiuoglia queſito compoſto rouerſcio, quando in eſſo ſi ricerca il capitale, ò il primo agente.

Caſe. PRIMA.	SECONDA.	TERZA.	QVARTA.	QVINTA.
Scudi. 378.	Meſi. 12.	Scudi. 30.	Meſi. 9.	Scudi. 28.
Capitale del ſuppoſto. 1	Tempo del ſuppoſto. 2	Guadagno della domanda. 5	Tempo della domanda. 4	Guadagno del ſuppoſto. 3

Riſo-

Risolutione del Quesito.

Scudi 378. Mesi 12. Scudi 30. Mesi 9. Scudi 28.
12 9.

Primo cõposto 4536 Secondo Composto, e Diuisore 252
30

Diuis. 252.—136080— Quot. 540. Scudi ricercati.
1260.

1008
1008

....0

Si conclude, che li scudi 30. saranno guadagnati in Mesi 9. da scudi 540.

Per farne la proua, si dice così.

Se scudi 540. in Mesi 9. guadagnano 30. Quanti ne guadagnaranno 378. in Mesi 12? Questa intauolatura è come quella della proua passata: & operando, come iui s'insegnò, ne verranno pure li scudi 28. (come anco da principio di questo secondo quesito si propose.)

Auuiso.

Osseruate di gratia per vostro ammaestramento, che questo secondo specchio, ouero intauolatura è in tutto, e per tutto simile alla prima; eccetto che nella quarta Casa, poiche nel primo Specchio la quarta Casa contiene il primo agente della domanda, cioè il Capitale, & in questo contiene il secondo agente, ciòè il tempo.

Quesito Terzo.

Se Mine. 400. di Grano furono macinate da Molini 5. in giorni 8. In quanti giorni saranno macinate Mine 840. da Molini 12?

Questo quesito in tutto, e per tutto è simile al primo: perche si ricerca il tempo: e però si risolue, e si proua con l'ordine, e per li modi, iui insegnati: nè altro v'è d'auuertire: se non che li Molini fanno vfficio di capitale, (come agenti primarij:) e le Mine tengono il luogo del guadagno (come patienti.) L'intauolatura adunque starà come siegue:

Molini 5. Giorni 8. Mine. 840. Molini 12. Mine 400.
5 40 12

40 33600.. Quot. giorni 7. Diu. 4800
33600

.....

Le Mine 840. fariano macinate da 12. Molini in sette giorni.

Quesito Quarto.

Se Mine 400. fariano macinate in giorni 8. da Molini 5. Da quanti Molini saranno macinate Mine 480. in giorni 7?

Questo quesito è in tutto simile al secondo: perche in esso si cerca il primario agente; cioè li Molini, che tengono il luogo di capitale: però la risolutione, e la proua, si troua come sopra nel secondo quesito, e Spechio:

Mol. 5. Giorni 8. Mine 840. Giorni 7. Mine 400.
5 40 7

0 33600 — Quot. Mol. 12 2800
2800..

5600
5600

....

Le Mine 840. saranno macinate in 7. giorni da Molini 12.

Finalmente per non lasciar cosa desiderabile in questa da me molto stimata Regola, quì voglio insegnare il modo di conoscere con prestezza, se il quesito sia dritto, ò rouerscio, ed è questo. Proposto il quesito sempre si batte l'occhio adosso alli due termini della domanda, e quali si siano, subito si colocano nella quarta, e quinta casa dell'intauolatura, come piace. Fatto questo: nelle due prime case si colocano quei due termini del supposto, che corrispondono alla natura delli due già intauolati della domanda. Siche vi restarà di necessità quel termine, o cosa da metter nel mezo. Hora mò io dico. Se quella cosa, che cade nel mezo, sarà guadagno, ò cosa fatta; il quesito è dritto, mà se sarà vno degli agenti del supposto, sarà rouerscio. Chi non la capisce, si dichiara molto grosso di legname.

REGOLA DEL TRE' MVLTIPLICE.

CAP. XII.

LA Regola del Trè Multiplice consiste nel risoluere in vn sol colpo li quesiti, ch'hanno più supposti, & vna sol domanda (se più d'vna fossero le domande, impossibile saria il risoluerli in vn sol colpo) tutto il punto consiste nel sapere intauolare li quesiti. (il che è facilissimo.) Li termini sono sempre dispari. La domanda si coloca sempre da sè sola nell'vltimo luogo, (ne fà Casa) e per il primo termine della prima Casa s'ellege sempre la cosa simile alla domanda, e appresso se gli mette la sua compagna. Tutte l' altre Case si formano col proprio supposto con li numeri simili vno a fianco all'altro. Ciascuna Casa hà due numeri, cioè sinistro, e destro. Il destro dell'vltima Casa è sempre simile alla

cosa

cosa, che si cerca, e chiamasi numero penultimo, La domanda, se bene è sola, si reputa per numero destro. Ma per esser questo negotio più di curiosità, che di necessità, veniamo alle curte.

Quesito primo.

Brazza 10. di tella costano Lir. 4. & il 100. della Canepa val Lir.16. S'addimanda. Per Brazza 85. di tella quanta Canepa s'haverà?

Braz. Lir.	Lir. Canep.	Braz.
10—4	16—100	85

Canep. Lib.100.
Tela Braz. 85.
Lir.16. ——
Braz. 10. 8500
—— Lir. 4
Diu.16|0-34000|0 n. da partirsi.
Quot. 212 $\frac{80}{160}$ cioè $\frac{1}{2}$.

Intauolato, che sia la propositione, (come hò insegnato, e come si vede in figura,) per hauere il numero da partirsi, si moltiplicano insieme tutti li num. destri di ciascuna casa: e s'hauerà nell' vlt. Prodotto 34000. Per hauer mò il Partitore, si moltiplicano insieme parimente tutti li numeri sinistri di ciascuna casa; e s'hauerà 160. Diuiso poi quello per questo, di Quotiente s'hauerà 212 $\frac{1}{2}$ per la cosa cercata. Adunque per Brazza 85. di tela, s'haueranno Lib. 212 $\frac{1}{2}$ di Canepa. Per farne la proua, si dice così. Se Brazza 10. costano Lir. 4. Quanto costaranno Brazza 85. Costaranno Lir. 34. Dipoi si dice. Se con Lir. 16. hò Libre 100. di Canepa. Con Lir. 34. quante Libre n'hauerò? Operando, n'haurai Libre 212. $\frac{1}{2}$ (come per l'altro modo.)

Que-

Quesito Secondo.

Supponiamo; che Brazza 10. di qual si voglia cosa lalla misura di Milano, siano 12. in Venetia; e 9. di Venetia siano 11. in Ferrara; e 15. di Ferrara siano 16. in Bologna; e 20. di Bologna siano solamente 18. in Modona. S'addimanda. Brazza 100. di Modona; quante riusciranno in Milano?

Mod. Bol.	Bol. Fer.	Fer. Ven.	Ven. Mil.	Mod. 100.
18—20	16—15	11—9	12—10	di Mod. quante in Mil.

In questo quesito, perche la domanda è misura di Modona, bisogna metter nel primo luogo dell'intauolatura il suppolto di Modona, col suo equiualente: cioè, che 18. di Mod. sono 20. in Bol. Nel resto retrogradando, le case si danno la mano l'vna l'altra (come gli Anelli della Catena.) Operando poi, (come hò insegnato,) il Diuisore sarà 8018. il numero da partirsi 2. 7000000, & il Quotiente 71 $\frac{1}{4}\frac{}{7}$. Si che 100. Brazza di Modona, saranno in Milano solamente Brazza 71 $\frac{1}{4}\frac{}{7}$.

Quesito Terzo.

Vno compra vna quantità di Formento à Lir. 8. la Corba, e più $\frac{1}{20}$ di spesa. Nel maneggiarlo, e nel condurlo calò a ragion di 5. per 100. Domando quanto deue venderlo la Corba per non perderui?

	Corb. Lir.	Proport.	Proport.	Corb.
	1—8	20—21	100—105	1. Quanto costarà?

In

In questo quesito bisogna osseruare; ch' hauendo $\frac{1}{20}$ di spesa per Corba, quel, ch'è 20. diuenta 21. Et essendo calato 5 per 100. quello, che prima era 105. resta poi solamente 100. Si che habbiamo due Case di proportioni: cioè astratti da ogni materia: Queste Case mò di proportione si possono colocare nell' intauolatura oue più piace: ò trà l' vltima Casa, e la domanda; ò pure frà le medesime case materiali, senza pregiuditio alcuno. Operando al solito il Diuisore sarà 2000. Il numero da partirsi 17640, & il Quotiente Lir. 8—6—4 $\frac{4}{5}$. Adunque; se l'amico non vuole perderui, deue vender la Corba del Formento Lir. 8—16—4 $\frac{4}{5}$. Alla proua.

Habbia comprato 100. Corbe a Lir. 8. la Corba, fanno Lir. 800; ma perche vi è $\frac{1}{20}$ di spesa per Corba: bisogna dire. Se 20. diuenta 21. Che diuentarà 800? Operando, diuentarà 840. E perche calò 5. per 100. Si dice. Se 100 prima della perdita erano 105. Quante erano 840? Operando erano 882. E questo è la vera valuta delle 100 Corbe di Grano, computandoui la spesa, & il calo. Per saper mò la valuta d' vna sol Corba: basta a partir per 100 quelle Lir. 882, e ne verranno appunto Lir. 8—16—4 $\frac{4}{5}$ (come prima.)

Quesito Quarto, e Primo Rouerscio.

Lauoranti 100 presero la rottura d'vn fiume in 30 giorni d'hore 14. Domando in quanti giorni d'hore 12. la pigliariano Lauoranti 75?

Che questo quesito sia rouerscio, da questo si conosce: che il maggior numero de' lauoranti; & i giorni più longhi danno l'opera fatta più presto, & è contra. Il modo facilissimo di risoluere simili quesiti non è stato nè anco nominato d'alcun Scrittore (ch'io sappia.) Eccolo da me ritrouato. S'opera in tutto, e per tutto, come si fà nella Regola del Trè semplice Rouerscia. Cioè: si moltiplicano insieme tutti trè gli agenti del supposto; & il loro Prodotto si moltiplica per il patiente: cioè per il termine discompagnato, (che nel caso pro-

posto

posto è la rotta) Diuidendo poi questo secondo Prodotto per il composto della domanda, nel Quotiente s'hauerà quello si cerca. (Si può desiderare d'auuantaggio ?)

Agenti del supposto	Patiēte	Agēti della domāda
Lauor. 100. Gio. 30. H. 14.	Rot. 1.	Lauor. 75. Hor. 12.
Gior. 30.		12.
3000.		Diu. 900. e composto della domanda.
Hor. 14.		
42000.		
Rotta 1.		

Diu. 9[00-420[00.
Quot. gior. 46. $\frac{600}{900}$, cioè $\frac{2}{3}$ d'hore 12

Si conclude, che la rottura saria presa da Lauoranti 75. in giorni 46 $\frac{2}{3}$ d'hor. 12.

Chi volesse operare con l'ordine de' precedenti quesiti, l'intauolatura staria come segue: & operando al solito, s'haueriano pure giorni 46 $\frac{2}{3}$ d'hor. 12.

Lauoranti.	Hore.	Giorni.
Della domāda.	Della domāda.	Del supposto.
Del supposto.	Del supposto.	30.
75 —— 1000.	12 —— 14.	

Se il quesito dicesse vna rotta di 50. Pertiche: quel termine 50. saria superfluo; poiche l'hauer preso la rotta cōtiene in sè la quantità delle Pertiche, e serui d'auuiso.

Quesito Quinto, e Primo mescolato.

Se con Brazza 380. di panno, alto 2. Brazza, si vestono huomini 30. S'addimanda. Quanto panno ci vorrà, alto solamente Brazza 1 $\frac{1}{2}$. per vestirne 45?

Questo quesito cade sotto la regola moltiplice mescolata: perche le due altezze diuerse del panno fanno vna positione rouerscia., essendo che le minor altezza ricer-

ricerca più longhezza, ed è contra; mà gli huomini 30. in riſguardo alli 45. fanno vna poſitione dritta; però ſimili queſiti s'intauolano, come ſiegue.

Huomini.	Altezza.	Longezza.
Del ſuppoſto.	Della domãda.	Del ſuppoſto.
Della domãda.	Del ſuppoſto.	380.
30——45.	$1\frac{1}{2}$——2	

Operando ſecondo la Regola per veſtire 45. huomini di panno alto vn Brazzo, e mezo, ce ne vorriano Brazza 760 e che ſia così, lo dichi la Geometria (*Per modum tranſeuntis*) à chi l'intende.

Long. Braz. 380.

Alt. Braz. 2.	Brazza quadre per veſtire 30 huomini. Brazza 760.	Alt. Braz. $1\frac{1}{2}$.	Brazza quadre per veſtire 45. huomini, Altezza ſenza longhezza Brazza 1140.

Le Brazza 380 alto 2. Brazza moltiplicate con le Brazza due della ſua altezza, formano vna ſuperficie di Brazza quadre 760. mà perche deuono ſeruire, per veſtire 30. huomini: diuidendo per 30. il 760. ne viene $25\frac{1}{3}$. Sì che per veſtire vn ſol huomo, ci vorranno Brazza quadre 25 $\frac{1}{3}$, e per veſtirne 45. ce ne vorranno Brazza 1140, pur quadre: ma perche il panno da veſtire queſti 45. huomini è alto ſolamente Brazza $1\frac{1}{2}$, per hauere la ſua longhezza; baſta à partire il 1140. per $1\frac{1}{2}$. perche il Quotiente (che pur è 760.) ſarà l'altro lato, concorrente alla formatione della ſuperficie 1140. che hà vn lato cognito d'un Brazzo, e mezo; e per conſeguenza ſarà anco la longhezza, ò le Brazza del panno cercato. Adunque l'operatione fu buona: perche anco geometricamente ſi proua, che per veſtire li predetti 45. huomini (vt ſuprà) ci vogliono 760. Brazza di panno alto vn Brazzo $\frac{1}{2}$. Or proſeguiamo coſe più ſerie.

DE'

DE' CENSI, O MERITARE.

CAP. XIII.

CEnso non è altro; che dare; ò riceuere vna quantità di Denari ; ò altra robba Mercantesca , con patto di pagare vn tanto all' Anno per 100. ouero al Mese , fin tanto che si restituischi il capitale : Quel tanto poi , che si paga per 100. è chiamato merito , ò frutto di quei Denari, ò altra robba imprestata ; ò consegnata .

Il merito ; ò frutto è di due sorti cioè merito semplice; è merito di merito . Il merito semplice è quando si paga vn tanto all'Anno per 100. fin che sia restituito il capitale : mà il merito di merito , è quando che nel dare a censo ; si fà patto ; che ogni Anno li sian dati li suoi frutti ; altrimente si dichiara , che quei frutti l'Anno seguente habbino d' hauere la sua ratta portione pur di frutto . Siche, se vno pigliasse Scudi 100. a censo con patto di pagare Scudi 10. all'Anno ; e in capo a ciascun Anno di sborsar li detti 10. Scudi ; se quel tale non li pagasse il primo Anno; l'Anno secondo douria sborsar Scu. 21. 20. per li Scudi 100, e 1. per merito ; ò frutto di quei 10. Scudi ; e così successiuamente . Ma questo secondo merito, si chiama vsura .

La maggior parte delli quesiti di questa materia , si risoluono ; come s'è detto nel primo quesito della Regola del Trè composta : cioè . O per la Regola del Trè semplice in due colpi ; ò per via di componimento ; e per essere quest' vltimo più maestrale si seruiremo di esso . Ma per non errare nel comporre ; bisogna auuertire, che il merito ; ò frutto nasce da due cose ; cioè ; da terminata quantità di Denari ; e di tempo prefisso , & vna , che manchi ; non vi può esser merito . *His præmissis*. Veniamo alla pratica ; poiche val più vn gran solo d'essempio ; che cento Moggia di parole .

Que-

Quesito Primo.

Quanto meritaranno Scudi 4164. à ragione di Scudi 10. il 100. all'Anno?

Questa non porta difficoltà alcuna, qual si risolue per la Regola del Trè ordinaria. Guadagnariano all' Anno Scudi 416 $\frac{2}{5}$.

Quesito Secondo.

S'addimanda Scudi 630. Lir. 3. Sol. 15. Den. 8. à ragione di 15. per 100. all'Anno, in quanto tempo si radoppiaranno?

Fà così per la più curta in simili quesiti. Parti il 100 per il 15. (suo merito,) ed il Quotiente (che sarà 6 $\frac{2}{3}$) sarà quello, che si cerca. Siche in 6. Anni; & $\frac{2}{3}$, cioè 8. Mesi hauerai il doppio.

Quesito Terzo.

Ma se si dicesse Scudi 630. Lir. 3. Sol. 15. Den. 8. à ragione di Den. 3. per Lira al Mese; in quanto tempo si radoppiaranno?

In simili quesiti à Mese, basta à partire la Lira, cioè 20. per li Den. che merita la Lira al Mese: perche l'Auuenimento sarà quello, che si ricerca. Che nel caso nostro sariano pure Anni 6 $\frac{2}{3}$. cioè Mesi otto.

Quesito Quarto.

Vno impresta ad vn suo amico scu. 735. a 5. per 100. all'Anno. S'addimanda Quanto hauerà guadagnato in due Anni, Mesi 7. e giorni 25?

Per hauere il primo composto si moltiplicano li scudi 100. col suo tempo, cioè con giorni 360. (per rispetto de' giorni, che sono nell'altro termine) e s'hauerà 36000. Per hauere il secondo composto si moltiplicano li Scudi 735. con gli Anni 2, Mesi 7. e giorni 25. (fatti tutti in giorni,) e s'hauerà 701925. E poi si dice. Se vn composto di 36000. guadagna scudi 5. Quanto guadagnarà quest' altro composto di 701925. Operando guadagnarà scudi 79. Lir. 1. Sol. 19. Den. 2. (Per vn Anno hò preso 360. giorni al costume de' Mercanti.)

Quesito Quinto.

S'addi mãda Lir. 60. à Den. $2\frac{1}{2}$ per Lira al Mese quãto fruttaranno, ò meritaranno in Mesi 8 e $\frac{2}{3}$ cioè giorni 20.

La Lira, ed il Mese, fa vn composto d'1. solo Le Lir. 60. con li Mesi 8.$\frac{2}{3}$. fanno l'altro composto di 520. Si dice adunque. Se 1. guadagna, ò merita Den. 2.$\frac{1}{2}$, che meritaranno 520? Operando, guadagnano Den. 1300. che riescono Lir. 5. Sol. 8. Den. 4. (Quando li giorni si possono maneggiare per via di rotto, come hò fatto in questo esempio; riesce l'operatione di manco fatica, e numeri; per non hauere da fare li Mesi in giorni.)

Quesito Sesto.

Vno impresta ad vn altro vna quantità di Scudi, senza far scrittura a ragion di 10. per 100. all'Anno. Costui li godè Anni 2. e Mesi 8. E per frutto d'essi diede al Padrone Scudi 200. con carta di riceuuta, e testimonii. Volendo poi l'amico negare il capitale, fù messo il negotio in lite &c. Quanti furono li Scudi, che l'vno riceuette dall'altro?

Per risoluere simili quesiti, bisogna primieramente vedere, quanto guadagnino in due Anni, e 8. Mesi 100. di quei Scudi, che per frutto diede al Padrone a 10. per 100. Del che facendone proua, guadagnano Scudi 26 $\frac{2}{3}$. Fatto questo, si dice poi. Se Scudi 26 $\frac{2}{3}$. vengono da Scudi 100. Da quanti verranno Scudi 200. che pagò per frutto? Operando vengono da scud. 750. E tanti furono li scudi dati a Censo. Se non ti fidi: fanne la proua, dicendo. Se scudi 100. in Mesi 32. (che sono li 2. Anni, e 8. Mesi) guadagnano scudi 26,$\frac{2}{3}$. Quanti ne guadagnaranno scudi 750. pur in 32. Mesi? Guadagnaranno Scudi 200. Adunque sta bene.

Quesito Settimo.

Vno ha tolto da vn suo amico scudi 100. a pagarli 12. per 100. all'Anno, quanto li tenesse non si sà; solo consta, che per frutto pagò al Padrone scudi 150. quante tempo gli ha tenuti?

Per saperlo fa così. Moltiplica 100. di quei scudi, che pagò per frutto con vn Anno, e haurai vn composto pur

di 100. e poi dirai. Se scudi 12. vengono da vn composto di 100. da che compsto verranno scudi 150? Verranno da vn composto di 1250. Mà perche l'vno de' componimenti questo numero 1250. sono li scudi 150. cogniti, e l'altro componente cõsiste negli Anni incogniti; per hauere questi Anni; basta a partire il 1250 per li Scudi 1000 tolti a Censo; perche di Quotiente ne verrà $1\frac{1}{4}$, e tanti Anni appunto tenne li Scudi 1000. Che ciò sia il vero, dicasi. Se Scudi 100. in Mesi 12. guadagnano Scudi 12. Quanti ne guadagnaranno Scudi 1000. in Mesi 15? (che sono quell'Anno $1\frac{1}{4}$) Operando guadagnaranno Scudi 150. però stà bene.

Quesito Ottauo.

Vno dice così. La Lira mi guadagna Den. 6. il Mese. Quante Lire mi guadagnaranno Den. 1. il giorno?

Questo si risolue come il passato. Per hauere il primo composto, si moltiplica Lir. 1. con li 30. giorni d'vn Mese, e s'hauerà pur 30; e poi si dice: Se Den. 6. sono guadagnati dal composto di 30. Da che composto sarà guadagnato Den. 1?

Sarà guadagnato dal composto di 5. Diuidendo hmò questo 5. per vn sol giorno restarà pur 5. e così Lir. 5. guadagnaranno vn Den. il giorno (Questo modo si tiene ogni volta, che manchi vno de' componenti il secondo composto: cioè, che il Quotiente sarà il componente incognito di tempo, ò di Scudi, &c.

Quesito Nono.

Vno piglia impresto Scudi 96. a Den. 4. per Lira al Mese di frutto. Costui le tenne Mesi 7. giorni 25. S'addimanda. Quanto montarà il merito di detti 96. Scudi in questo tempo?

Si fà così. Vedasi quanto guadagni vna Lira sola in detto tempo dicendo. Se Mesi 1. mi dà Den. 4. che mi daranno Mesi $7\frac{5}{6}$? Daranno Sol. 2. Den. $\frac{1}{3}$. Di poi si dice. Se Lir. 1 cioè Den. 240. mi guadagnano Den. $31\frac{1}{3}$, che mi guadagnaranno Scudi 96? Hò conuertito la prima, e seconda cosa in Den. per potere operar per quella Regola detta a carte 45. come più lesta; cioè che quando

do la prima, e la seconda cosa sono simili, la quarta riesce della natura non della seconda, mà della terza cosa. Siche nel caso nostro moltiplicando li Den. $31 \frac{1}{3}$ con li scudi 96 faranno 3008. che partito per il 240 ne risultaranno Scudi $12 \frac{1}{2} \frac{1}{5}$, ancorche il primo, & il secondo termine siano Denari. E questo auertimento è molto osseruabile. Adunque li scudi 96. in 7 Mesi, e giorni 25. fruttano scudi $12 \frac{1}{2} \frac{1}{5}$ (Quei Denari 240. sono la Lira, che tiene il primo luoco del quesito.) E tanto basti in materia del merito, ò frutti.

DEL SCONTARE.

CAP. XIV.

IL Scontare è vn atto contrario al meritare: perchè col frutto s'accresce il capitale: mà col scontare si cala, e sminuisce. Quando vno guadagna 10. per 100. fà di 100. 110, e di 10. fà 11. Ma per contrario scontando si fà di 110. 100, ed'11. si fà 10. solamente. E notisi bene.

Quesito Primo.

Vno deue dare ad vn altro in capo a due Anni, e mezo Scudi 350, ma perche il Padrone si troua necessità del suo Dennaro, promette di scontare ad debitore 10. per 100. se di presente li sborsa la moneta: del che contentandosi, s'addimanda, quanto deue di ragione sborsare il debitore.

Primieramente vedasi, quanto meritano Scudi 100. in 2. Anni, e $\frac{1}{2}$ à 10. per 100. il che fatto, si troua, che fruttano scudi 25. i quali col suo capitale fanno 125. Dicasi poi così. Se 125, mi restano 100. che mi restaranno 350? Operando, restaranno Scudi 280. E tanti apunto ne douerà sborsare il debitore, ed hauerà sodisfatto per li scudi 350. (scontandone il Padrone 10. per 100.)

Quesito Secondo.

Vn'altro deue hauere da vn suo prossimo Lir. 100. in termine di Mesi 4. ma se li sborsa il Denaro di presente: il creditore gli vuole scontare Den. 3. per Lira al Mese.

Hor s'addimanda. Quanto deue sborſare di ragione?

Queſta ſi ſcioglie come la paſſata. Vedaſi quãto frutti la Lira ne'4. Meſi, à ragion di Den. 3. il Meſe; qual frutto ſi troua eſſer ſol. 1. ſiche 20. diuentano 21. meritando; mà ſcontando ſi dice: ſe ſoldi 21. reſtano 20. che reſtaranno Lir. 100? Operando reſtaranno Lir. 95. Sol. 4. Den. 9 $\frac{1}{2}$.

Queſito Terzo.

Vno deue hauere da vn altro ſcudi 300. con queſt'ordine. Da quì ad vn Anno Scudi 100, e da quì a due Anni altri ſcudi 100 e da quì a trè Anni altri Scudi 100. Se di preſente il debitore voleſſe sborſare tutti li ſcudi 300 il creditore vorria ſcontarli il 10. per 100. ſemplicemente. Se il debitore ſi riſolue, quanto douerà sborſare?

Per il primo Anno biſogna dire. Se 110. era 100. che ſarà 100? Ouero ſe 11. era 10, che ſarà 100? Operando ſarà 90 $\frac{10}{11}$. Per il ſecondo Anno ſi dice; ſe 120. era 100. che ſarà 100? Sarà 83 $\frac{1}{3}$. E per il terzo Anno ſi dice pure; ſe 130 erano 100, quanto ſarà 100, ſarà 76 $\frac{11}{13}$ ſomando mò inſieme queſte trè partite, cioè 90 $\frac{10}{11}$. 83 $\frac{1}{3}$. e 76 $\frac{11}{13}$, s'haueranno ſcudi 251 $\frac{71}{429}$, e tanti a punto ne douerà sborſare &c.

Queſta Regola del ſcontare, inſegnata da gli Antichi Scrittori, ed approuata dalli Moderni, pare, che nõ quadri bene ad alcuni, ne reſtano del tutto ſodisfatti, parendo loro, che ſi come nel meritare Scudi 100. diuentano (per eſempio) 110. così nel ſcontare 100. doueſſero reſtar ſolamente 90. Ma certiſſimo la Regola è buoniſſima, & eſſi ſono in grand'errore: perche la proportione con la quale il Capitale creſce con l'iſteſſa proportione deue calare; il che non ſi troua, operando ſecondo il lor poco ſapere. E ben vero, che non rendendo la ragione, nè prouando detti Scrittori la predetta Regola con fondamenti ineſpugnabili, ſono cauſa, che li men dotti vacillino. Adunque, acciò niſſuno per l'auenire poſſi più dubitare: quì voglio prouare la fedeltà di queſta Regola. Attenti alla proua.

Euclide, lib. 7. prop. 20. dice così. Se ſaranno trè numeri continui proportionali, il Prodotto del primo

nel

nel terzo sarà sempre eguale al Prodotto del secondo, moltiplicato in sè stesso. (Seruino d'esempio 2. 4. 8.) Questi trè numeri sono continui proportionali; perche vno contiene egualmente l'altro. Il secondo contiene due volte il primo, & il terzo contiene parimente due volte il secondo. Di più, moltiplicando il primo col terzo, ne produce 16, e 16 pure ne dà il secondo moltiplicato in sè stesso. Ma notate di gratia, che per trè numeri continui proportionali non è necessario, che li numeri estremi siano distanti dal numero di mezo con eguali vnità, anzi quanto più cresce l'vno, tanto più cala l'altro. Siche, se il terzo numero, cioè l'8. fosse 16. il primo doueria esser di necessità 1. solo, e stariano così 4. 16. & haueriano parimente le douute sudette conditioni. (Ma perche nella seconda parte faccio vn trattato delle Proportioni, non m'estendo più oltre: bastandomi per il mio intento quanto di sopra hò dichiarato) O veniamo alle proue di quest'vltimo quesito.

Noi habbiamo detto, che li scudi 100. del primo Anno meritando si fanno 110, e scontando, restano solamente $90\frac{10}{11}$, si che habbiamo questi trè numeri.

Capitale scontato —	Puro Capitale —	Capitale col guadagno.
Scudi $90\frac{10}{11}$	Scud. 100.	Scud. 110.
	100.	$90\frac{10}{11}$.
	Scud. 10000.	9900. 11000
		100. Scud. 100
		Scud.—10000.

O vediamo vn poco se questi trè termini habbino le conditioni, che ricerca Eucl. Moltiplicando $90\frac{10}{11}$ con 110, ne produce 10000. Moltiplicando anco li Scudi 100. del Capitale in sè stesso, fanno per 10000. Di più, diuidendo il 100 (termine di mezo) per 90. $\frac{10}{11}$ Di Quotiente ne viene $1\frac{1}{10}$. E perche diuidendo il 110 (terzo

termine) per 100, ne viene parimente 1. $\frac{1}{11}$. Adunque li trè termini, hauendo le douute conditioni, sono continui proportionali. Adunque la proportione che hà il meritare, la medesima hà il scontare. Però la Regola è buona.

Per li Scudi 100. *del secondo Anno.*

Capitale scontato --Puro Capit. --Capit. col guadagno.
Scud. 83. $\frac{1}{3}$ Scud. 100. Scud. 120.

Moltiplicando il primo col terzo termine fa pur 10000. Di più, diuidendo 100. per 83. $\frac{1}{3}$, ne viene 1 $\frac{1}{5}$, & 1 $\frac{1}{5}$ ne viene anco diuidendo il 120. per 100. Adunque la Regola è ottima.

Per li Scudi 100. *del terzo Anno.*

Capitale scontato -- Puro Capit. -- Capit. col guadagno.
Scudi 76 $\frac{12}{13}$ Scud. 100. Scud. 130.

Moltiplicando il primo col terzo termine fà pur 1000 Di più, diuidendo 100. per 76 $\frac{12}{13}$ ne viene 1 $\frac{3}{10}$; & 1 $\frac{1}{3}$. ne viene anco diuidendo il 130 per 100. Adunque non si può negare la verità di questa Regola: poiche in tutti trè li proposti Anni vi si ritrouano le conditioni, ricercate da Eucl. cioè, che il Prodotto del primo nel terzo numero, è stato sempre eguale al Prodotto del secondo, moltiplicato in sè stesso: e di più in tutti trè gli Anni il terzo numero contiene tante volte il secondo, quanto che il secondo contiene il primo. (Conditioni, che non trouarete, se farete, che 100 resti 90.) Adunque la proportione, che si troua nel meritare, quell'istessa hà il scontare: perche si tocca con mani, che la proportione che hà il puro capitale col capitale, e guadagno: l'istessa hà il puro capitale col capitale scontato.

Addimando a quei, che sono di contraria opinione. S'vno mi douesse dare Scudi 100. da quì a 10. Anni, e sborsandoli di presente gli volessi scontare il 10. per 100, quanto mi doueria dare? Certissimo, che non mi doueria dare cosa alcuna: volendo, che Scudi 100. nel scontare restino solamente 90. (O vedete se hà del buono)

90.) Ma operando secondo la vera regola; li Scudi 100 in capo a 10. Anni meritando si fariano scudi 200, e scontando restariano solamente 50. E tanti ne deuo hauere. Fatene la proua.

Capitale scontato. -- Puro Capit. -- Capit. col guadagno.
Scud. 50. Scudi 100. Scudi 200.

Moltiplicando il 50. col 200, fà pure 10000. Di più si come il 100. contiene due volte il 50, così il 200. contiene due volte 100, Adunque &c.

Mi resta da rispondere ad vna difficoltà sopra questo preciso quesito per lettera fattami dal Sig. Francesco Manelli Faentino; huomo dotto, e stimatissimo, che poco fà pur iui ancora hà posto alla Stampa in materia di Geometria. La difficolta è questa.

Se noi riduciamo quei trè termini di pagamenti ad vn sol termine: certo è, che (secondo l'insegnata Regola) in capo a due Anni il debitore saria tenuto di sborsare in vn sol sborso li scudi 300. Si che volendoli scontare, bisognarà dire. Se 120, resta 100, che restarà 300? Operando restarà 250. E tanti Scudi appunto doueria sborsare di presente il debitore. Il che non batte con l'altra operatione di scudi $251\frac{71}{429}$. E doue nasce questa differenza? Lo volete sapere? Attenti. Non hò detto Io, che trè termini continui proportionali qnanto più cresce vn termine estremo, tanto più cala l'altro? Hauete considerato, che il capitale scontato per li Scudi 100. del primo Anno sono restati $90\frac{10}{11}$. Quelli del secondo Anno $83\frac{1}{3}$, e quelli del terzo Anno solamente $76\frac{12}{13}$: nè per altro, se non perche per li primi Scudi 100 hauete detto. Se 110. resta 100, &c. Per li 100 del secondo Anno, se 120 resta 100 &c. e per il terzo Anno hauete detto. Se 130 resta 100, &c. Hora mò, quando voi riducete a pagare scudi 300. in capo a due Anni, si come v'obbligate a questi due termini. Se 120, resta 100, &c. così di necessità obbligate anco li scudi 300. all'altro termine in continua proportione di Scudi $83\frac{1}{3}$. Si che quei Scudi 100. del primo Anno, che scontati restauano $90\frac{10}{11}$, ridotti in

po alli due Anni, reſtano ſolamente $83\frac{1}{3}$. E quei 100 del terzo Anno, che prima erano ſolamente $76\frac{1}{3}\frac{2}{3}$, anticipandoli vn Anno, ſi fanno pur loro $83\frac{1}{3}$. E queſta è la cauſa del sbaglio.

O paſſiamo più auanti. La differenza di $83\frac{1}{3}$ a 90, è $7\frac{1}{3}\frac{1}{3}$. La differenza da $76\frac{1}{3}\frac{2}{3}$ a $83\frac{1}{4}$ è $6\frac{1}{3}\frac{6}{9}$. Si che li ſcudi 100. del primo Anno ridotti al ſecondo Anno calano ſcudi $7\frac{1}{3}\frac{9}{8}$, e li 100 del terzo Anno creſcono ſolamente $6\frac{1}{3}\frac{6}{9}$. Cauanſi mò le differenze l'vna dall'altra; cioè $6\frac{6}{9}$, da $7.\frac{1}{3}\frac{9}{3}$, e ne reſtarà $\frac{1}{4}\frac{7}{2}\frac{1}{9}$ d'aggiongerſi alli Scudi 250 che poi faranno $251\frac{1}{2}\frac{7}{4}\frac{}{9}$, come per il primo modo. O ben che ne dite. La verità è ſempre eſſa; baſta il saperla trouare. Adunque non vi ſia più alcuno, che dubiti della fedeltà di queſta Regola, trouata da noſtri Antichi: che quando la ſaprete maneggiare in qual ſi voglia modo, che ſia, ſempre vi dirà il vero.

MODO DI RIDVRE PIV' PAGAMENTI, Ad vn ſol termine, ò pagamento.

C A P. XV.

Queſito primo.

VNo compra vna Caſa per il valore di Scudi 1200 con patto, & obbligatione di pagare in capo a 2. Anni ſcudi 700, e gli altri ſcudi 500. promette sborſarli immediatamente finiti li quattro Anni: ma per certe occorrenze accadute; concordemente le parti vorriano fare vn ſol sborſo di queſti Scudi 1200, ma ad vn tempo, e termine tale, che di ragione non pregiudichi nè all'vno, nè all'altro. Hor s'addimanda; a che tempo, ò termine s'hà da fare tal pagamento?

In due modi ſi può queſta, e ſimili queſtioni riſoluere. La prima è queſta. Vedaſi quanto meritariano li Scudi 700. in quei 2. Anni, che hà tempo a pagarli à 10 per 100. (d'altro merito ad libitum.) Il che facendo; meritano ſcudi 140. Vedaſi ancora quanto meritano gli

mei.

meɪam ɪ
meɪəm

altri Scudi 500. nelli 4 Anni. Il che facendo, fruttano Scudi 200. e questi sommandoli con gli altri 140, faranno tutti insieme 340. Dopò questo. Vedasi in quanto tempo tutta la massa de' scudi 1200. meritariano pure scudi 340. a 10. parimente per 100, del che facendone proua; li meritaranno in Anni 2, e Mesi 10. E così in termine di due Anni, e dieci Mesi sarà tenuto il debitore a pagarli li 1200. Scudi. E questa è la ragione, perche tanto meritano a qual si voglia merito li 1200. Scudi in due Anni, e dieci Mesi, quanto meritano li 700. Scudi in due Anni, e gli altri 500. Scudi in 4. Anni.

Il secondo modo è più breue, più facile, & il più maestrale, & è questo. Siano mò quanti si vogliono li termini, ò le partite; che per hauer l'intento, basta a moltiplicare ciascuna partita, ò quantità di Scudi, di Lire, &c. col suo tempo, prescritto a pagarli. (conuertẽdo gli Anni in Mesi, quando cogli Anni vi siano Mesi: e li Mesi cõuertendoli in giorni, quando con li Mesi vi siano giorni.) Fatto questo: si sommano tutti li sudetti Prodotti (che compósti di prezo, e di tempo si chiamano) e la somma diuidendosi subito per la somma di tutte le partite di Scudi, di Lire, &c. il Quotiente sarà il tempo cercato, nel quale sarà tenuto il debitore a sborsare la Moneta. Qui il tutto si vede chiaro per l'istesso quesito.

Scu. 700 suo termine di pag. An. 2. suo Prod. ò Cõp. 1400.
Scu. 500. suo termine di pag. An. 4 suo Prod. ò Cõp. 2000

Diu. 1200. e sõma delle partite. Somma de Comp. 3400
1200 An. 2. $\frac{12}{1}$,

cioè 10. Mesi come per il primo modo. E questo secondo modo è da praticarsi.

Quesito Secondo.

Vno deue dare ad vn altro
L. 50. hà tempo Mesi 7. Comp. 350.
L. 10. hà tẽpo Mesi 9 —— 90.
L. 36. hà tẽpo Mesi 10. —— 360.

Diui-

Diuisore 96. Somma de' Composti 800.—Quot. Mesi 8.

768.

——— (gior.

.32. Mesi da farsi in

30.

———

Diu. 96. - 960 - Quot. giorni 10.

96

———

.. 0

In capo a Mesi 8. giorni 10. sarà tenuto di pagare in vn sol sborso le Lir. *96*.

Quesito Terzo.

Vno deue dare ad vn altro per certi interessi, ch'hanno insieme, li sottoscritti Denari; da pagarsi in diuersi tempi. Volendoli pagare tutti in vna sol volta; a che tempo di ragione douerà far tal sborso?

	Mesi, Gior.	
Scu. 123. adi 7. Gen. 1692.		
Scu. 184. adi 18. Lug. 1692.	Differenza. 6. 11.	Per merito Scu. 9. Lir. 3. S. 0. D. 11.
Scu. 127. adi 16. Set. 1692.	Differenza 8. 9.	Per merito Scu. 8. Lir. 3. S. 2. D. 8.
Scu. 368. adi 25. Mar. 1693.	Differ. 14. 19.	Per merito Sc. 44. Lir. 3. S. 10. D. 0.
Scu. 802.		Scu. 63. L. 1. Sol. 13. D. 7.

Per il primo modo questi quesiti si risoluono così. Per fondamento dell'operatione, si piglia la prima partita, cioè quella delli 7. di Gennaro 1692 Il che supposto; bisogna vedere la differenza del tempo, che si troua dalla prima partita a ciascun altro termine, ò partita. La qual differenza l'hò notata in mesi, e giorni. Dopo bisogna vedere, quanto meritano li Scudi di ciascuna partita in quel tempo, ò mesi della sua differenza a 10. per 100. all' Anno, (ouero a qual si voglia merito per maggior intelligenza l'hò notato nella propria partita. Fatto questo; si sommano le partite del debito, che fanno Scud. 802. Si sommano parimente tutti li meriti insieme, che sono Scudi 63. Lire 1. Sol. 13. Den. 7. (Vi saria vn rotto di Denaro, del quale non se ne fà conto; come anco per vn Anno, si pigliano solamente 360. giorni)

ni) Dopo tutto questo, bisogna mò vedere, in quanto tempo la somma delli Scu. 802. meritariano a 10 per 100 li sudetti Scudi 63. Lir. 1. Sold. 13. Den. 7. dal che facendone proua; gli meritariano, ò guadagnariano in Mesi 9. giorni 14. (lasciando da parte le minutie) Finalmente e aggiongendo questi Mesi 9 giorni 14. al tempo della prima partita, cioè alli 7. di Genaro 1692. (oue s'è fondata l'operatione) il termine di questo aggregato arriuarà alli 21. d'Ottobre dell'istesso Anno 1692. Adunque alli 21. d'Ottobre 1692. si doueranno pagare le sudette quattro partite.

Ma volendo risoluere il quesito per il secondo modo; bisogna conuertire in giorni li Mesi della differenza. Il che fatto, si moltiplicano li giorni con li scudi della loro partita; e li Prodotti si sommano insieme; e questo vltimo auuenimento, si parte per la somma de' scudi delle quattro partite; che sono 802. e di Quotiente ne verranno 284. che saranno giorni: perche li composti parimente sono di Scudi, e di giorni. Conuertendo finalmente questi 284. giorni in mesi, ne vengono pure mesi 9. giorni 14. quali aggionti alli 7. di Gennaro, arriuaranno (come per l'altro modo) alli 21. d'Ottobre 1692.

Scudi 123. adì 7. Gen. 1692.
Scudi 184. Differ. gior. 191. Suo comp. 35144.
Scudi 127. Differ. gior. 249. Suo comp. 31623.
Scudi 368. Differ. gior. 439. Suo comp. 161552.

Scudi 802. Diu. 802. - 228319 - Quot. gior. (284 $\frac{551}{802}$.
160
6791. G. 310 - 9. Mes.
6416. (G. 14 $\frac{551}{802}$.
3759.
3208.
551.

Di quel rotto di giorno $\frac{551}{802}$, non se ne tien conto. Ma

cui

chi volesse vedere il pello nell'vouo, sariano mesi 9. giorni 14. hor. 16. min. 29, e $\frac{262}{802}$ di minuto, La prima partita non forma composto: perche non hà differenza di tempo, essendo essa il fondamento dell'operatione. Hò posto parimente due modi d'operare: acciò vno testifichi la verità dell'altro.

COME SI TIRI IN RESTO,

Sì in tempo, come in Denari vna ragione di due, ouero più partite di meriti, ò altro simile.

CAP. XVI.

OVei, che si esercitano in dare, ò riceuere à Censo, se spesso non saldano le partite in vn sol resto; à longo andare, si trouaranno molto confusi, & imbrogliati: ma perche si suol dire, patto chiaro, & amicitia longa, però qui s'insegna il modo di saldare dette partite. Alla pratica.

Quesito Primo.

Vno compra vna Possessione l'Anno 1692. qual monta Scudi 4530. nel qual contratto costui sborsa scudi 2000. con obligarsi a pagare gli altri Scudi 2530. à 25. di Marzo l'Anno 1697. e se à tal tempo non potesse pagarli per qualche accidente; s'offerisce di pagarli di merito 13. per 100. all'Anno, per tutto il tempo, che oltre il detto termine, tardarà a sborsarli li sudetti scudi 2530 con patto però; che se occorresse sborsarne qualche parte auanti detto termine; ch'ancor lui il venditore sia tenuto a rifarli tal tempo nel restante; cioè allongarli il detto termine alla rata de'Denari, che li darà; e del tempo in che li darà, del che contentandosi il venditore della Possessione, ne fanno scrittura. Hora mò accade che alli 29. di Settembre 1694. il Compratore sborsa altri Scudi 1000. al Venditore. S'addimanda. In qual giorno sarà tenuto a pagare il resto, cioè scudi 1530?

Questo, e simili quesiti si mettono in chiaro così. Vedasi quanto tempo prima del patto il Compratore pagh quei 1000. Scudi. Chiara cosa è, che li paga prima del termine assegnato 2. Anni 5. Mesi, e 26. giorni. Hora mò vedasi quanto meritano li 1000. scudi sborsati in questi Anni 2, Mesi 5, e giorni 26. Il che fatto; si troua, che meritano scudi 252. Lir. 0. Sol. 17. Din. 9 $\frac{1}{3}$. a 10. per 100. (se bene si potria pigliare, che merito si vuole per 100) Doppo questo, bisogna anco vedere in quanto tempo, a 10. per 100. li restati Scudi 1530 guadagnariano li sudetti scudi 252 $\frac{2}{9}$. (che tanto a puntino sono quei sol. 17. Din. 9. $\frac{1}{3}$) del che facendone proua, li guadagnariano in Anni 1. Mesi 7. e giorni 15. (lasciando il rotto de' giorni) e tanto appunto deue allongarsi il termine; cioè alli 25 di Marzo 1697. bisogna aggiongerui quell'Anno 1. Mesi 7. e giorni 15. Il che facendo, s'arriuarà alli 10. di Nouembre 1698. Adunque si conclude, che il Compratore, deue pagare li restati scudi 1530. alli 10. di Nouembre 1698 E se non paga, per l'auuenire sarà tenuto pagare di merito 13. per 100. in risguardo solamente à quei scudi 1530. che resta debitore: come sono d accordo.

Ma più presto, e con manco limamento di ceruello s' hauerà l'intento così. Moltiplica gli Anni 2. Mesi 5. e giorni 26 (fatti tutti in giorni) cō li scudi 1000. e di Prodotto ne verrà 896000, e questo partito per li scudi 1530. che resta debitore, ne riusciranno 585 giorni, che fatti in Anni, e Mesi, ne risultano pure Anni 1. Mesi 7. e giorni 15 (come per l'altro) E poi s'aggionge, & opera come sopra, &c. Di questo rotto $\frac{9\,5}{1\,5\,3}$, non se ne tien conto.

Diu. 1530—896000—Quot. gior. 585. – $\frac{9\,5}{1\,5\,3}$.

7650.. Anno 360—360. Quot. Ann. 1

13100 Mese 30.—225 — Quot. Mes. 7.
12246 · 210

8600 15—Gior.
7560

750——

Quesito Secondo.

Quest'Anno 1692. a'24. di Febraro, vno piglia da vn suo amico scudi 800, a pagarli 6. per 100. all'Anno con patto però di poterli restituire in tutto, ò in parte ogni volta, che v'habbia commodo. (per diminuire l'interesse) Occorre, che a' 18. di Luglio del medesimo Anno ne ritorna indietro 300. senza pagarli però li frutti corrispondenti alli 4. Mesi, e 24. giorni, che hà tenuto li 300. Scudi nelle mani. Hor s'addimanda, à che tempo hà da sborsare gli altri 500. Scudi, acciò con essi il Creditore si rimborsi del merito, ò frutti delli Scudi 300, che l'altro li tornò indietro?

Questo quesito si risolue come il passato, se bene è tutto contrario: perche in quello, hauendo sborsato 1000. Scudi prima del tempo conuiene slongare il termine, per la paga de gli altri; ma quì conuerrà tirarlo indietro: acciò il Creditor si rinfranchi con li 500. scudi del frutto delli ritornati 300. scudi. Adunque si fà così per il primo modo. Vedasi quanto meritano li scudi 300. in quei Mesi 4. e giorni 24, che gl'hà tenuto in mano. Meritano scudi $7\frac{1}{5}$, cioè sol. 16. Vedesi parimente in quanto tempo li scudi 500. meritariano li medesimi scudi $7\frac{1}{5}$. Per saperlo, prima si moltiplicano li scudi 300. con li Mesi $4\frac{4}{5}$, e daranno questo composto 7200 di Mesi, e di scudi. Dopo questo, bisogna dire. Se scudi $7\frac{1}{5}$. vengono dal composto 7200. da che composto verranno Scudi 7, & $\frac{1}{5}$? In simili occorrenze, perche il primo, ed il terzo termine sono di quantità eguali; dopo l'hauer faticato, ne tornaria pur l'istesso composto 7200, però serui d'auuiso, che basta à partire quel primo composto, prima per 5. (per rispetto d'hauer conuertiti li Mesi $4\frac{4}{5}$, tutti in quinti) e verrà 1440, e sarà mò vn compsto di mesi intieri, e di scudi. Finalmente diuidendo questo composto 1440. per il componente cognito, cioè per li scudi 500. il Quotiente ne verranno mesi 2, giorni $26\frac{2}{5}$, ed in tanto tempo appunto li scudi 500. guadagnaranno scudi $7\frac{1}{5}$. Finalmente settratti questi due mesi, e giorni 26. (lasciando andare li $\frac{2}{5}$)

$\frac{2}{5}$) dalli 24 di Febraro 1692. tornando all'indietro, s'arriuarà alli 28. di Nouembre 1691. Ed in questo giorno appunto il Debitore douerà pagare li scudi 500. con li loro frutti, e così sarà saldata la partita sì in tempo, come in Denari.

Ma volendola risoluere per il secondo modo (sempre più facile) basta a moltiplicar li Scudi 300. con li mesi 4 $\frac{4}{5}$, e ne verrà questo composto di Scudi, e mesi 1440; qual partito per li scudi 500: ne verrano mesi 2, giorni 26 $\frac{2}{5}$ sì come per l'altro modo; e poi nel resto s'opera come sopra, stracciando la prima scrittura, fatta sotto li 24. di Febraro 1692.

Se Vno sborsasse in più volte quantità di Denari, auanti, ò dopo il tempo, si meritano tutte le partite, e poi si slonga, ò s'accelera il tempo per il pagamento del residuo; quanto staria esso residuo a meritare quello hanno meritato quelle partite tutte insieme. Non porto esempio per fuggire la longhezza. Da passati esempi, bene intesi, s'imparará &c.

Del Meritare, e Scontare à capo d'Anno detto frutto, de frutti; ouero Vsura.

CAP. XVII.

SE bene frà Christiani sono prohibiti, nè per alcun modo si deuono fare contratti vsurarj: tuttauia la scienza virtuosa è sempre laudabile. Meritare a capo d'Anno non è altro, che dare, ò riceuere quantità di Denari, a pagare vn tanto per 100. all'Anno, e se non si paga in capo all'Anno, l'Anno seguente si sia tenuto à pagare non solamente li frutti del capitale; ma anco li frutti del frutto dell' Anno passato: (però proportionalmente) Per esempio. Se vno pigliasse scudi 100. à 10. per 100. all'Anno, e far a capo d'Anno; se'l primo Anno non pagasse quel tale li Scudi 10, meritati dalli Scudi 100 l'Anno seguente ne doueria pagare 21. Vinti per il capitale, & 1 per frutto di quel 10. Scudi, che per frutto doue-

doueua pagare. L'Anno terzo ne doueria pagare 33. $\frac{1}{10}$ L'Anno quarto 46 $\frac{41}{100}$, &c. O veniamo alla pratica.

Quesito Primo.

Vno piglia impresto Scudi 500. a pagarli a capo d'Anno 10 per 100 all'Anno, e costui gli tiene Anni 3. senza pagarli mai frutto alcuno. S'addimanda, in capo a questi Anni 3 quanto sarà tenuto di pagare?

In più modi si possono risoluere simili quesiti, ma questo sia il primo. Già sappiamo, che scud. 100. meritando, ò fruttando in capo ad vn Anno di 100 diuentano 110. Hora mò nel caso nostro diciamo così. Se 100. diuentano 110, che mi diuentaranno 500. diuentaranno 550.

Per il secondo Anno si dice. Se 100. mi diuenta 110, che diuentaranno 550? Diuentaranno 605. Finalmente per il terzo Anno si dice. Se 100. mi dà 110, quanto mi daranno 605? Daranno scud. 665 $\frac{1}{2}$. e tanto appunto douerà pagare quell'amico frà merito, e capitale, e merito di merito per li scudi 500. pigliati impresto.

Secondo modo.

Si potria anco schifare per 10 il 100, ed il 110. e ne veria 10. e poi opera con questo 10, & 11, come s'è operato di sopra col 100. e 110 dicendo così. Se 10. mi da 11. che mi darà 500? Operando s'hauranno pure in capo a 3. Anni scudi 665. $\frac{1}{2}$.

Terzo modo.

Ne potria anco far così. Moltiplicar tre volte il 500. per 11. e ne veranno 665500, il quale diuiso per la moltiplicatione del 10. tre volte, che sono 1000. ne veranno pure scudi 665 $\frac{500}{1000}$, cioè $\frac{1}{2}$. Dico tre volte perche tre sono gli Anni, che gode li scudi 500 Tante volte si fanno le moltiplicationi, quanti sono gli Anni &c.

Quarto modo.

Quando il merito è parte del 100. come nel caso nostro, che a 10 per 100. ne viene per merito $\frac{1}{10}$ del suo capitale, si può far così. Diuidansi li scudi 500 per 10. e ne veranno 50 e questi gionti col 500. fanno 550. per il primo

primo Anno. Per il secondo Anno mò diuidansi per 10. questi scudi 550. e ne verranno 55. che congionti con li 550, fanno scudi 605. Finalmente diuidansi li scudi 605. per 10, e ne verranno 60 $\frac{1}{10}$, quali vniti con li 605. per il terzo Anno, saranno come sopra scudi 665 $\frac{5}{10}$. cioè $\frac{1}{2}$.

Quinto modo.

Vltimamẽte si potria ancor far così. Meritare 100. scudi per trè Anni (ò per quanto tempo occorre secondo la proposta) che nel caso nostro ne verriano 133 $\frac{1}{10}$, e poi dire. Se 100. mi danno 133 $\frac{1}{10}$, che mi daranno 500. Daranno pure, come per gl'altri modi, scudi 665. $\frac{5}{10}$ $\frac{5}{10}$, cioè $\frac{1}{2}$.

Scontare.

Il scontare a capo d'Anno è vn atto contrario all'istesso meritare à capo d'Anno, e questo è tanto differente dal scontare semplicemente, quanto è differente il meritare a capo di Anno, dal meritare semplicemente. Per tutti quei modi, che si può meritare a capo d'Anno per gl'istessi si può anco scontare. Possedendo bene il precedente quesito, e sua risolutione s'arriuarà al punto.

DELLE COMPAGNIE.

CAP. XVIII.

LA natura del mercãtare in compagnia è questa: che concorrendo più persone, con varij capitali al trafficare, tutti parimente si sottopongono tanto al guadagno, quanto alla perdita, non egualmente, ma alla rata portione del capitale, che ciascuno vi hà posto. Alla pratica.

Quesito Primo.

Tre Mercanti fanno compagnia. Il primo vi mette scudi 235, il secondo scudi 430, ed il terzo vi mette scudi 500. Finito il negotio si trouano hauer guadagnato sopra il capitale 515. hor s'addimanda, quanto toccarà per ciascuno à proportione del capitale, posto da principio?

Questi quesiti facilissimamente si risoluono per la Re-

gola del trè;tante volte replicata:quante sono le persone della compagnia così. Si sommano insieme le trè partite del capitale,che fanno scudi 1165,e perche questo corpo di tutto il capitale hà guadagnato li scudi 515, si dice. Se scudi 1165. hanno guadagnato Scudi 515. Di questi, quanti n'haueranno guadagnati li scudi 235.del primo Mercante? Operando al solito, li toccaranno scud.103. lir. 3. sol. 10.den.$8\frac{1}{2}\frac{7}{3}\frac{6}{3}$.Dipoi si dice. Se 1165. guadagnorono 515. Di questi quanti n'haueranno guadagnati li scud. 430. del secondo Mercante? Neguadagnorno scu. 190 lir.o.sol.6.den.10. $\frac{}{2}\frac{9}{3}\frac{4}{3}$. Finalmente si dice. Se 1165. guadagnorno 515. Di questi quanti ne guadagnorno li scudi 500. del terzo Mercante? Ne guadagnorno Scudi 221.Lir. o. Sol.2.Den.$4\frac{1}{2}\frac{9}{3}\frac{6}{3}$. E che sia il vero, sommando insieme ciascun guadagno di questi trè mercanti, faranno pure scud. 515. E così s'opera, se fossero bene 50. Compagni.

In quel modo, che si parte il solo guadagno: nell'istesso si partirìa anco il guadagno, e capitale insieme.

Se occorresse perdere in cambio di guadagnare, s'opera pur nell'istesso modo. Per esempio. Se li sudetti trè Mercanti hauessero perso 150. Scudi, si dirìa così. Se Scudi 1165. hanno perso Scudi 150. Quanti n'haueranno perso li Scudi 235. del primo Mercante, così si farà per altri gli due. Ouero operare con la massa della perdita e capitale.

Quesito Secondo.

Vno deue dare, & è debitore a trè persone. Al primo deue dar scudi 205. Al secondo scudi 436. & al terzo deue dar scudi 180. Occorre, che costui muore, ò si và con Dio; nè si troua hauer più; che per scudi 480. S'addimanda. Quanto deue toccare a ciascun creditore?

Operando, come sopra. Al primo toccaranno Scudi $119\frac{7}{}\frac{0}{}\frac{1}{1}$. Al secondo $254\frac{7}{2}\frac{4}{2}\frac{6}{1}$: e al terzo $105\frac{1}{2}\frac{9}{2}\frac{5}{1}$.

Quesito Terzo.

Trè fanno compagnia. Il primo mette Scudi 100. Il secondo Scudi 200; & il terzo vi mette 20. Moggia di For-

Formento: & hauendo guadagnato Scudi 400. al primo toccorno Scud. 66. $\frac{2}{3}$; al secondo 133 $\frac{1}{3}$; & al terzo toccorno Sc. 200. Hora mò questo terzo compagno vorria sapere, quanto li fù prezato il Formento per Moggio.

Si fà così, e si dice. Se Scud. 66 $\frac{2}{3}$ di guadagno vengono da Scud. 100 di capitale, Scud. 200 pur di guadagno, da che capitale vennero? Vennero da Scùd. 300. di capitale, e tanto valsero le 20. Moggia di Grano; (che viene ad essere Scudi 15. per Moggio.) L'istesso verrà a farne la proua per il guadagno, e capitale del secondo compagno.

Quesito Quarto.

Trè altri compagni hanno guadagnato Lir. 460. Il primo pose nella Compagnia Lir. 380. Il secondo Lir. 420. & il terzo tanto pose, che dal guadagno li toccorno Lir. 200. S'addimanda, che toccò a gli altri due: e che pose il terzo compagno?

Per sapere quanto pose il terzo, si fà così. Sottragansi Lire 200. dalle Lir. 460. guadagnate: e ne restano Lir. 260. (guadagno degli altri due; li capitali de'quali vniti insieme sono Lir. 800.) Dicasi poi così. Se Lir. 260. di guadagno vengono da Lir. 800. di capitale. Da che capitale verranno Lir. 200. pur di guadagno? Operando, si troua, che vengono da Lir. 615. Sol. 7. Den. 8. $\frac{4}{13}$. E tanto pose il terzo. Per saper mò quanto toccò a gli altri due in particolare di quelle Lir. 260. si dice per la Regola ordinaria delle compagnie; Se Lir. 800 hanno guadagnato Lir. 260, che toccarà a Lir. 380. e che toccarà a Lir. 420? Operando, toccaranno Lir. 123. Sol. 10. al primo; & al secondo Lir. 136. sol. 10.

Quesito Quinto.

Trè persone si trouano a mangiare insieme all'Osteria, vn Spagnuolo, vn Francese, & vn Italiano. Finita la cena. Il Spagnuolo dice. Io voglio pagare il doppio del Francese; & il Francese dice; & Io voglio pagare il doppio dell'Italiano: e l'Oste deue hauere sold. 56. S'addimanda. Quanto pagarà ciascuno di loro?

In queſto, e ſimili queſiti biſogna imaginarſi per capitale dell'Italiano 1. Per capitale del Franceſe 2; e per capitale del Spagnuolo 4; li quali vniti inſieme fanno 7. Di poi per la Regola commune ſi dice. Se 7. paga 56. che pagarà 4. del Spagnuolo; 2. del Franceſe; & 1. dell'Italiano? Operando, al Spagnuolo tocca il pagare ſol. 32. al Franceſe 16; & all'Italiano 8. ſolamente.

Queſito Seſto.

Trè fanno compagnia: Mà, ò perche vno poneſſe più dell'altro nel negotio; ò per altri fini occulti; non ſi sà, quanto ciaſcuno v'habbia di capitale: appariſce ſolamente per ſcrittura, che il primo habbia la metà di quello, che tocca al ſecondo: & il ſecondo la quarta parte di quello, che tocca al terzo Nel fine del negotio ſi trouano hauer guadagnati ſcudi 120. Quanti ne toccano a ciaſcuno di loro?

In queſto, e ſimili, queſiti biſogna trouare trè numeri (*ad libitum*) che il minimo ſia la metà del mezano; e che il mezano ſia la quarta parte del maggiore: (& Io per il preſente queſito piglio queſti trè, cioè 2. 4. 16. li quali ſommati inſieme fanno 22.) Di poi per il modo commune ſi dice. Se 22. mi guadagna 120. ch'hauerà guadagnato 2 per il primo? e 4 per il ſecondo? e che 16. per il terzo? Operando, al primo toccano Scudi 10. $\frac{10}{11}$. Al ſecondo 21. $\frac{9}{11}$. Et al terzo toccano Scudi 87. $\frac{3}{11}$. E ſe ne faremo la proua, la trouaremo buona; non ſola, perche vnite inſieme le trè partite fanno Scudi 120, ma anco perche la prima partita ſarà la metà della ſeconda; e la ſeconda ſarà la quarta parte della terza. Il che ſi deue bene auuertire per caſi ſimili.

Queſito Settimo.

Trè altri hanno pur guadagnato Scudi 500, e frà loro ſono d'accordo, che il primo n'habbia la metà; Il ſecondo vn terzo: Et il terzo n'habbia ſolamente $\frac{2}{4}$. Hor s'addimanda: quanti Scudi toccaranno ciaſcuno?

Prima di riſpondere, biſogna ſapere, che queſto, e ſimili

mili quesiti non si possono risoluere come' sono proposti: perche, se di questi Scudi 500 il primo ne pigliasse 250 per la metà; e l'altro ne pigliasse 166 $\frac{2}{3}$ per vn terzo; non vi restariano poi Scud: 125. per vn quarto del terzo compagno; anzi à questo li mancariano Scudi 41. $\frac{2}{3}$. Adunque, acciò tutto l'errore non caschi sopra d'vn solo: ma tutti li compagni concorrino proportionalmente al mancamento (come vuole la ragione) si fà così, Si pigliano per capitale quella metà, quel $\frac{1}{3}$, e quel $\frac{1}{4}$ de guadagnati Scudi 500, che vniti insieme sono Scud. 541. $\frac{2}{3}$. Dipoi per la Regola commune si dice. Se Scud. 541. $\frac{2}{3}$ guadagnorno Scudi 500.. Quanti ne toccano a 250. del primo? Quanti à 166 $\frac{2}{3}$ del secondo? E quanti a 125. del terzo compagno? Operando, al primo toccano Scudi 230 $\frac{10}{13}$; al secondo 153 $\frac{11}{13}$, & al terzo 115. $\frac{5}{13}$. E che sia il vero; sommando insieme quel che tocca a ciascuno fà pure Scud. 500. Anzi duplicando quel 230. $\frac{16}{13}$, che per la metà toccò al primo, fà 461. $\frac{7}{13}$; (del qual numero li Scudi 153 $\frac{11}{13}$ del secondo sono $\frac{1}{3}$; e li 115 $\frac{5}{13}$ del terzo sono $\frac{1}{4}$) Adunque il primo hà la metà, il secondo hà $\frac{1}{3}$ & il terzo hà $\frac{1}{4}$, come sono d'accordo.

Quesito Ottavo.

Vno fà testamento, e lascia per il valore di Scù. 120. con quest'ordine: che vn suo figliuolo n'habbia la metà; Vn suo Nepote $\frac{1}{3}$; Et vna sua Nepote n'habbia solamente $\frac{1}{4}$ Ma perche il buon Vecchio non s'intende de' numeri, & il Notaio scrive, come gli vien dettato: nè l'vno, nè l'altro s'accorge, che questo testamento non si può eseguire, come canta: e così se ne muore il buon Vecchiarello. Hor s'addimanda. Quanto deue hauere ciascuno di ragione?

Questo Quesito è in tutto, e per tutto simile al passato, e però si risolve, come si fece quello. Anzi quì voglio insegnare vn altro modo più maestrale, e che porta manco fattura, per suiluppare il passato, il presente, e qualsivoglia simile quesito: & è questo. Trovasi primieramente per la regola della Accattare vn Numero, c'hab-

c'habbia le parti di $\frac{1}{2}$, di $\frac{1}{3}$, e di $\frac{1}{4}$, che nel caſo noſtro per il minimo ſarà 12. Secondo, di queſto 12. per la metà ſe ne piglia 6 ; per $\frac{1}{3}$ ſe ne piglia 4 ; e per $\frac{1}{4}$ ſe ne piglia 3. Adunque queſto 6.4.3. ſono come capitale, che uniti inſieme fanno 13. E poi per la Regola commune ſi dice: Se 13 guadagna 120. che guadagnarà, ò toccarà a 6, a 4, & a 3? Operando al 6. del primo toccaranno Scudi 55. $\frac{5}{13}$. Al 4. del ſecondo 36 $\frac{12}{13}$ Et al 3. del terzo toccaranno Scudi 27 $\frac{9}{13}$;· La proua come la paſſata. (Non ſi partì da queſto modo col quale ſi ſcanſano li rotti.

Queſito Nono.

Vn altro per occaſione pur di morte laſcia parimente per teſtamento Scudi 120, e vuole, che la ſua Donna di governo n'habbia $\frac{1}{3}$, vn ſuo ſeruitore $\frac{1}{4}$, & $\frac{1}{5}$ ſi dia a poueri. S'addimanda. Quanto tocca di ragione a ciaſcuno?

Queſto queſito è contrario alli due paſſati ; perche in quelli, ſe il primo, & il ſecondo haueſſero pigliato la metà, & vn terzo: non vi reſtaua il quarto per il terzo compagno : ma in queſto, e ſimili queſiti dopo ch'ognuno de' trè hà pigliato quello gli viene laſciato : vi ſopra-uanzano anco Scudi 26. e perche ognuno di loro li vorriano, ne ſalta in piedi una gran lite. Ma per acquietare il rumore; s'opera in tutto, e per tutto, come ne due paſſati eſempii : che per eſſer chiaro, non replico altro; ſe non che alla Donna di governo toccano Scudi 51 $\frac{3}{47}$ Al ſeruitore 38 $\frac{14}{47}$ Et a poueri 30 $\frac{30}{47}$.

Queſito Decimo.

Vn Gentilhuomo viene a morte; e facendo teſtamento laſcia il valore di Scudi 14000, e la moglie grauida con queſte conditioni. Se fà un maſchio, due terzi della robba deue hauere il figlio, & un terzo la madre. Se fà una femina, due terzi alla madre, & un terzo alla femina; Ma che? La fortuna porta, che la moglie fa vn maſchio, & vna femina ; Quanto toccarà di ragione à ciaſcuno ſecondo la mente del Padre?

In queſto, e ſimili queſiti ſempre biſogna hauer l'occhio

ch'io all'intentione del Padre, la quale nel nostro caso è: che il figlio habbia il doppio della madre; e la madre il doppio della figlia. Siche la figlia deue hauere 1. La madre 2, & il figlio 4; che vniti insieme fanno 7, e poi si dice: Se 7. ha da partire scudi 14000. Quanti ne toccarà al 4. del figlio? Quanti al 2. della madre? E quanti all' 1. della figlia? Operando, come si fa nelle compagnie. Al figlio toccano Scud. 8000. Alla madre 4000. Et alla figlia 2000. (Or torniamo alle compagnie mercantesche.)

Quesito Vndecimo.

Tre compagni fanno compagnia; Vno pose nel negotio scudi 160, e stette nella compagnia Mesi 6. Il secondo pose scu. 200. e vi stete mesi 4. & il terzo vi pose scu. 90. e durò nella compagnia vn Anno intiero: in capo del quale si trouorno hauer guadagnato Scudi 150. S'addimanda. Quanto toccarà a ciascuno di ragione?

Per far questa, e simili ragioni si moltiplicano li Scudi di ciascun compagno, con li Mesi proprij, ne'quali s'è trattenuto nella compagnia; e quel composto di Scudi, e di Mesi sarà il loro capitale. Si che nel caso nostro il composto del primo compagno sarà 960. Quello del secondo sarà 800. E quello del terzo sarà 1080, che vniti insieme, fanno in tutto vn composto di 2840. Di poi per la Regola commune si dice. Se 2840. hà guadagnato Scu. 150, quanti ne toccarà a 960. del primo, a 800. del secondo, & a 1080. del terzo compagno? Operando; al primo toccaranno Scudi $50\frac{10}{71}$; al secondo $42\frac{18}{71}$; & al terzo $57\frac{3}{71}$.

Quesito Duodecimo.

Trè altri fanno compagnia per spatio di due Anni, e guadagnorono scu. 350. Il primo mise scu. 180. e dopo 6. Mesi per certo suo bisogno leuò dalla compagnia scu. 40. Il secondo mise scu. 205, e do po Mesi 9. leuò scudi 30, & il terzo mise scudi 290, & in capo al primo Anno leuò ancor lui scudi 90. Hor s'addimanda. Nel partire il guadagno; [illegible] toccarà a ciascun di loro?

Per Prima operatione si moltiplica il capitale di ciascuno con li 24. Mesi, che durò la compagnia: si che il composto del primo sarà 4320. Quello del secondo 4920; e quello del terzo 6960 Per seconda operatione bisogna moltiplicare quei Scudi, che ciascuno levò dalla compagnia, con li Mesi, che l'istessa compagnia stette senza di essi; & il Prodotto di ciascuno sottrarlo dal proprio composto (detto di sopra,) è quello, che restarà, sarà il composto germano, per risoluere il quesito. Il che fatto; per il primo resta vn composto di 3600. Per il secondo di 4470; e per il terzo di 5880. quali sommati insieme, fanno 13950. Dipoi si dice al solito. Se 13950. hà da partire scudi 350. Quanti ne toccarà a 3600. del primo: Quanti à 4470 del secondo: E quanti hà 5880. del terzo compagno? Operando, al primo toccaranno scudi 90. $\frac{10}{93}$. Al secondo 112 $\frac{14}{93}$. Et al terzo 147 $\frac{49}{93}$. Fanne la proua, e la trouarai buona. Ma quì bisogna auuertire: che se oltre a Mesi vi fossero giorni; bisognaria in tal caso convertire ogni cosa in giorni; e poi fare le sopradette moltiplicationi.

Si potria anco far così, (& è più chiaro) Si moltiplichi ogni quantità del capitale con li mesi; che di mano in mano restò incomparato nella compagnia; e li Prodotti s'vnischino insieme. Per esempio. Nel precedente quesito il primo compagno pose nella cõpagnia Scudi 180, e dopo 6. mesi levò 40. si che per mesi 6, la compagnia hebbe il beneficio di tutti li scudi 180 e per mesi 18, hebbe l'utile solo di 140. Hora mò dico: che si moltiplichino li scudi 180. con li mesi 6, e li scudi 140. con li mesi 18. e s'haueranno questi due composti 1080. e 2520 quali vniti insieme, s'hauerà vn composto di 3600. per il primo compagno: come l'altro modo. Con l'istesso ordine si trovi il composto vero, e reale degli altri due compagni. (Anzi questo medemo ordine si tiene, ogni volta, che qual si voglia compagno levasse, ouero aggiongesse: & anco se leuasse, e poi aggiongesse quanto li piace.)

Que-

Quesito terzodecimo.

Due fanno compagnia per vn Anno solamente, e per capitale ciascuno di loro pose in essa scu. 10000. e guadagnorno scu. 5000. Il primo compagno stette sodo col capitale: mà il secondo, vn mese, e mezo dopo d'hauer cominciato il negotio, leuò dalla compagnia scudi 1000. Trè mesi dopo ne leuò altri 500. Ma dopo quattro mesi ne incorporò nella compagnia 800. S'addimanda. Nel partire, che faranno il guadagno; quanto toccarà a ciascuno?

Si può operare per qual si voglia 'de' due modi, insegnati di sopra. Mà qui metto in figura l'operatione del secondo compagno; per il secondo modo insegnato.

Mesi 1 $\frac{1}{2}$ con Scud. 10. 000. fà vn composto di 15. 000.
Mesi 1 $\frac{1}{2}$ con Scud. 9. 000. fà vn composto di 13 5 00.
Mesi 1 $\frac{2}{3}$ con Scud. 8. 500, fà vn composto di 14. 166. $\frac{2}{3}$
Mesi 7. $\frac{1}{3}$ con Scud. 9. 300. fà vn composto di 68. 200.

Composto del secondo compagno 110, 866. $\frac{2}{3}$

Per hauere il composto del primo compagno, si moltiplicano li Scud. 10. 000. con li Mesi 12., e s'hauerà —— 120. 000.

Somma de composti 230. 866 $\frac{2}{3}$

Si dice mò: Se 230. 866. $\frac{2}{3}$ hà da partire scudi 5000; quanti ne tocca a 120.000. Operando, li tocca scudi 2598. $\frac{5}{3}\frac{1}{4}\frac{2}{6}\frac{6}{3}$: & al secondo 2401. $\frac{3}{3}\frac{3}{4}\frac{7}{6}\frac{-}{3}$.

Quesito Quartodecimo.

Trè compagni fanno compagnia. Il primo vi pose scudi 800. per Mesi 6. Il secondo stette nella compagnia mesi 8, & il terzo mesi 10. nè si sà precisamente il loro capitale: ben si guadagnorno frà tutti trè scud. 2100. Quanto toccò a ciascuno del guadagno: e quanto fù il capitale del secondo, e terzo compagno?

Questo, e simili quesiti facilissimamente si risoluono così. Per sapere il capitale del secondo, e terzo compagno; si moltiplica il capitale del primo compagno per li me-

li mesi 6, che stette nella compagnia, & il Prodotto 4800 diuiso separatamente per li mesi del secondo, e terzo compagno, di Quotiente s'haueranno scud. 600. per il capitale del secondo: e scu. 480. per il capitale del terzo. Quanto poi al guadagno di ciascuno basta a partire in tre parti eguali li scud. 2100. siche a ciascun compagno toccaranno scud. 700. Per farne la proua basta à multiplicar li Mesi di ciascun compagno con li scudi del suo capitale, e ne veranno questi tre composti eguali 4800. 4800. 4800. quali sommati insieme fanno 14400. Di poi si dice. Se 14400 hà da partire scud. 2100. quanti ne tocca a 4800. Operando gli trouarà scud. 700. Però stà bene.

Quesito Quintodecimo.

Vno si mette a far Bottega di varie cose, e al principio di quest'Anno spende Lir. 800. per rinfranco della Bottega. Occorre, che vn suo amico vorrebbe incorporare ancor lui nella Bottega Lir. 1200, mà in tempo tale, che in capo all'Anno hauessero da partire, e gli toccasse precisamente la metà di tutto il guadagno. S'addimanda. A che tempo deue mettere nella compagnia le Lir. 1200?

Si fà così. Moltiplica le Lir. 800. del primo cō li Mesi 12. di tutto l'Anno, e faranno 9600, e questo Prodotto parti per le Lir. 1200, che vuol mettere l'altro, e ne verrà di Quotiente 8. E così 8. Mesi auanti, che finischi l'Anno cioè al principio di Maggio douerà impiegar le Lir. 1200.

Quesito Sestodecimo.

Vn altro pure al principio di quest' Anno spende Lir. 800. e dopo 3. Mesi vn suo amico, lo prega a pigliarlo nella compagnia dell'Oglio, che pretende di mercantare. Il che facendo, promette di sborsare tanti Denari, che in capo dell'Anno haueranno da partir il guadagno egualmente per metà. S'addimanda, quanto hà da sborsar l'amico?

Questo è tutto contrario al passato. Fà così. Moltiplica le Lir. 800 del primo con li Mesi 12 dell'Anno, e ne verrà 9600; il qual Prodotto diuiso per li Mesi 9; che

l'altro

l'altro deue ſtare nella compagnia, ne verrà di Quotiente 1066 $\frac{2}{3}$, e così l'amico deue sborſare Lir. 1066 $\frac{2}{3}$.

Queſito Decimoſettimo.

Tre fanno compagnia, nella quale egualmente hanno poſto vn tanto per vno di capitale. Vero è, che il primo vuole, che il ſuo capitale li guadagni 24. per 100. (eſſendo ſtato lui, ch'hà trouato il guadagno.) Il ſecondo ſi contenta a ragione di 16. per 100. ma il terzo (per eſſer vn pouerazzo di poca habilità,) ſi contentò, che il ſuo capitale guadagnaſſe ſolamente a ragione di 10. per 100. Coſtoro guadagnorono ſcudi 3600. S'addimanda. Quãto tocca a ciaſcuno?

Fa così. Somma inſieme quel 10. 16. 24. che per 100 pretende ciaſcuno, e fanno 50. Dicaſi poi. Se 50. ha da ſpartire ſcud. 3600, quanti ne toccarà a 24. a 16. & a 10? Operando al ſolito: al primo toccarranno Scud. 1728. al ſecondo 1152. & al terzo 720.

Queſito Decimottauo.

Due altri fanno compagnia. Il primo miſe ſcudi 120 e del guadagno ne vuole a ragion di 24. per 100. del capitale; e il ſecondo miſe ſcud. 90, e del guadagno ſi contenta di 18 per 100. del capitale. Hanno guadagnato 40. ſcud. S'addimanda. Quanti ne toccarà a ciaſcuno?

Queſta, e ſimili propoſte ſi riſoluono così. Si moltiplica il capitale di ciaſcuno con quello che pretendono di guadagnar per 100 ſiche moltiplicando li ſcud. 120 del primo col 24. fanno 2880. e queſto ſarà il ſuo capitale. Il capit. del ſecondo ſarà la moltiplicatione de ſcud. 90. col 18. che fanno 1620. Vniti poi inſieme queſti due capitali fanno 4500. Il che fatto, ſi dice. Se 4500. guadagna 40. quanti ne toccarà a 2880 del primo, e quanti a 1620. del ſecondo? Al primo toccano ſcud. 25. $\frac{3}{5}$, & al ſecondo 14 $\frac{2}{5}$.

Queſito Decimonono.

Due fanno compagnia. Il primo mette ſcud. 80 & il ſecondo mette ſolamente ſcud. 20. ma per eſſer il ſecõdo huo-

huomo eſperto, e di negotio, ſono frà loro d'accordo, che il primo habbia li $\frac{2}{3}$, del guadagno, ed il ſecondo n'habbia $\frac{1}{3}$. (Non oſtante, che il ſuo capitale ſia ſolamente la quarta parte del capitale del primo) fatto il patto. Vn terzo entra nella Compagnia con ſcud. 120 e ſtà all'accordo fatto frà loro. Nel fine del negotio ſi trovano di guadagno ſcud. 500. Quanti ne toccarà à ciaſcun di loro?

Queſto queſito è propoſto da varii Scrittori: ma ſolo il Tartaglia lib. 12. queſ. 86. ritrovò il vero modo di riſolverlo (ſeguitato da quei, che doppo di eſſo propongono ſimili queſiti, al che mi ſottoſcriuo ancor Io.) ed è come ſiegue.

Se li due primi con li ſcud. 100. di capitale haveſſero guadagnato altri ſcud. 100. al primo ne toccariano 66 $\frac{2}{3}$; e al ſecondo 33 $\frac{1}{3}$, e ſenza patto a buon guadagno 80. al primo, e 20. al ſecondo. Sicche in vigor del patto il primo dona al ſecondo ſcud. 13 $\frac{1}{3}$, ciò, cioè $\frac{1}{6}$ del guadagno, (oltre al guadagno delli ſcud. 20, che poſe il ſecondo nella compagnia.) Hora mò, il terzo compagno deue darli ancor lui la ſeſta parte del ſemplice guadagno del ſuo capitale di ſcud. 120, che ſono ſcud. 20. E per eſſer meglio inteſo. Se frà tutti trè haveſſero guadagnato ſcudi 220. (eguali al loro capitale) alli due primi ſaria toccato a buon guadagno, come ſopra 80, e 20. e al terzo 120, ma perche il primo, ed il terzo devono dare al ſecondo $\frac{1}{6}$ del guadagno ſchietto, ne ſiegue, che in vigore del patto il primo ne deve havere ſolamente 66 $\frac{2}{3}$. Il ſecondo 53 $\frac{1}{3}$, & il terzo 100. Si dice mò. Se di ſcud. 220. ne toccano 66. $\frac{2}{3}$ al primo, 53 $\frac{1}{3}$ al ſecondo, e 100. al terzo. Di ſcudi 500. quanti gliene toccaranno? Operando, al primo toccano ſcudi 151 $\frac{17}{33}$, al ſecondo 121 $\frac{7}{33}$, ed al terzo 227 $\frac{3}{11}$, che frà tutti fanno 500. E però ſta bene.

Queſito Vigeſimo.

Due fanno compagnia. Il primo mette ſcud. 130., e del guadagno ne deue hauer li $\frac{2}{3}$. Il ſecondo mette ſolamente ſcud. 50. ma per eſſer buon praticone, deue hauer li $\frac{1}{4}$, del guadagno. Si fà innanzi vn terzo, e cō ſcud. 200. entrā-

do

do nella cōpagnia,ſta all'accordo fatto frà li due primi. Nel fine del negotio ſi trouano hauer guadagnato ſcudi 800. S'addimanda. Quanto toccarà à ciaſcun di loro?

Queſto queſito non ſi può ſciogliere, come canta; perche ſe il primo pigliaſſe li $\frac{2}{7}$ del guadagno, non vi reſtariano poi li $\frac{1}{4}$ del ſecondo, (& è contra). Però ci vuol giuditio, e diſcorſo, come ſiegue.

Se li due primi haveſſero guadagnato ſolamente ſcudi 180, ne frà loro vi foſſe ſtata conuentione, ò patto alcuno, certo è, che al primo ſariano toccati ſcud. 130. ed al ſecondo 50, mà alla rata portione dell'errore, (come hò inſegnato nel queſito 8) al primo toccarà ſolamente ſcud 84. $\frac{1}{1}\frac{2}{7}$, ed al ſecondo 95 $\frac{}{1}\frac{5}{7}$. Siche in vigore del patto il primo dona al ſecondo ſcud. 45. $\frac{}{1}\frac{5}{7}$ del ſuo ſemplice e real guadagno, (che ſono li $\frac{}{2}\frac{7}{2}\frac{7}{1}$ pur del ſuo guadagno) e perche il terzo ſtà all'accordo fatto; biſogna, ch'ancor lui dia al ſecondo compagno li $\frac{}{2}\frac{7}{2}\frac{7}{1}$ pur del ſuo ſemplice guadagno. Attento. Se frà tutti tre haveſſero guadagnati ſcud. 380. (eguali alla ſomma del capitale di tutti tre) ſenza patto alli due primi ne toccariano come ſopra cioè ſcud. 130. e 50., e al terzo 200; mà perche il terzo ne deue dare ancor lui li $\frac{}{2}\frac{7}{2}\frac{7}{1}$ del ſuo puro guadagno al ſecondo (che ſono ſcud. 69. $\frac{1}{2}\frac{5}{2}\frac{1}{1}$) eſſo reſta ſolamente con ſcud. 130. $\frac{}{2}\frac{7}{2}\frac{0}{1}$. Si che in vigore del patto di ſcud. 380. il primo ne doveria hauere 84 $\frac{1}{1}\frac{2}{7}$, il ſecondo 164 $\frac{3}{3}\frac{6}{7}\frac{7}{5}\frac{2}{7}$. Ed il terzo 130. $\frac{}{2}\frac{7}{2}\frac{0}{1}$ Si dice mò Se di 300 ne toccano 84 $\frac{1}{1}\frac{2}{7}$ al primo; 164 $\frac{3}{3}\frac{6}{7}\frac{7}{5}\frac{2}{7}$ al ſecondo, e 130 $\frac{}{2}\frac{7}{2}\frac{0}{1}$ al terzo. Di 800 quanti n'haueranno, &c. Operando, al primo toccano ſcud. 178. $\frac{1}{3}\frac{0}{2}\frac{6}{3}$, al ſecōdo 347 $\frac{1}{4}\frac{3}{1}\frac{4}{9}\frac{7}{9}$, ed al terzo, 274 $\frac{1}{4}\frac{4}{1}\frac{7}{9}\frac{4}{9}$ che ſommati inſieme fanno à punto 800. Però ſtà bene

Queſito vigeſimo primo.

Due fanno compagnia. Vno mette ſcud. 50. e l'altro 30. con patto di partir per metà il guadagno, e capitale. Per accidente occorſo, accadde, che ciaſcun di loro non poſe nella compagnia altro che ſcud. 20. S'addimanda. A ſtar al primo accordo, quanto tocca a ciaſcuno di quanto poſſono guadagnare?

S'ha-

S'haueſſero meſſo nella compagnia ſecondo l'accordo 50, e 30. e haueſſero guadagnato ſolamente ſcud. 80. certa coſa è, che trà guadagno, e capitale ne fariano toccati a ciaſcuno 40. Siche il primo dona al ſecondo dieci Scudi del ſuo capitale, cioè $\frac{1}{5}$, e così d'ogni guadagno, e capitale il ſecondo n'hà d'hauere $\frac{1}{5}$, e più del primo. La quinta parte di 20. è 4, qual ſotratto da 20, (capitale del primo) reſta 16, e aggionto a 20. (capitale del ſecondo) fà 24. Hora mò biſogna vedere, che parte ſia il 16. & il 20. di ſcud. 40. (capitale, e guadagno di ciaſcuno ſecondo il ſuppoſto.) Il 16. è li $\frac{2}{5}$, & il 24. li $\frac{3}{5}$; e però ſi conclude, che il primo deue hauere li $\frac{2}{5}$ di quanto ſi trouano hauere nel fine della compagnia, & il ſecondo ne deue hauere li $\frac{3}{5}$, *& ſic de aliis &c.*

Queſito Vigeſimoſecondo.

Quattro vogliono comprare vna pezza di panno. Niſſuno di loro hà Denari a ſufficienza, ma frà tutti quattro n'hanno a puntino, e niente di più. Li trè ſenza il primo hanno Scudi 18. Li trè ſenza il ſecondo n'hanno 20. Li tre ſenza il terzo 22. E li trè ſenza il quarto n'hanno 24. S'addimanda, quanti ſcudi hà ciaſcuno, quanti frà tutti, e quanto valſe la pezza del panno?

Attento. Li Denari di ciaſcuno ſono computati vna volta meno de'compagni, cioè trè volte; e così ſommati 18. 20. 22. 24. fanno 84. (treppio di quello, ch'hanno frà tutti, e valuta della pezza di panno) Diuiſo mò 84 per 3, ne viene 28. Valuta vera del panno, e quantità reale de ſcudi, ch'haueuano frà tutti. Da 28 cauandone 18. reſta 10 del primo. Cauandone 20, reſta 8. del ſecondo. Cauandone 22. reſta 6 del terzo; e cauandone 24. reſta 4. del quarto. Fanne proua, e la trouarai buona.

Queſito Vigeſimoterzo.

O finiamo con vn queſito bizzarro. Tre compagni hanno da partir Lir. 180 egualmente frà di loro; ma (non sò come) nel ſpartirli vennero à parole, e così ognuno sgrafegnò quella quantità de detti Denari, che gli fù poſſibi-

possibile; per buona fortuna sopraggiunse vn amico di tutti trè; (che pur tuttauia stauano contrastando,) qual disse al primo compagno, che mettesse giù la $\frac{1}{2}$ di quello, ch'haueua buscato; al secondo, che deponesse $\frac{1}{3}$, e all'altro disse, mettete fuori $\frac{1}{4}$. Il che facendo prontamente ognun di loro, diuisero egualmente in terzo tutto quello, che fù deposto; in modo tale, che con questa portione, e con quello, che gli era restato nelle mani; ciascuno si trouò hauer la sua parte di quelle Lir. 180. cioè Lir. 60. che sono $\frac{1}{3}$. Hor s'addimanda. In quella diuisione, (fatta a rampino) quanto buscò ciascun di loro?

Per sciogliere questa, e simili questioni bisogna eleggersi vn numero qual si voglia, (ma per fuggire rotti sono di proposito il 12, & 24.) Io m'eleggo il 12. Hora mò, Io m'imagino, che il primo buscasse 12, e mettendone giù la $\frac{1}{2}$, ne restasse 6. nelle sue mani. Bisogna mò trouare vn numero, che mettendone giù $\frac{1}{3}$, ne resti in mano del secondo pure 6, e questo sarà 9. Adunque m'imagino, che il secondo sgrafegnasse 9. Finalmente bisogna trouare vn numero, che deponendone $\frac{1}{4}$, ne resti parimente 6. e questo sarà 8. Adunque m'imagino, che il terzo grapisse 8. Hora mò dico, ch'hauendo tutti trè in mano egualmente 6, non possono far di meno di non restar parimente eguali con qualsiuoglia quantità, che deposta, sia diuisa egualmente in terzo. Si fà adunque così. Si sommano insieme questi tre numeri 12. 9. 8. che fanno 29. e poi per la Regola delle compagnie si dice. Se 29. fosse Lir. 180, che saria 12, che 9. & che 8? Operando si trouarà, che il primo buscò Lir. 74. sold. 9. Den. 7 $\frac{25}{29}$. Il secondo Lir. 55. sol. 17. den. 2. $\frac{26}{29}$. & il terzo Lir. 49. sold. 13. den. 1. $\frac{7}{29}$.

DEL-

DELLE COMPAGNIE RVSTICANE,
Dal volgo chiamate Socide.

CAP. XIX.

Quesito Primo.

VN Cittadino diede in Socidà ad vn suo Contadino Pecore 180. per Anni 5. e con patto frà di loro, che nel fine si douessero partire per metà tanto li nascenti, quanto il capitale: Occorre, che in capo a tre Anni, (per accidenti occorsi) bisogna far la diuisione, e si trouano hauere in tutto Pecore 320. S'addimanda, quante ne deuono toccare a ciascun di loro?

Per risoluere simili quesiti non bisogna partirsi dalla Regola insegnata dal Zucchetta; (ragioneuolmente lodata dal Dottor. Bassi Piacentino, alla quale totalmente mi sottoscriuo) & è come siegue. Quanto a nascenti, certo è, che in ogni tempo si deuono partir per metà; perche, se il Padrone vi mette il capitale, il Contadino lo alimenta, e vi mette la sua fatica &c. Mà circa la metà del capitale, il Contadino non lo può pretendere fin doppo il pattuito tempo, mà solo deue hauerne la rata portione. Per risoluere adunque il quesito, bisogna prima cauare il capitale dalle Pecore 320, e ne restaranno 140. la metà delle quali (cioè 70.) saranno del Padrone, & altre 70. saranno del Contadino. Quanto al capitale. Se la socida fosse arriuata in capo alli Anni 5. certissimo, che il Contadino n'haueria la metà, (cioè 90) mà per non esser passati li trè Anni, non può pretendere se non la rata portione di quelle 90. Pecore: però bisogna dire. Se Anni 5. pretendono Pecore 90. Quante ne pretendono Anni 3. Operando, ne pretendono 54, e tante pecore del capitale deue hauer il Contadino; che gionte con l'altre 70. fanno 124. per tutta la portion del Contadino. Il resto sarà del Padrone, cioè Pecore 196.

Que-

Quesito Secondo.

Vno dà in focida aù vn Paftore Pecore 250. Il Paftor, ve ne pofe 60. delle fue. La focida deue durare 4 Anni, e per metà fi devono partir li nafcenti dell'vno, e l'altro capitale In capo a Mefi 18. bifogna far la diuifione, e fi trouano in tutto Pecore 700. Quante ne toccano a ciafcun di loro?

Quefto quefito non è punto differente dal paffato, fe non che per efferui due capitali, quefti fanno contrapofitione ò temperamento; laonde conuerrà efercitar due volte la Regola Aurea, come fiegue Leuando li due capitali dalle Pecore 700. ne reftano 390. da partirfi per metà. Sì che de nafcenti l'vn, e l'altro hauerà Pecore 195. Se la focida foffe arriuata in capo a 4. Anni, il Paftore hauria hauuto la metà del capitale del fuo Padrone (cioè Pecore 125) dicafi; fe Mefi 48 hanno da partir Pecore 125. Quãte ne toccano a Mefi 18. del Paftore? Operando ne deue hauer 46 $\frac{7}{8}$, che con l'altre 195. fanno 241 $\frac{7}{8}$, (al Padron refta del fuo capitale Pecore 203 $\frac{1}{8}$, che con l'altre 195, fanno 398 $\frac{1}{8}$) Quanto poi al capital del Paftore, fe la focida foffe arriuata al douuto termine, il Padron hauria hauuto Pecore 30 però fi dice, Se Mefi 48. pretendono 30. Pecore. Quante fe ne cõuengono a Mefi 18. del Padrone? Operãdo, il Padrone deue hauere del capitale del Paftore pecore 11 $\frac{1}{4}$, che vnite con l'altre 398 $\frac{1}{8}$ in tutto fanno 409 $\frac{3}{8}$, (Al Paftore refta del fuo capitale Pecore 48 $\frac{3}{4}$, che vnite con l'altre 241 $\frac{7}{8}$, fanno in tutto 290. $\frac{5}{8}$,) Si conclude, che al Padrone toccano pecore 409 $\frac{3}{8}$, & al Paftore 290 $\frac{5}{8}$. Vnifcanfi infieme quefte due partite, e ne ritornaranno le pecore 700.

Quesito Terzo.

Vn Cittadino diede pecore 200. ad vn Paftore per Anni 4, acciò le gouernaffe: nel fin de' quali fi doueffe partir il tutto in modo, che il Paftore n'haueffe li $\frac{2}{3}$, & il Cittadino li $\frac{1}{3}$. Accade, che dopo mefi 20. rompono la focida; e fi trovano folamente pecore 180. S'addimanda. Come deuono far tal diuifione?

Quefto precifo quefito propone il Zucchetta, qual

dice: che in questo caso il danno deu'essere pagato, da chi doueua riceuer l'vtile. Voglio dire; che il mancamento delle pecore 20 deu'esser risarcito dal Pastore per li $\frac{2}{5}$, essendo che dell'vtile ne doueua participare similmente li $\frac{2}{5}$ Ma perche quei $\frac{2}{5}$ doueuano maturare in capo a 4. Anni; però bisogna pigliarne la proportione, douuta alli mesi 20, dicendo per la Regola Moltiplice. Se in mesi 48. s'haueriano da risarcire pecore 20. & all'hora d'ogni 5 il pastore ne doueria dare 2 Quante ne deue dare in capo a mesi 20? Operando, ne deue dare 3 $\frac{1}{3}$, quali vnite con le 180, in tutto fanno 183 $\frac{1}{3}$. E tante pecore appunto deue restituire il Pastore al Cittadino.

Vn simil quesito in sostanza mette vn Scrittor moderno: e seguita la conclusione del Zucchetta. Io non posso però alla cieca sottoscriuermi a sì grosso sbaglio. Se fra'l Pastore, & il Cittadino fosse conuentione, ch'intatto, & intiero restasse sempre il capitale al Padrone: e che d'ogni mancanza il pastore douesse concorrere all'integrità per la rata portione, &c. Sarei con essi; e la loro risolutione saria ottima; ma se la socida è commune, come canta il quesito: resto amirato: che chi hà trouato il vero modo di risoluere questi quesiti di Socide, nel presente si sia perso. Se il Zucchetta insegna, che in ogni tempo li nascenti si deuono partire per metà; & il capitale alla rata portione, che dura la socida; e chi non vede, che d'vna sol Pecora, che fosse restata, il Pastore v'hà la sua parte? Hà d'hauer gouernate, & allimentate le Pecore 180. vinti mesi graris, &c. La vera risolutione del quesito è questa. Se la Socida fosse arriuata in capo alli 4. Anni, e le Pecore fossero 200 certo è, che il Pastore per li $\frac{2}{5}$ n'haueria 80. si che per li mesi 20. bisogna dire. Se in mesi 48. haueriano Pecore 80. In mesi 20. quante se n'haueranno? Operando, se n'haueranno 33 $\frac{1}{3}$. Ma perche le Pecore sono solamente 180. bisogna tornar a dire. Se di Pecore 200. in mesi 20. il Pastore n'haueria 33 $\frac{1}{3}$, di Pecore 180. pur in mesi 20 quante n'haueria? Operando; n'hauerà 30 Però concludo, che il Pastore deue hauere Pecore 30; & il Cittadino 150 Per farne la

ne la proua dico così. La proportione di 200. a 180. è 1. $\frac{1}{9}$; poiche partendo il 200. per 180., ne viene 1. $\frac{1}{9}$) e perche a partire 33 $\frac{1}{3}$ Per 30, ne viene pur 1. $\frac{1}{9}$, però la ragione é ben conclusa.

Quesito Quarto.

Vno dà Pecore 160. in focida ad vn suo amico per Anni 5. a partire per metà capitale, e nascenti. Dopo Anni 2 li dà altre pecore 80. anco per cinque Anni con l'istesso patto. Volendo ridurre queste due socite ad vn sol termine; in che tempo si douerà fare la diuisione?

Prima di venire alla solutione del quesito, bisogna sapere; che il termine di partite in vna sol volta le due socide stà situato trà il termine della prima socida, e quello della seconda: e tal termine sarà sempre distante da essi termini; (che dal Filosofo termini *ad quem* sono chiamati in quella proportione, che né da la quantità delle Pecore, e la differenza del tempo, nel quale comincia ciascuna delle due socide, (che termini *à quo* si chiamano pur dal Filosofo.) Ma perche il maggior numero delle Pecore rende maggior l'vtile del Pastore; & il tempo più longo li diminuisce il guadagno: però le proportioni del tempo si deuono pigliare con vso contrario (come siegue.)

Questo, e simili quesiti si risoluono a modo di compagnia. S'vnischino insieme le Pecore de' capitali 160. e 80. (che fanno 240) e poi si dichi. Se 240 hà mesi 24 (differenza del tempo trà il principio della prima alla seconda socida) quanti mesi n'hauerà 80? (Pecore della seconda socida) Operando ne vengono mesi 8. d'aggiongersi a gli Anni 5. della prima socida. Si che in capo ad Anni 5, e mesi 8. si douerà fare la diuisione di tutte due le socide: cominciando a contare dal principio della prima socida. Diciamo di più. Se 240. hà mesi 24 Quanti n'hauerà 160? (Pecore della prima socida) Operando ne vengono Anni 1, e mesi 4. da sottrarsi mò da Anni 7. (distanza dal principio della prima socida fino al fine

della seconda (ne restaranno pur Anni 5, e mesi 8 (come sopra.)

Ma quì notate (per vita vostra) che quei mesi 8. sono la portione del tempo conueniente alla maggior quantità delle Pecore 160, e corrispondenti a gli altri mesi 16, (che mancano per arriuare alli mesi 24) e corrispondenti al minor numero delle Pecore 80. Voglio dire, che si come il 160. é in proportione duppla con l'80, così li Mesi 16. sono in proportione duppla con li mesi 8. però, come vedete; il termine della seconda socida s'é scortato il doppio di quello, s'é slongato il termine della prima: poiche al maggior numero delle Pecore deue corrispondere minor tempo: & al minor numero deue corrispondere maggior tempo.

Per vn altro modo.

Quando cominciò la seconda Socida, erano già passati due Anni della prima Socida. Or moltiplichiamo gli altri trè Anni, che restano, col suo capitale di Pecore 160. & haueremo questo composto 480. Moltiplicansi parimente gli Anni 5. della seconda socida col suo capitale di Pecore 80. e s'hauerà quest'altro composto 400; quali vniti insieme fanno 880. Diuidendo mò questo 880. per 240. (somma delle Pecore de' due capitali) di Quotiente ne verranno Anni 3, e Mesi 8. a quali aggiongendoui gli Anni 2. trascorsi, quando cominciò la seconda socida, farà (come per gli altri due modi) Anni 5, e mesi 8. (e questo modo é il più sbrigato, & il più facile)

Quesito Quinto.

Vno dà in Socida Pecore 150. per Anni 4. à partir per metà capitale, e guadagno. Passati due Anni, ne diede altri 70. con l'istesso patto per Anni 6. Volendo ridurre le due socide ad vn sol termine, a che tempo si farà la diuisione?

Questo, e simili quesiti si risoluono, come il precedente. Non v'é altro d'auuertire, se non che alli due Anni della differenza ne' principii delle socide, bisogna aggiongerui li due Anni, che la seconda tira più auanti

della prima, e faranno Anni 4. E poi dire al solito. Se 220. hà 4. Anni. Quanti n'hauerà 70?) Pecore della seconda socida) Operando; in tutti trè li modi si troua, che la diuisione delle due socide insieme si douerà fare in capo ad Anni 5. $\frac{1}{11}$, cioè mesi 3.gior.8.h.10. $\frac{10}{11}$ d'hora.

Se le Socide fossero trè, si troua il termine di mezo frà la prima, e la seconda socida: poi di nuouo frà questo termine trouato, & il termine della terza socida si troua il termine medio; quale sarà il tempo da partirsi communemente le tre socide (E tanto basti in questa materia.)

DE BARATTI.

CAP. XX.

FRà Mercanti s'vsa a far pagar più cara la robba quãdo si baratta, che quando corre il Denaro contato. E però vero, che non stanno a specificare di voler più a baratto, che a contanti, laonde bisogna, che l'altro stia auuertito; acciò nel barattare non discapiti. Pongo alcuni esempii: perche non v'è cosa tanto pericolosa di pregiudicare a sè stesso ne' contratti, quanto ne' baratti: e però non bisogna fidarsi del proprio giudicio, ma con far la ragione venire in chiaro.

Quesito Primo.

Vno hà vna pezza di meza lana, che a Denari cõtanti vale sol 16. il Brazzo; ma a baratto ne vuole 18. L'altro si troua hauere vna quantità di Garzollo, quale a Denari contanti vale Lir. 5. il Peso. Questi vorriano barattare. S'addimanda. Quanto s'hà da far pagare il secondo il suo Garzollo per Peso, per non discapitare; & acciò il baratto sia eguale? E per 50. Brazza di meza lana, quanto Garzollo deue dare?

Per risoluere il primo quesito si dice. Se quello che val sol. 16, mi vien fatto pagare sol. 18. quello, che val Lir. 5. quanto si doueria far pagare? Operando secondo la Regola del trè ordinaria; il Peso del Garzollo si-

douerà far pagare Lir. 5. sol. 12. Den. 6. Ma per risoluere il secondo quesito, bisogna vedere quanto costino e 50 Brazza di meza lana a sol. 18. il Brazzo. Costano Lir. 45. Di poi si dice. Se con Lir 5. Sol. 12. Den. 6. comprò Lib. 25. di Garzollo, con Lir 45. quante Lib. se ne compraranno? Operando, se ne comparanno Lib. 200. Oncie 10 $\frac{5}{7}$.

Quì rinfresco alla memoria, che quando la prima, e seconda cosa della Regola del 3. sono di simil parte, e natura, la quarta, che si cerca non riesce simile alla seconda (come per regola generale doueria) ma della natura della terza; come nel presente quesito si vede essere accaduto. E questo serue grandemente, per sapere, che cosa siano quei rotti, che dalla prima diuisione restano: a fine di ridurli in altre minutie di proposito.

Quesito Secondo.

Due altri barattano Panno, e Lana. Il Brazzo del panno a contanti val Lir. 7. & a baratto lo fece pagare Lir. 8. Il Cento della lana a contanti val Lir. 20. & a baratto fù messa Lir. 24. S'addimanda. Chi meglio barattò?

Dì così. Se di 7. lui fà 8, che douerò far Io di 20? Douerò far 22 $\frac{6}{7}$: e tante Lir. vale il Cento della Lana a baratto eguale: ma perche li fù messa Lir. 24. adunque barattò meglio quello della Lana; poiche per ogni Lib. 100. di Lana guadagna Lir. 1. $\frac{1}{7}$. per saper mò quanto guadagnaria per ogni Lir. 100. impiegate in tal baratto, si dice così. Se Lir. 22. $\frac{6}{7}$ guadagnano Lir. 1. $\frac{1}{7}$, che guadagnaranno Lir. 100? Operando, guadagnaranno Lir. 5. E se questo guadagna Lir. 5. per cento, quanto perderà l'altro? Molti coriui, e poco pratici diriano, che perde parimente Lir. 5. ma non è così: perde solamente Lir. 4. $\frac{16}{21}$, perche, si come quello, che guadagnò Lir. 5. fece di 100 105. così quello, che perdè, fà di 105. solamente 100. (Come altroue s'insegnò.

Quesito Terzo.

Due altri vogliono far baratto. Vno hà del Lino, che a contanti vale Lir. 5. il Peso, & a baratto Lir 6. L'altro hà del Formaggio, che a contanti val Lir 7. il

Peso

Peso. S'addimanda. Quanto lo deve mettere a baratto, per guadagnarui 10. per cento?

Primieramente bisogna vedere, quanto deve mettere il Formaggio a baratto eguale, dicendo(come più volte si disse, nè più lo starò a replicare) Se 5. si fà pagare 6, quanto si doverà far pagare 7? Si farà pagare Lir. 8. $\frac{2}{5}$, cioè Sol. 8. Adunque il Formaggio a baratto eguale valerà Lir. 8. $\frac{2}{5}$ il Peso. Ma perche d'ogni Lir. 100. ne vuole guadagnar 10. si dice mò così. Se 100. mi dà 110, che mi darà 8 $\frac{2}{5}$? Opera, che ti darà Lir. 9. Sol. 4. Den. 9. $\frac{1}{5}$, e tanto appunto si deue vendere vn Peso di Formaggio; volendo guadagnarui 10. per 100. Et auuertiscasi, che questo 10. per 100. s'intende di capitale, ò Denari e non di baratto.

Quesito Quarto.

Altri due vogliono far vn baratto in questa forma. Vno si trova Lib. 2640. di Lana, che a contanti valeria Lir. 40. il 100.; ma in baratto ne vuole 48, e vuole anco la metà in Denari contanti. L'altro hà vna quantità di Panno, che a contanti vale Sol. 20. il Brazzo. Hor s'addimanda. Quanto si deve far pagare il panno a baratto: e per le sudette Lib. 2640 di lana quanto panno, e Denari contanti haverà l'altro?

Ogni volta, che vno de' barattanti sopramette la sua Mercantia, e vuole anco vna parte de' Denari in contanti: bisogna in tal caso cavar sempre quella tal parte dal prezo preteso a baratto. Si che nel caso nostro, volendone la metà, n'haueremo 24. Hora mò, quello 24.(metà del 48.) cavaremo prima dall'istesso 48.(prezo a baratto) e ne restarà pur anco 24. Parimente cavaremo quel 24. dal 40.(prezo a contanti) e ne restarà 16. Fatto questo, si dice. Se Lire 16. si fanno essere Lir. 24, che si doveranno far essere Sold. 20? Doueranno farsi Sol. 30. Adunque il panno si deve far pagare a baratto Sol. 30. il Brazzo.

Per saper mò quanto panno hauerà per le Lib. 2640. di lana: già si sà, che detta lana a ragion di Lir. 48. il Cẽto costaria Lir. 1267 $\frac{1}{5}$: ma perche ne vuole la metà in

contanti,(che sono Lir. 633. $\frac{1}{3}$) per l'altra metà si dirà. Se con Sol. 30. s'hà vn Brazzo di panno; con Lir. 633 $\frac{1}{3}$ quante Brazza se n'haueranno? Se n'haueranno Brazza 422 $\frac{2}{9}$. Adunque per le lib. 2640. di lana douerà hauere lir. 633. $\frac{1}{3}$ in contanti, e Brazza 422 $\frac{2}{9}$, di panno. La proua di queste ragioni è questa; bisogna, che a prezo in contanti vno dia all'altro tanto quanto esso da quello riceue. Fanne la proua, ch'io l'hò fatta, e parmi facile. Le Lib. 2640. di lana a lir. 40. il Cento costano lir. 1056; e le Brazza 422 $\frac{2}{9}$ di panno, che l'altro hà hauuto a ragion di Sol. 20. il Brazzo costano Lir. 422. Sol. 8, a quali aggiongendo le lir 633. $\frac{1}{3}$, cioè Sol. 12. hauuti in contanti, fanno parimente lir. 1056. Adunque non v'inganno.

Quesito Quinto.

Due parimente barattano. Vno hà 30. pezze di Zãbellotto, che a contanti vale scu. 5. la pezza; & a baratto scu. 5 $\frac{2}{3}$, e vuole scu. 50. alla mano. L'altro hà nel Pepe, che a contanti vale scu. 60 la soma (per vna soma s'intende lib. 400.) S'addimanda. Quanto si deue far pagar il Pepe; acciò il baratto sia eguale; e per le dette 30. pezze di Zãbellotto quanto Pepe, e quanti Denari s'haueranno?

Prima bisogna vedere, quanto costino le 30. pezze di Zambellotto all'vno, & all'altro prezo. A contanti val scu. 150, & a baratto scu. 170. Fatto questo, si cauano li scu. 50. dalli scud. 150, e dalli 170. si che restaranno scu. 100. a contanti, e scud. 120. a baratto. Di poi si dice. Se scud. 100. si fanno 120. Scud. 60 quanti si doueranno fare? Si doueranno fare scudi 72. Adunque il Pepe si douerà far pagare a baratto scudi 72. il cargo, ò soma. Nel resto della propositione s'opera, come nella passata.

Quesito Sesto.

Due altri barattano Zucchero, e Garofani. Il Zucchero a contanti val scu. 15. il 100, & a baratto scu. 20. Di Garofani a contanti vagliono sol. 11. l'oncia, & a baratto si mettono sol. 13 Hor s'addimanda, chi meglio barattò: e quanto si douerà dare in contanti a quello, che peggio barattò, come sono d'accordo?

Senza inuestigare, chi meglio barattò (come insegnai nel quesito secondo) più leggiadramente si saprà

così. S'assettino li prezzi de'due baratti vno sotto l'altro (come di sotto si vede) e moltiplicandoli in croce; li Prodotti si colocano a dirimpetto d'essi; e quello, ch'hauerà maggior Prodotto; esso meglio baratto, ed è tenuto à rifare il compagno. Per saper mò di quanto l'habbia da rifare, si fà così. Si caua il prodotto minore dal Prodotto maggiore, e la differenza, partita per la differenza de'due prezi di chi meglio barattò, lascierà nel Quotiente di quanto l'habbia da rifare.

In contanti. A baratto.

Zucchero Scud: 15. 20—220 Pród.per il Zucchero.
Garofani Sol: 11. 15—195 Prod.per li Garofani;

Resto 25.

Meglio barattò quello dal Zucchero. La differenza da scud. 15. à scud. 20. (prezo a contanti, & a baratto di chi meglio barattò) è 5: per il quale diuidendo il restato 25. di Quotiente ne viene pur 5. e così concludo, che quello dal Zucchero deue dare in contanti a quello de Garofani sold. 5. per ogni Oncia de Garofani: per il resto tanto Zucchero. Voglio dire, che vendendo a baratto li Garofani sold. 13. l'Oncia, di questi n'hà da hauere $\frac{5}{13}$ in contanti; & $\frac{8}{13}$ in tanto Zucchero, se li Garofani si fossero venduti scud. 11. il 100. a contanti, e 13. a baratto; quel 5. sariano scud. 5. da darli in contanti per ogni cento Libre di Garofani; (il che s'auuertischi bene)

La proua si fà col voltar il quesito dicendo: Due barattano Zucchero, e Garofani: Il Garofani in contanti costano sold. 11. l'Oncia, & à baratto 13. e ne vuole 5. in Denari. Il Zucchero in contanti val scud. 15 il 100. S'addimanda. Quanto si deue far pagare a baratto? Per saperlo s'opera, come hò insegnato nel quarto quesito cioè si caua quel 5. (che per Oncia di Garofani pretende in denari) da 11. e da 13. e ne resta 6. & 8. E poi si dice Se quello, che in contanti val 6, à baratto si fà pagar 8. Quello, che in contanti val 15. Quanto costarà à baratto. Operando costarà 20. come fù proposto. Adunque la risolutione fù buona.

Que-

Quesito Settimo.

Vno vende ad vn suo amico vna quantità di Formento, che a contanti si paga Lir. 8. la Corba: ma perche il compratore domanda 10. Mesi di tempo a sborsare il Denaro; l'amico lo mette Lir. 9. la Corba. Ma che? Occorre, che il compratore non molto dopo vende a quello del Formento vna quantità di lana fina, a ragione di Lir 32. il 100 se bene a contanti non valeua, se non Lir. 30 S'addimanda. Quanto tempo douerà dare al compratore della lana per osseruare quel medesimo ordine, che lui tenne in farsi pagare il Formento?

Già cõsta chiaro, che le lir. 8. in Mesi 10. guadagnano lir. 1. hor vedi in quanto tempo le lir. 30. (prezo della lana in contanti) guadagnariano quelle lire 2 che lui sopramette la lana; e per tutto quel tempo, che staranno a guadagnarle; tanto tempo douerà stare il compratore della lana a sborsare il Denaro. E perche s'è integnato altroue il modo nel trattato de censi, quì non replico altro, se non che douerà hauer tempo a pagare Mesi $5\frac{1}{3}$.

Quesito Ottavo.

Finalmente. Vn Mercante vende vna quantità di pãno a scud. 10 la pezza in contanti: ma perche fà tempo 12 Mesi, ne vuole scud. 11. la pezza. Non molto dopo quello, che cõprò il panno, vendette vna quantità di Canella all'altro, a ragion di scud. 36. il 100. a pagarla in contanti. Ma perche il compratore vorria termine 8. Mesi a pagare. S'addimanda. Quanto deue alterare il prezzo della Canella per rispetto di quel tempo, che richiede, volendo osseruare con lui quello, che esso osseruò seco nella vendita del panno?

Facciasi così. Moltiplicansi li scud. 10. d'vna pezza di panno con li Mesi 12, e faranno vn composto di 120, qual composto guadagna scud. 1. Moltiplicansi parimente li Mesi 8. con li scud. 36, che vale il 100. della Canella, e s'hauerà vn altro composto di 288. E poi si dice. S'vno composto di 120. guadagna scud. 1, vn composto di 288. quanti ne guadagnarà? Operando, si troua, che guadagna scud. $2\frac{2}{5}$, e questi si deuono aggionge-

re al-

re alli ſcud. 36., che faranno ſcud. 38. $\frac{2}{5}$. Adunque la Canella ſi deue far pagare à ragione di ſcud. 38 $\frac{2}{5}$. il Cento, con che ſaranno ambedue egualmente ſodisfatti.

DEGLI AFFITTI.

CAP. XXI.

L'Vſo degli affitti tanto delle Poſſeſſioni, quanto delle Caſe (che pigioni ſi chiamano) è coſtume vniuerſale in tutti li paeſi; (abenche con altro termine, ò vocabolo le chiamaſſero.) Per ammaeſtramento di chi non sà, in queſto capitolo pongo alcuni pochi queſiti, ch'apriranno l'intelletto ad altri &c.

Queſito Primo.

Vn Gentil'huomo affitta vna Caſa per ſcud. 60. all' Anno. L'Affittuario anticipatamente sborſa ſcud. 200, con patto, che 10. per 100. all'Anno li ſiano ſcontati. S' addimanda. Quanto tempo deue ſtare in Caſa?

Queſto queſito per lettera mi fù propoſto dal Manelli, e queſta è la riſolutione di ſimili queſiti. Perche il Fittaiuolo pretende l'vtile del 10. per 100. in capo al primo Anno li ſcudi 200. diuentariano 220. da' quali ſottratti li Scudi 60 per il fitto del primo Anno, ne reſtano 160, Queſti ſcudi 160. meritandoli per vn'Anno à 10. per 100. diuentariano 176, da quali leuando l'affitto del ſecondo Anno, ne reſtano 116. Queſti ſcud. 116. meritandoli pure per vn Anno (come ſopra) ſi fariano 127. $\frac{3}{5}$, da quali ſottratto l'affitto del terzo Anno, ne reſtano 67 $\frac{3}{5}$. Finalmente meritando queſti ſcudi 67 $\frac{3}{5}$, anco per vn Anno diuentariano 73 $\frac{1}{2}\frac{9}{5}$; da quali cauandone l'affitto del quarto Anno, ne reſtano ſolamente 13 $\frac{1}{2}\frac{9}{5}$. Ma perche ſi vede, che per queſti ſcudi 13 $\frac{1}{2}\frac{9}{5}$, il Fittaiuolo nõ può ſtar più vn Anno intiero in Caſa, per ſaper quanto vi deue dimorare, ſi dice così. Se per ſcud. 60 vi ſtò vn Anno. Per ſcud. 13 $\frac{1}{2}\frac{9}{5}$, quanto vi ſtarò? Operando, vi ſtarà Meſi 2 gior. 2. hor. 10. min. 20. $\frac{4}{7}\frac{8}{5}$ di minuto. Concludo, che l'Affittuario deue ſtar in caſa Anni 4. Meſi 2. gior.

giorni 2. hor. 10. m. 20. $\frac{48}{75}$ (cioè poco più d'$\frac{1}{3}$ d'horai.)

Quesito Secondo.

Vno piglia in affitto vna Casa per 3. Anni, à pagarli scud. 90. all'Anno. Il Pigionale s'offerisce di pagare tutti trè gli affitti anticipatamente, all'intrar, che fà in Casa, se il Padrone vuol scontarli il 10. per 100. all'Anno. Se dice di sì. Quanto deue sborsare?

Questo quesito si risolve al contrario del passato quello col meritare li Denari anticipatamente pagati, e in questo col scontare. Adunque per il primo Anno si dice così. Se 110. viene da 100. da che verrà 90? Operando verrà da 81 $\frac{9}{11}$, e tanti scudi deue sborsare per il primo Anno. Per il secondo si dice: Se 110. era 100 che sarà 81 $\frac{9}{11}$? Sarà 74 $\frac{46}{121}$, e tanti scudi deue sborsare per il secondo Anno. Per il terzo si dice. Se 110. viene da 100, da quanti verranno scud. 74. $\frac{46}{121}$? Veranno da scud. 67. $\frac{823}{1331}$, e tanti ne deue sborsare il terzo Anno, quali partite vnite insieme fanno scud. 223. $\frac{46}{121}$, e tanto appunto ne deue sborsare il Fittaiuolo nell'entrar in Casa, ed hauerà sodisfatto per tutti trè gli Anni.

Quesito Terzo.

Vno piglia a pigione vna casa per vn Anno, e paga scu. 60. Al principio di Maggio, vn altro entrò ancor lui nella Casa, quattro Mesi dopo ne pigliò vn terzo. Quanto deue pagar ciascun di loro alla rata portione del tempo, che stettero in Casa, e secondo l'accordo dell'affitto?

Il vero modo di risoluere simili quesiti fù insegnato da Gio: Battista Zucchetta Genouese, approuato dal Dottor Bassi, ed al qual (come fedelissimo) mi sottoscriuo. Il modo è questo. S'vniscono insieme tutti li Mesi, che di tempo in tempo a ciascun compagno tocca di pagare alla rata portione la pigione, e poi s'opera à modo delle compagnie; Come in figura si vede.

Al primo compagno tocca il pagare quel tempo, che solo stette in Casa: cioè Mes. 4.
Per li Mesi 4, che stette col secondo compagno, n'hà da pagare Mes. 2.
Per li Mesi 4, che stette col secondo, e terzo compagno hà da pagare. Mes. 1 $\frac{1}{3}$.

Portione del primo compagno Mes. 7. $\frac{1}{3}$.
Il secondo compagno per li Mesi 4, che stette in Casa col primo compagno n'hà da pagare 2
E per li Mesi 4, che stette col primo, e terzo compagno n'hà da pagare 1 $\frac{1}{3}$.

Portione del secondo comp. Mes. 3 $\frac{1}{3}$.
Il terzo compagno hà da pagare solamente la terza parte di quei Mesi 4, che stette in Casa col primo, e col secondo, cioè ——— Mesi 1 $\frac{1}{3}$.

Frà tutti Mesi 12.

Si dice mò. Se Mesi 12. pagano Scud. 60 Quanti ne pagaranno Mesi 7. $\frac{1}{3}$ del primo. Mesi 3 $\frac{1}{3}$ del secondo, e Mesi 1 $\frac{1}{3}$ del terzo compagno? Operando. Il primo deue pagare scud. 36 $\frac{2}{3}$ Il secondo 16 $\frac{2}{3}$ & il terzo 6 $\frac{2}{3}$, che sommati fanno giusto 60.

Li nostri Antichi haueriano posto per il primo compagno Mesi 12. per il secondo 8, e per il terzo 4, non auuertendo, che se bene in quanto al tempo v'è la conueniente proportione, non v'è però quanto all'obbligatione di pagare, &c. Però per il loro modo è falsissimo.

Quesito Secondo.

Pietro affittò vna Possessione a Francesco per scud. 300. all'Anno, e Francesco affittò vna Casa a Pietro per scud. 80. pur all'Anno. Hauendo posseduto Francesco la Possessione Anni 5 $\frac{1}{2}$. Quanto tempo deue possedere Pietro la Casa; acciò restino del parro?

Il quesito si risolue per la Regola del trè semplice rouerscia così dicendo. Se Scud. 300. uro ò posseduti Anni 5 $\frac{1}{2}$. Quanti si deuono possedere scud. 80? Operan-

rando, si deuono possedere Anni 20 $\frac{1}{2}$. E tanto tempo deue star Pietro in Casa.

PER TROVAR L'AVANTAGGIO DELLE MONETE.

CAP. XVII.

IL saper ritrouare per regola l'auantaggio delle Monete, che in paesi stranieri accade di spendere; certissimo, che nõ solo à Mercanti, ma anche à chi si sia apportarà grande vtilità: poiche non v'è alcuno, ch'habbia maneggio, che con occasione di compra, o di vendita, di baratto, o di cambio, non habbia parimente da spendere varie sorti di Monete; le quali non corrono per tutto con proportionata differenza; ma chi con più, e chi con meno. Questo negotio è facilissimo, e per la Regola Aurea presto si sbriga, Alla pratica.

Vn Mercante Ferrarese vuol sapere qual sia più vantaggioso per spenderlo a Venetia: il Reale di Spagna, ò pure il ducatone: poiche il Reale in Ferrara val Paoli 8, ed in Venetia val Lir 8. Il Ducatone in Ferrara val Paoli 10, e in Venetia val Lir. 9 - 6. Dirò dunque così. Se questo, che in Ferr ra val Paoli 8. val in Venetia Lir. 8. Quello che in Ferrara val Paoli 10, quanto valerà in Venetia? Operando valerà Lir. 10. e tanto doueria valer a Venetia il Ducatone a proportione del Reale: ma perche non vale se non Lir. 9. — 6, il ducatone vi perde Sol. 24. Venetiani. Adunque sarà più vantaggioso il Reale.

Di più.

La Dobbla d'Italia val in Ferrara Paoli 30, ed in Venetia lir. 28. L'Ongaro in Ferrara val Paoli 17, ed in Venetia val lir. 15. $\frac{1}{2}$. Qual sarà più vantaggioso? Dico così. Se Paoli 30 della Dobbla in Ferrara val in Venetia Lir. 28. Paoli 17 dell'ongaro in Ferrara, quanto valerà in Venetia? Operando, doueria valer Lir. 15 $\frac{1}{2}\frac{1}{3}$: ma perche val solamente Lir. 15. $\frac{1}{2}$, a proportione della Dobbla perde $\frac{1}{3}\frac{1}{9}$ di Lira Venetiana. Siche sarà più vantaggiosa la Dobbla.

In

In oltre.

La Dobbla di Spagna in Modona val Lir.31.,e in Bologna val Lir.15-- 5. L'ongaro in Modona val Lir.17 5, e in Bologna val Lir. 8.-10. Qual farà più vantaggioso? Dico così. Se quello, che in Modona val Lir. 31.in Bologna lir.15.-- 5. Quello che in Modona val Lir.17.-- 5, quanto valerà in Bologna? Operando valerà Lir.8.9 8 $\frac{1}{3}\frac{2}{1}$: mà perche in fatti val Lir. 8-- 10 si vede, che l'Ongaro vi perde a proportione della Dobbla di Spagna. Adunque sarà più vantaggiosa là Dobbla.

Notabile.

Con quest'occasione di trouar l'auantaggio delle Monete,(in gratia di chi abitá nel Ferrarese)quì voglio insegnare il modo di convertire la moneta vecchia nella nuoua, (& è contra) senza Tariffa. Mà per maggor intelligenza di chi non è capace, bisogna sapere;che(pochi Anni sono) la Moneta Ferrarese fù conuertita in Moneta Romana: Siche doue prima si parlaua à Bolognini, Lire, e Scudi di quattro Lire: adesso si negotia a Baiocchi, Paoli,& à Scudi di Paoli. Baiocchi 10. fanno vn Paolo, e Paoli 10. fanno vn Scudo: ma prima Quatrini 6. (cioè Den.12. faceuano vn Bolognino. (Bolognini 20.) (che anco soldi si nominauano) componeuano vna Lira, e Lir.4.vn Scudo. In questa mutatione n'è seguitato, che quello, che prima era 110 di Moneta vecchia, resta solamente 100. di Moneta nuoua: ouero 11. resta 10.

Per venir mò all'intento nostro, Io dico; che Bolognini 11 restano Baiocchi 10. Lir. 11.restano scudi 2.di Paoli,e scud. 11.vecchi restano scud.8 pur di Paoli,ed è infallibile. Siche sopra questo fondamento per la Regola del Trè può ciascuno intelligente senza Tariffa conuertire ogni data quantità di Moneta vecchia nella noua (& è contra.) Per esēpio;voglio saper quanti scudi di Paoli siano scud.vecchi 275. Lir. 3. Per risoluere il quesito in vn sol colpo, conuerto li scud.275 in Lire, che sono Lir. 1103,e poi dico.Se Lir.11.restano scud.2.di Paol.Quanti restaranno Lir.1103.? Operando restaranno Scud. 700

Pa-

Paol 6. Baioc. 4. $\frac{6}{11}$ Ma per esser negotio tanto chiaro, e facile non stò à particolarizare d'auantaggio, se non che parlando a Bolognini si dice. Se Bolognini 11. restano Baiocchi 10. Quanti restaranno Bolognini, &c. Parlando a Lire. S'opera, come nel precedente proposto esempio. Se si parla a Scudi si dice. Se scudi vecchi 11. restano scudi 8. di Paoli. Quanti restaranno scudi vecchi, &c. Se poi si volesse conuertire la Moneta nuoua nella vecchia: basta a voltare li termini della Regola (dicendo per esempio). Se Baiocchi 10. diuentano Bolognini 11. Quanti Bolognini si faranno Baiocchi, &c.

DELLE

LEGATVRE MERCANTILI

Dell'Oro, & Argento.

C A P. XXIII.

TRà Mercanti si costuma alle volte di comprare diuersità di Mercantie tutte insieme, sotto vn prezo solo; benche siano di varij prezi. Laonde gli Aritmetici hanno filosofato questa Regola, detta legamento, perche si legano propriamente insieme vn prezo, con l'altro per arrivare al pretesodisegno: & Io ne pongo alcuni pochi esempj, che appunto seruiranno per esempio in altri casi, &c.

Quesito Primo.

Vno si troua hauere cinque sorti di Formento. Il Staro della prima sorte vale Sol. 54. Quello della seconda Sol. 58. Quello della 3 Sol. 62. Quello della quarta Sol. 70, e quello della quinta sorte vale Sol. 76. Hora mò. Viene vn Mercante, e ne vuole comprare tanto di ciascuna sorte, che in tutto siano stara 100, a ragione di Sol. 66. il staro prezo fuori di prezo). S'addimanda. Quante stara ne deue pigliare di ciascuna sorte? (Quesito veramente curioso.)

Pri-

Primiearamente, per aiutare la memoria, si mette in figura il quesito, come si vede. Li numeri superiori sono li prezi del Formento. Quel 66. nel fondo della figura è il prezo, che il Mercante pretende pagare le richieste Stara 100. di Formento. Fatto questo: si legano li prezi minori con li maggiori in questa maniera. Io domando: il 54. quanto è lontano dal 66? E lontano 12. Or mettiamo questo 12. sotto il 76. Et il 76. quanto è lontano dal 66? E lontano 10. Or mettiamo questo 10 sotto il 54. (e questi due prezi saranno legati) Nell'istesso modo si legano gli altri due prezi 58, e 70. Ma perche il 62. non hà numero corrispondente sopra il 66; si può legare col 70., ouero col 76. Io lo lego col 76, (come s'è fatto con gli altri dicendo.) Il 62. quanto è lontano dal 66? E' lontano 4. Or questo 4 si metti sotto il 76, Et il 76. quanto lontano dal 66? E' lontano 10 Or questo 10. si metti sotto il 62, e così saranno legati tutti li prezi. Il resto dell'operatione si fà come le compagnie. Adunque vnite insieme tutte le differenze 10 4. 10. 8, e 16. (cioè quel 12, e 4 posto sotto il 76.) fanno 48. Di poi si dice. Se 48. mi dà 100, che mi dirà 10, che 4, che 10, che 8, e che 16? Si potria dire anco così. Se 48. mi dà 10, mi dà 4, mi dà 10, mi dà 8, e mi da 16; che mi darà 100? In qual si voglia modo, che si operi; di quello da Sol. 54. se n'haueranno Stara 20, Quarte $4 \frac{1}{6}$ (à ragion di 5 Quarte il Staro) Di quello da Sol. 58. Stara 8, Quarte $1 \frac{4}{6}$ Di quello da Sol. 62. Stara 20, Quarte $4 \frac{1}{6}$. Di quello da Sol. 70, Stara 16, Quarte $3 \frac{2}{6}$. Di quello da Sol. 76, Stara 33, Quarte $1 \frac{4}{6}$.

54	58	62	70	76
10	4	10	8	12
				4

(66)

La proua di questa, e simili ragione è questa, che tanto deuono costare le sudette Stara tutte insieme, quanto montano le stara 100. à Sol. 66. il staro.

Le ſtara 20. 4 $\frac{1}{6}$ a ſol. 54 il ſtaro coſtano L. 56. ſ. 5. Dē. 0.
Le ſtara 8 1 $\frac{4}{6}$ a ſol. 58. il ſtaro coſtano L. 24. ſ. 3. Dē. 4
Le ſtara 20. 4. $\frac{1}{6}$ à ſol. 62. il ſtaro coſtano L. 64 ſ. 11. Dē. 8
Le ſtara 16 3. $\frac{2}{6}$ à ſol. 70. il ſtaro coſtano L. 58. ſ. 6. Dē. 8
Le ſtara 33 1. $\frac{4}{6}$ a ſol. 76. il ſtaro coſtano L. 126. ſ. 6. Dē. 8

Lir. 330 — 0 — 0

Tutte queſte Stara, Quarte, e rotti vnite inſieme conſtituiſcono le richieſte ſtara 100.

Parimente le Stara 100. a Sol. 66. il Staro montano Lir. 330. Adunque ſtà bene. Li ſopradetti prezi ſi potriano legare ancora diuerſamente da quello s'è fatto. Per eſempio il 54 col 70. Il 58. col 70. & il 62 col 76. Ouero ſi può legare il 54 col 76. il 58. col 76 & il 62. col 70. Ouero così. Il 54. col 70 Il 58. col 76, & il 62 col 76. In qual ſi voglia modo, che ſi leghino, il compratore ſempre hauerà le ſtara 1 0. di Formento con le medeſime Lir. 330. per ogni verſo: ſe bene d'alcuna ſorte ſe n'hauerà più, e d'alcune meno di quello s'è hauuto di ſopra (Mi ſon dilattato in queſto primo queſito, per eſſer più ſcarſo ne ſeguenti.).

Queſito Secondo.

Vn commune fà gettare, ò fondere vna Campana, qual peſa Lib. 2325. e coſta di materia ſolamente Lire 488 Sol. 5. In queſto getto vi ſono cinque ſorti di metalli Il primo coſta, ò val Li 16 il 100 il ſecondo Lir. 18. il terzo Lir. 20. Il quarto Lir. 27. e il quinto Lir. 31. S'addimanda, in quella Campana quanto Metallo v'è d'ogni ſorte?

Si

Si dice così. Se Lib 2325 di Metallo in confuso costano Lir.488. $\frac{1}{4}$, che valeranno Lir.100? Valeranno Lir.21. e questo 21. si mette nel fondo della figura. E poi operando, e legãdo al solito hauerai 10 6.6. $\frac{3}{1}$. 5, che in tutto sono 31. E poi dirai. Se 31. mi da 2325, che mi darà 10, che 6, che 6. che 4, & che 5? Operando della prima sorte n'hauerai Lib. 750 Della seconda Lib. 450. Della terzà Lib. 450. Della quarta 300. Della quinta Lib. 375, che in tutto sono Libre 2325.

Però sta bene. Vn altra proua; Vedi quanto costano le sudette Lib. a ragion del loro prezo, e tutte insieme fanno Lir. 488. $\frac{1}{4}$, &c.

Quesito Terzo.

Vn Droghiero frà gli Altri Aromati hà del Pepe, che val Sol. 40. la Libra. Della Canella a Sol. 50. la Libra. De Garofani à Soldi 55. la Libra. E del Zaffaranno à Soldi 90. la Libra. Và vn Mercante per comprare per la somma di Scud. 70. delle sopranominate 4. spetie d'Aromati, a ragion d. Sol. 60. la Libra, S'addimanda, Quante Libre n'hauerà d'ogni sorte?

Si legano li prezi del Pepe, &c. come si vede in figura, e ne verranno 30. 30. 30. $\frac{20}{10}$, che in tutto sono 5. 125. Dipoi si dice. Se 125. danno lib. 1. Quante ne daranno 30. 30. 30. 35? Ne daranno $\frac{30}{125}$, $\frac{30}{125}$, $\frac{30}{125}$, $\frac{30}{125}$. Per saper mò quante Libre se n'haueranno d'ogni sorte, si dice. Se con sol. 60. hò hauuto $\frac{30}{125}$ di Pepe: $\frac{30}{125}$ di Canella: $\frac{30}{125}$, di Garofani: e $\frac{35}{125}$ di Zaffarano. Con Scudi 70. (cioè sol. 5600.) quante lib. n'hauerò? Operando hauerai lib. 22. $\frac{2}{5}$ di Pepe. Lib. 22. $\frac{2}{5}$ di Canella lib. 22. $\frac{2}{5}$ di Garofani, e lib. 26. $\frac{2}{5}$ di Zaffarano che in tutto sono lib. 93. $\frac{1}{3}$. Per farne la proua, si dice così. Se vna lib. costa soldi 60. lib. 93. $\frac{1}{3}$. Quanti soldi costaranno? Costaranno sol. 5600. che fanno scu. 70. Adunque stà bene. E tanto basti.

Nell'istesso modo s'operaria, s'vno volesse spendere vna determinata quantità in tanto Vino, Marzaria, ò altra mercanzia, ch'hauesse più prezi: e quello, che compra la volesse a vn prezo solo.

Due cose particolari bisogna osseruare in questa Regola del legare, (e sono essentiali. La prima è, che il prezo medio, (cioè di quello, che compra) non sia minore, nè maggiore del prezo minore, ò maggiore della mercantia. La seconda è, che il prezo di quello, che compra sia al suo luogo: come nel passato quesito si vede, che il 60. è dritto frà il 55, & il 90: e che quando non vi sono prezi egualmente da ogni parte del prezo medio; in tal caso si leghi al meglio, che si può. Si che nel passato esempio non essendo dopo il 60. se non il 90. col 90. s'è legato il 40, il 50, & il 55.

LEGATVRE DELL'ORO. ET ARGENTO.

ESsendo, che questa Regola del legare l'Oro, e l'Argento serue a Zecchieri, a gli Orefici, & altri, per comporre li metalli, ò semplice con semplice; ò semplice con composto: ouero composto con composto; bisogna sapere, che se bene sette sono li metalli: cioè Oro, Argento, Rame, Stagno, Piombo, Ferro, & Argento viuo: nondimeno l'Oro, e l'Argento solamente (& anco il Rame, come seruo dell'vno, e dell'altro) si pesano con due spetie di pesi delicati. Il primo (costumato in Venetia) si chiama Marca, la quale è d'onc. 8. Ogni onc. è 4. quarti. Ogni quarto è 36. caratti. Ogni caratto è 4. grani; e ciascun grano pesa quanto pesa vn grano di Formento. Il secondo peso è detto Libra, la quale si diuide in onc. 12. Ogni oncia si diuide in 24. Denari a peso, ò Scrupoli, & ogni Denaro, ò Scrupolo è diuiso in 24. grani. E' però vero, che tanti grani contiene vna di quelle onc. delle quali 8. fanno vna Marca quanti ne contiene vna di quelle; dodici delle quali fanno vna libra. Altri fanno di 24. grani vn scrupolo. Di 3. scrupoli vna drama, & 8. drame fanno vn onc. (che tutto è vno) Si che gran. 576. fanno vn onc. e gran. 6912. fanno vna libra.

Di più bisogna sapere, che l'Oro si pesa a oncia; e l'Argento a lib. La maggior finezza dell'Oro si diuide in 24. gradi, che caratti, ò denari si chiamano; & il caratto in 24. grani: Laonde dicendo Oro di 24. s'intende Oro finissimo senza alcun mescuglio: ma dicendosi Oro di 20 -4. vuol dire, che per ciascun onc. di peso vi sono caratti 20, e gran. 4. d'oro fino, & il resto Rame, ouero Argento. La maggior finezza dell'Argento si diuide in 12. gradi, quali (in vece d'oncie) alcuni le chiamano leghe. La lega si diuide in 24. den. & il den. in 24. gran. come sopra. Si che dicendo Argento di leghe 12. s'intende per Argento puro: ma dicendosi

Argento di leghe 9—4—7 vuol dire;che in ciascuna lib. di peso vi sono leghe, ouero oncie 9. den. ò scrupoli 4, e gran.7. d'Argento puro: il resto Rame. Or veniamo alla pratica.

Questo Quarto.

Con quattro qualità d'Oro, cioè da 24, da 23, da 19, e da 16 voglio comporne onc. 25. che siano di finezza 20. Quanto ce ne vorrà di ciascuna sorte?

Questo, e simili quesiti, si risoluono come li Mercantili. Le differenze delle finezze vnite insieme sono 12. Si dice adunque. Se 12. vuol onc. 25. Quante ne vorrà 4, quante 1, quante 3, e quante 4? Operando, Finezze. 24. 23. | 19. 16.
del primo ingrediente da Differ. 4. 1. | 3. 4.
24 ce ne vogliono onc 8. caratti 8. Del secõdo onc. 2. carat. 2. Del terzo onc. 6, e carat. 6. Del quarto onc. 8, e carat. 8. (come del primo)(sommali insieme, e fanno appunto onc. 25.)

20

Per farne la proua, bisogna, che in quest'oncie 25. da 20. vi sia la finezza dell'Oro, che contengono in sè le quatro qualità dell'Oro legato, ò composto, concorrenti alla loro formatione. L'Oro della prima qualità, per esser puro, non hà bisogno d'esser proportionato. Per l'Oro della seconda qualità si dice. Se vn onc. d'Oro legato hà caratti 23. d'Oro puro. Quanti n'haueranno oncie 2—2, che concorsero al composto d'onc. 25? Per quello della terza qualità si dice. Se un onc. hà 16. Ch' haueranno onc. 6—6? E per quello della quarta qualità si dice. Se un onc. hà 16. Ch'haueranno onc. 8—8? Operando, ciascuna delle sudette quattro qualità d'oro hanno in sè l'oro puro, che qui di sotto in figura si vede.

Della

Della prima qualità onc. 8. caratti 8.
Della seconda qualità onc. 1. carat. 23. gran 22.
Della terza qualità onc. 4. —— 22. —— 18.
Della quarta qualità onc. 5. —— 13. —— 8.

In tutto onc. 20. Car. 20, —— 0.

Hora mò. Se l'operatione è buona, bisogna, che le oncie 25. da 20. contenghino parimente in sè le sudette onc. 20 — 20. d'oro puro; e per saperlo si dice. Se onc. 1. hà caratti 20. d'oro fino. Quanti n'haueranno onc. 25? operando, n'haueranno pur onc. 20 — 20. Adunque stà bene.

Quesito Quinto.

Vn Contadino troua lauorando nel suo Campo trè pezze d'oro di diuerse leghe, ò qualità. Le porta a vendere; e troua, che il primo pezzo valeua Scudi. 50. la Marca. Il secondo ne valeua 60, & il terzo valeua scu. 80. Per cauarsi mò lui di briga, le vendette sottosopra scu. 70. la Marca. S'addimanda. Quanto pesaua ciascun pezzo da per sè?

Questa, e simili si legano, come la passata, e ne verãno questi numeri differentiali, posti sotto li prezi, cioè 10. 10. $\frac{2}{10}$. Nõ si passa più oltre per esser finita l'operatione. Adunque.

Prezi. 50. 60. 80.
Differẽze. 10. 10. 20. 10.

70

Il primo pezzo pesava March. 10. a scud. 50. l'vna.
Il secōdo pezzo pesaua March. 10. a scud. 60. l'vna,
Il terzo pezzo pesaua Marche 30. a scud. 80. l'vna;

Marche 50.
Valeuano Scud. 500.
Valeuano Scud. 600.
Valeuano Scud. 2400.

Scud. 3500.

Se ne vuoi la proua, moltiplica le Marche 50. per li Scudi 70. che il Contadino vendette l'oro sottosopra per Marca; e fanno pure Scud. 3500.

Quesito Sesto.

Vn altro hà 2. Verghette d'oro, che tutte due insieme furono vendute Scud 150, e tutte due parimente insieme pesauano oncie 12. Vna di esse, per esser d'oro fino, fù giudicata valere Scud. 100. la Libra; e l'altra non tanto buona, fù stimata, che valesse a ragion di Scud. 70. la Libra. Hor s'addimanda. Quanto pesaua ciascuna di dette Verghette?

Legādo li due prezi al solito, ne viene 50, & 80, che vniti insieme fanno 130. Di poi si dice. Se 130. mi da 80. Che mi daranno onc. 12.? Daranno onc. 7. $\frac{5}{13}$, e tāto pesaua la Verghetta da Scudi 100. la Libra. E poi. Se 130. mi dà 50. Che mi daranno onc. 12? Daranno onc. 4. $\frac{8}{13}$, e tanto pesaua la Verghetta non tanto fina da Scud. 70. la Libra.

Prezo	70.	100.
Diff.	50.	80.
	150.	

Altra sorte di questi propongono li Scrittori di questa Scienza, pertinenti alla compositione dell'oro, e dell'Argento: quali (senz'altra instruttione) da chi possiede

bene la Regola de proportionali si sapriano risoluere. nondimeno, per non degenerare da gli altri, ne proponerò alcuni pochi: acciò facendo strada, &c. non mi parti con tutto ciò dal mio supposto Ristretto.

Quesito Settimo.

Mi trouo hauer Lib. 15. d'Argento di Leghe 10. $\frac{1}{3}$. Volendolo abbassare, e farlo di 9. quanto Rame ci vorrà?

Leua 9. da 10 $\frac{1}{3}$, e restarà 1 $\frac{1}{3}$. E poi dirai. Se 9. vuoi crescere 1 $\frac{1}{3}$. Quanto cresceranno Lib. 15? Operando, cresceranno Lib. 2. $\frac{2}{9}$ per il Rame, che deui aggiongere.

Quesito Ottavo.

Lib. 20. d'Argento di Leghe 9—10, voglio farlo di Leghe 11, con aggiongerui Argento puro. Quanto Argento ci vorrà?

Dalla finezza 12, bisogna leuare la Legha, che si pretende di fare, cioè 11. e restarà Leg. 1. Parimente dalle Leg 11. si leuino le Leg. 9—10, e restaranno Leg. 1. Dē. 14. E poi si dice. Se Leg. 1.—14. vuol Leg. 1 Quanto voranno Lib. 20? Voranno Lib. 12. Den. 15. Gran. 3. $\frac{1}{1}\frac{5}{7}$.

Quesito Nono.

Vn Zecchiero hà Lib. 12. d'Oro dà 22. 22. Lo vorrià ridurre da 21. 21. con l'aggiongerui oro da 18—15 Quanto ve n'hà d'aggiongere?

La solutione di questo quesito non è molto dissimile dal precedente. Troua la differenza della finezza, che hà l'Oro, che vuoi aggiongere con l'oro, che vuoi comporre, e con le Lib. 12. La differenza da 18. 15. a 21—21. è Carat. 3. gran. 6. e la differenza da 18. 15. à 22. 22 è Carat. 4. gran. 7. Fatto questo, si riducono li Caratti in Grani; che sono Gran. 78. & 103 e poi si dice. Se 98. vuol 103. quanto vogliono Lib. 12? Operando, ne vengono Lib. 15. Oncie 10. Carat. 3. Gran. 16. $\frac{2}{3}\frac{2}{9}$ per il peso,

so, che sarà il composto, che pretendi di fare da 21. 21. dal quale leuandone Lib. 12. ne resta no Lib. 3. -- 10 -3 16 $\frac{2}{7}\frac{4}{7}$, per la quantità dell'Oro da 18. 15. che deui aggiungere alle Lib. 12, da 22. 22. acciò diuenghi in finezza da 21. 21. Qui di passaggio bisogna auuertire, che la differenza dell'Oro, che voi aggiongere a quello che pretendi comporre, serue per il primo termine della Regola Aurea. Di più in simili quesiti; il Quotiente è della natura del terzo termine per la ragione allegata a carte 45. Finalmente si auuertito, che nell'operare il primo auanzo si moltiplica per 12, per cauarne le onc. Il secondo auanzo sij moltiplica per 24, per hauerne li Caratt., ò Den. & il terzo auanzo si moltiplica pur per 24. per cauarne li grani, come in figura si vede. (E ciò serui d'auuiso.

(:)

78 — 103 — 12
12
———
78 — 1236 — Lib. 15
78.
———
456
390
———
.66. Primo auanzo.
12
———
78 — 792 — onc. 10.
78
———
12, Secondo auanzo.
24
———
78. — 288 — Carat. 3.
234
———
54. Terzo auanzo.
24
———
78 — 1296 — Gran. 16 $\frac{2}{3}\frac{4}{9}$.
78.
———
516
468
———
.48.

Quesito Decimo.

Vn Orefice ha onc. 15. d'oro da 16, & onc. 10. da 18. Volendolo ridurre alla finezza da 20, con aggiongerui oro fino (cioè da 24.) Quanto ve n'ha d'aggiongere?

Primieramente si molciplica il peso di ciascun Oro cō

la

la sua finezza, e la somma de Prodotti, diuisa per la somma de pesi, nel Quotiente lasciarà la finezza del cōposto de due pesati Ori. Come quì di sotto in figura si vede.

Onc. 15 da 16 -- Prod. Comp. ouer potenza 240.
Onc. 10 da 18 - Prod. Comp. ouer potenza 180.

Diu. 25. Somma de Prodotti -- 420 Quot. 16 $\frac{4}{5}$

Siche le Onc. 15. da 16. e le Onc. 10. da 18. incorporate insieme, la massa sarà in finezza da 16 $\frac{4}{5}$. Voglio dire, che saranno Onc. 25. da 16 $\frac{4}{5}$.

Per saper mò quant'oro fino da 24. bisogni aggiongere alle onc. 25. da 16$\frac{4}{5}$, acciò la massa diuenghi in finezza da 20. si caua da Caratti 24, li caratti 20. e ne restano Caratti 4. Parimente da Caratti 20 si caua li Caratti 16 $\frac{4}{5}$, e ne restano Caratti 3 $\frac{1}{5}$, e poi si dice. Se 4 vuol 3$\frac{1}{5}$. Che vorranno Onc. 25? Operando ne vorrano. Onc. 20. e tant'oro puro bisogna aggiongere alle Onc. 25. da 16 $\frac{4}{5}$, ed hauerai poi onc. 45 da 20. La proua si fà, come hò insegnato nel quarto quesito.

Quesito Vndecimo.

Vno si troua hauere onc. 10. d'oro da 16, & onc. 6. da 20. Volendolo abbassare, e ridurlo à finezza solamente da 18 Quanto Argento, ò Rame ci vorrà?

Moltiplica ciascun peso con la sua finezza, ed hauerai questi due Prodotti, ò forze 160, e 120, quali vniti Insieme fanno 280, e poi dirai; se Caratti 18 (finezza, che pretendi) vuol onc. 1, d'oro legato; Quanto ne vorrà 20? Operando ne vorrà onc. 17 $\frac{1}{2}$, dalle quali levando le onc. 8, e 6, che da principio proponesti, ne restaranno solamente onc. 1 $\frac{1}{2}$ per l'Argento, ò Rame d'aggiongersi. La proua come nel quarto quesito.

Quesito Duodecimo.

Voglio fondere, e unir insieme trè qualità d'Oro; cioè onc. 8 da 20. onc. 6. da' 18, & Onc. 10. da 22. Di che finezza sarà tal compositione?

Prestissimo lo saprai. Basta à moltiplicare insieme (al solito) ciascun peso con la sua finezza, e li Prodotti vniti

ti insieme, partirli per la somma de pesi; perche il Quotiente sarà la cercata finezza.

Onc. 8 da 20—Prodotto, ò forza 160
Onc 6 da 18—Prodotto, ò forza 108
Onc. 10 da 22—Prodotto, ò forza 220

Diu. 24 Somma de Prodotti 488- Quot. $20\frac{1}{3}$ per la (cercata finezza.

Notabile.

Quì auuiso chi legge; che l'oro, e l'Argento legato, si può ridurre a maggior perfettione, ò leuandoli con acqua forte la lega; ò purificandolo col fuoco nel Capello. E questo atto si chiama Saggio, cioè far esperienza quanta finezza acquisti l'Oro copellando. Quanto più cala di peso, tanta maggior finezza, e perfettione acquista, &c. intorno al che si può proporre nuoua sorte di quesiti, che con vn poco d'ingegno ancor loro si risoluono per via di proportione.

Quesito Terzodecimo.

Mi ritrouo hauere Onc. 12. d'Oro da 20. lo fondo, e affino in tanto, che mi resta Onc. 10. di che bontà sarà restato?

Per la Regola del tre Rouerscia dirò Se 12. hà la bontà di 20. Che bontà mi darà 10? Operando ne viene 24. siche sarà restato Oro fino da Caratti 24 l'Oncia.

Quesito Quartodecimo.

Hauendo purgato Denari 14 d'Argento è restato Den. 14. Di qual finezza era; quando congionto staua con la massa?

Per la Regola Dritta si dice. Se Car. 16. restorno 14. Che restariano Legh. ouero Onc 12.? Restariano $10\frac{1}{2}$. Si conclude, che la massa dell'Argento, dalla quale ne furono leuati, e purificati Den. 16, è di finezza Leghe, ouero Onc, 10. Den. 21. E tanto basti.

DELLE POSITIONI FALSE SEMPLICI.

CAP. XXIV.

QVesta regola si chiama anco Regola del Cattaino; inuentata da gli Arabi, & è l'istesso, che falsa positione in lingua Italiana. Si chiama parimente Regola del falso: ò perche con falso supposto, o figurato si troui la verità: ò pure perche ella medesima mai risponde con verità alla domanda, mà sempre dice più; ò meno del vero Ben è vero, che la di lei falsità dà entrata per riportarne la pretesa verità. Questa Regola serue per risoluere li quesiti, quanto mancano di qualche termine, senza il quale è impossibile il sottoporli alla Regola di proportione; e per consequenza il risoluerli. Queste positio ni sono di due sorti, cioè semplici, che con vn sol figurato, si risoluono li quesiti, e doppie, che ne ricercano due. Per mezo delle doppie si risoluono molti quesiti, che per la sola semplice non si potriano tirar in luce. Vero è, che non si può dar mò certa regola, per conoscere quando per l'vno, e quando per l'altro modo s'habbia da operare: ma posto in dubbio: s'operi prima per la semplice (come di men fatica) e se non basta, si ricorri alla doppia. Alla pratica.

Quesito Primo.

Tre compagni di Mercantia deuono sborsare Scudi 2000. con quest'ordine, che il secondo, ne sborsi il doppio del primo, & il terzo tre volte più del secondo. S'addimanda. Quanti Scudi per vno deuono sborsare?

Si fa così M'immagino, che il primo sborsi scud. 100. e per conseguenza il secondo 200, & il terzo 600, che vniti insieme fanno scud. 900. ma perche ne vorrei 1000, adũque la mia positione, ò figurato è falsa. Per cauarne mò la verità, si dice per la Regola del tre. Se Scud. 900. vengono da scud. 100. da scud. 200. e da scud. 600. Da quanti veranno scud. 1000? Veranno da scud. 111 $\frac{1}{9}$. per il primo da 222 $\frac{2}{9}$ per secondo, e da 666 $\frac{6}{9}$ per il terzo. Somma insieme

ſieme queſte tre partite, e faranno di punto ſcud. 1000. Queſto queſito ſi potria riſoluere per la Regola delle Compagnie, immaginandoſi 1. per il primo; 2. per il ſecondo, e 6 per il terzo; che in tutto ſariano 9 per capitale, &c.

Queſito Secondo.

Interrogato vn Caualiere quanto ſpendeſe all'Anno in Caſa ſua, riſpoſe. Io ſpendo $\frac{1}{3}$ delle mie entrate per il vito; $\frac{1}{4}$ per il veſtito; & $\frac{1}{6}$ in ſeruitù, Carrozza, &c. ed in queſte tre coſe vi ſpendo ſcud 6750? S'addimanda Quanta entrata haueua queſto Caualiere all'Anno?

A capriccio m'immagino, ch'haueſſe ſcud. 12000. d'entratta all'Anno; $\frac{1}{3}$ de quali ſono 4000. vn quarto 3000. & vn ſeſto 2000. che vniti inſieme fanno 9000. Ma perche nō ne voglio ſe non 6750; la mia poſitione è falſa. Diciamo dunque così. Se ſcud 9000. prouengono da ſcud. 12000. Da quanti verranno ſcud. 6750? Vengono da ſcud. 9000. E tale è l'entrata del Caualiere. Cauane $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$, che faranno di garbo ſcud. 6750. Però ſtà bene.

Queſito terzo.

Vn amico dice ad vn ſuo confidente Per gratia del Signore hò fatto buona raccolta, ho hauuto in mia parte tante Moggia di Formento; che ſe n'haueſſi la metà, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ di più, n'hauerei 36 Moggia. S'addimanda. Quante Moggia n'hà?

In queſto, e ſimili queſiti, oue ſono rotti, ancorche ſi poſſi pigliare, ò immaginarſi vn numero di capricio: tuttauia per fuggir li rotti, è bene pigliar ſempre (per la Regola dell'Accattare) vn numero, ch'habbia le parti de' propoſti rotti: che nel caſo noſtro per il minimo è 12. al qual 12 aggiongendoui le parti d'eſſi rotti, cioè 6 per la metà; 4 per $\frac{1}{3}$, e 3 per $\frac{1}{4}$; fanno 25. Et io vorrei, che foſſero 36. E perciò dico. Se 25 viene da 12 Da che verrà 36? Verrà da $17\frac{7}{25}$. E tante Moggia di Formento hà l'amico.

Quesito Quarto.

Vnaltro in tal proposito rispose. Hò tante Corbe di Formento, che $\frac{1}{3}$–, $\frac{1}{4}$–, $\frac{1}{5}$ d'esse gionte insieme, fanno in tutto 71. Quante corbe n'hà?

Il 60. hà le parti de' proposti rotti, che sono 20.15.12. quali vniti insieme fanno 47. Et io ne vorrei 72. però dico. Se 47. viene da 60. Da quante verrà 72.? Verrà da 91. $\frac{4}{4}\frac{3}{7}$. E tante Corbe hà, &c.

Quesito Quinto.

Vn altro rispose. Hò tanto Grano, che postone $\frac{1}{3}$ da banda per la casa, $\frac{1}{4}$ per seminare; e $\frac{1}{6}$ per altri rispetti, me ne auanzano poi anco 50. Moggia da vendere; Quanto Grano hà?

Il minimo numero de' sudetti rotti è 12; dal qual cauatone 9 per $\frac{1}{3}$, per $\frac{1}{4}$, e per $\frac{1}{6}$; ne restano 3. Ma perche ne vorrei 50, dirò. Se 3. viene da 12 Da che verrà 50? Verrà da 200? E tante Moggia hà in tutto quel tale. Fanne la proua cauando da queste 200. Moggia $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$, e resteranno appunto 50 Moggia.

Quesito Sesto.

Vn altro dice. Haueuo tante Bestie Bouine, ch'hauendomene mangiato il Lupo $\frac{1}{3}$, & $\frac{1}{4}$. Il resto poi cresciuto, e moltiplicato in sè stesso, m'hà dato il numero di prima. Quanti capi n'haueua?

Il numero de' rotti è 12; dal quale cauatone 7 per $\frac{1}{3}$, e per $\frac{1}{4}$, ne resta 5: quale moltiplicato in sè stesso, fà 25: ma perche ne vorrei solamente 12, dirò. Se 25 viene da 12. Da che verrà pur 12? Verrà da 5 $\frac{1}{2}\frac{9}{5}$. E tanti capi n'haueua.

Quesito Settimo.

Vn disse ad vn suo confidente Hò tanti Vngari, che s'io n'hauessi solamente 6. delli vostri n'hauerei tanto, quanto hauete voi. L'altro rispose. E s'io n'hauessi pure 9 de' vostri, n'hauerei poi due volte più di voi. Quanti Vngari haueua ciascun di loro?

Se il primo riceuesse li 6 Vngari dall'altro: chiara cosa è, che n'haueria poi la metà di quello, ch'hanno frà tutti due: e se l'altro parimente riceuesse li 9 Vngari

gari del primo, eſſo n'haueria $\frac{2}{3}$ di quello, c'hanno frà tutti due. Ma perche $\frac{1}{2}$, e $\frac{2}{3}$ ſono più d'vn tutto; e quel più del tutto neceſſariamente deue eſſere la ſomma di quello, che vicendeuolmente l'vno domanda all'altro, (che nel caſo noſtro ſono 15) però biſogna trouare vn numero, che la metà, e $\frac{2}{3}$ facciano 15. Potrei pigliarlo a capricio, mà (come diſſi) per ſcanſar rotti m'appiglio al 6, (minimo numero de preſenti rotti ? Per la $\frac{1}{2}$ ne piglio 3. e per li $\frac{2}{3}$ ne piglio 4. che vniti inſieme fanno 7. Vn ſolo più del tutto. Ma perche biſognaria, che foſſero 15, dirò. Se 1. viene da 6 Da quanto verrà 15. verrà da 90. E tãti Vngari hãno frà tutti due. Cauane 6 dalla metà, e ne reſtano 39 per il primo. Cauane parimente 9 dalli $\frac{2}{3}$, e ne reſtano 51 per il ſecondo. Fanne la proua così. Fà che il ſecondo dia 6 Vngari al primo, che queſto con li 39, che hà, ne ſarà 45. e quell'altro, che di 51 ſe ne priua di 6) reſta ancor lui con 45. Parimente, ſe il primo dà 9. Vngari al ſecondo; lui reſtarà con 30, e l'altro con li ſuoi 51 ne faria 60; cioè due volte di più del primo. Adunque ſtà beniſſimo. Adunque il primo ha in borſa Ongari 39, & il ſecondo 51.

Queſito Ottauo

Vn capo di famiglia per ſuo biſogno hà cõprato Moggia 6 di Formentone. Moggia 8. di Faua, e Moggia 12. Formento. Non ſi ricorda quanto lo habbia pagato il Moggio. Sà bene, che hà ſpeſo Scudi. 250. e la Faua li coſtò il doppio del Formentone, ed il Formentone vna volta, e meza più della Faua. Quanto ſpeſe per ciaſcuna ſorte de propoſti Grani. E quanto per Moggio ?

Io ſuppongo a mio capricio, che il Formentone vaglia ſcudi 6 il moggio. La Faua per ragione 12, ed il Formẽto 18 (cioè vna volta e meza di quello coſta la Faua.) Fatto queſto, biſogna vedere quanto coſtariano le propoſte moggia di robbe a ragione del ſuppoſto prezo. Le 6 moggia di Formento coſtariano ſcu. 36. Le 8. Faua 96, e le 12 di Formento 216. che vniti inſieme ſono ſcud. 438. ma perche non ne vorrei altro, che 250, hauendo errato nella mia elettione, dirò; ſe 348. viene da 6. Da quanto

verà 250? Verrà da 4 $\frac{9}{29}$, E tãto vale il moggio del Formentone. La Faua il doppio, cioè Scud. 8 $\frac{18}{29}$, & il Formento ſcud. 12 $\frac{27}{29}$. Adunque (facendone il conto) le moggia 6. di Formentone coſtanò ſcud. 25. $\frac{25}{29}$. Le moggia 8. di Faua Scud. 68. $\frac{29}{26}$, e le Mòggia 12 di Formento ſcud. 155. $\frac{4}{29}$, che in tutto ſono Scud. 250. Però ſtà bene la ragione.

Queſito Nono.

Vn'altro interrogato, quanti Anni haueſſe, riſpoſe; N'hò tanti, che, ſe n'haueſſi altri tanti; la metà di tanti; & in oltre $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, e di tanti 1. di più, hauerei Anni 1000 Quantò tempo hà coſtui?

Perche queſti rotti ſi contengono in 60. Io m'immaginò ch'habbià 60. Anni; e 60. per altri tanti, e 30. per la metà; e 20. per il terzo; e 15 per il quarto: e 12. per il quinto; che vniti inſieme fanno 197, & 1 di più ſono 198, & Io vorrei, che foſſero 100 Però dico. Se 198. foſſero 100. Che ſariano 60? Saranno anni 30, meſi 3, giorni 19, hore 2, $\frac{2}{11}$. E tanti anni l'hà amico.

Queſitò Decimò.

Vn Fattore portà lir. 60. al ſuò Padrone, per certe coçoſarelle vendute, & il Padrone riſpoſe, che ſe le teneſſe per $\frac{1}{5}$, e per $\frac{1}{6}$ del ſuo ſalario. Sarei curioſò di ſapere, quanto ſalario habbiá all'anno detto Fattore.

Si fà coſì. Il numero di $\frac{1}{5}$, e di $\frac{1}{6}$ ſono 30. dà queſtò numero 30. càuane 11. per $\frac{1}{5}$; e per $\frac{1}{6}$, e ne reſterà 19 mà perche ne vorreſſimo 60; Dirò. Se 19 viene da 30. Da che verrà 60? Verrà da lir. 94. ſol. 14. den. 8, e $\frac{10}{19}$, e queſto è il ſalariò del Fattore.

Queſito Vndecimò.

Vn Mercante còmpra tre pezze di panno: nè ſi ricòrda per quanto: sà bene che ſpeſe lir. 360; e che la ſeconda coſtaua lir. 23. più della prima; e la terza lir. 15. più della ſeconda. Vorrei ſapere. Quanto coſtò ciaſcuna pezza da sè?

Suppongo, che la prima pezza coſtaſſe lir. 1. La ſeconda lir. 24. e la terza lir 40. che vnite inſieme fanno lir. 65. quali ſi deuono cauare dalle lir. 360. *Il che fat-*

to,

ro, restano lir. 265. da partire in 3. parti eguali: perche 3. sono le pezze di panno, (cioè lir. 98. sol. 6. den. 8. per pezza.) Per la prima aggiongi lir. 1, e faranno lir. 99. sol. 6. den. 8. Per la seconda aggiongi lir. 23, e faranno lir. 122. sol. 6. den. 8. E per la terza aggiongi lir. 16, e faranno lir. 138. sol. 6. den. 8. E questo è il prezo delle 3. pezze di panno. Somma insieme le trè partite, e faranno di punto lir. 360.

Quesito Duodecimo.

Vn Mercante và ad vna Fiera con certa quantità di Scudi; oue d'ogni 4 fece 5. Si partì poi; & altroue con tutti li denari, che si trouaua hauere, nuouamente di 6 fece 9. Vltimamente ad vn altra Fiera moltiplicò tanto tutti li Scudi: che d'ogni 9 fece 12, & in tutto si trouò hauere scudi 600. Vorrei sapere con quanti scudi si partì da Casa questo Mercante?

In questo, e simili quesiti, e comincia di dietro, cioè dall'vltimo guadagno; e però dirò. Se 12 era 9. Che fù 600. Fù 450. E con tanti scudi si partì dal secondo luogo: e perche iui di 6 fece 9, dirò. Se 9 era 6 Quanto fù 450? Fù 300. E con tanti scudi si partì dalla prima Fiera: ma perche iui di 4 fece 5, dirò. Se 5 era 4. Che fù 300? Fù 240. E con tanti Scudi si partì da Casa il Mercante. Fanne la proua voltando la ragione. Se 4 era 5. Che 240? e così con le altre poste, e la trouarai buona.

DELLE POSITIONI FALSE DOPPIE.

CAP. XXV.

Quesito Primo.

TRè compagni hanno da spartirsi frà di loro scudi 200. con queste conditioni. Il secondo n'hà d'hauere il doppio del primo, e 10 di più. Il terzo n'hà d'hauere quanto hà il primo, & il secondo insieme, e 20 di più. Quanti Scudi hauerà ciascun di loro?

Prima di riſpondere, ammaeſtrando chi legge, dico: che li queſiti da riſoluerſi per queſta Regola, mancano ſempre d'vn termine nel ſuppoſto: ſenza la cui notitia è impoſſibile il riſpondere alla domanda. Queſto termine incognito nel propoſto queſito è la quantità de' Scudi, che deue hauere il primo compagno: il che ſaputo, la riſolutione del queſito non porta difficoltà alcuna. State attento. Ma ſi come il Pittore, per formare in piano vna figura irreprenſibile, ſi fà far modello, per hauere li panneggiamenti, li geſti, li ſcurtij, &c. e ſecondo li quali và poi operando: così conuiene, che noi ci facciamo vn modello per hauerne l'intento. Per fondamento mo, e per baſe di queſto modello ſi batte ſempre l'occhio adoſſo a quel termine, che manca: aſſegnando noi, e determinando tal quantità a noſtro capriccio: e poi di mano in mano operando con tal fondamento, ſecondo che richiede la propoſta. Vero è, che le concluſioni delle noſtre due poſitioni, ò modelli daranno tutte due alle volte più: alle volte meno: & alcune altre volte vna darà più, e l'altra meno di quello, che vorreſſimo. E però tutto il punto di queſto negotio conſiſte principalmente in ſapere, & hauere ſempre alla memoria, che quando tutte due daranno più, ò tutte due meno: in tal caſo ſi caua la differenza degli errori per la ſottratione d'vno dall'altro: & vn Prodotto dall'altro; ma quando l'errore d'vna poſitione ſarà più, e l'altro meno, all'hora ſi ſommano tanti gli errori, quanti li Prodotti. Et acciò meglio s'imparino queſti termini, quì li metto in figura.

Si che	Più, e Più Men, e Men	Si ſottra.
	Più, e Men Men, e Più	Si ſomma.

Due modi d'operare inſegnano li noſtri Antichi Scrittori: ma quì (per fuggire la confuſione) inſegno

il modo di che mi seruo, come più facile, e di manco operatione. O risoluiamo il quesito.

Prima positione, ouer Modello.		Seconda positione, ouer Modello.	
Habbia d'hauere il primo compagno. Scud.	40	Habbia d'hauere il p. sc.	30
Il secondo n'hauerà	90	Il secondo n'hauerà	70
Et il terzo	150	Et il terzo	120
Riuscita. Scud.	280	Riuscita. Scud.	220.
Si che hò d'auãtaggio scudi	80	Si che hò d'auantag. sc.	20.

Conclusione.

Per 40	più 80.	Pro.	2400
Per 30	più 20.	Pro.	800
	Diuis. 6|0.		160|0
	Quot. scud.		$26 \frac{2}{3}$

Fatto questo: si mette in ordinanza ciascun principio delle positioni con il sbaglio, ò differenza loro, (come qui da canto in figura si vede, e moltiplicandoli in croce, si colocano li Prodotti vno sotto l'altro. Finalmente, perche tutti due gli errori sono più, bisogna; (come di sopra hò auuertito) sottrare vn Prodotto dall'altro; & una differenza dall'altra; e poi partendo per il resto delle differenze, il resto de' Prodotti; nel Quotiente s'haueranno li Scudi, che deue hauere il primo compagno. E perche il nostro Quotiente è $26 \frac{2}{3}$. Concludo, che al primo compagno toccano scudi $26. \frac{2}{3}$. Al secondo $63. \frac{1}{3}$ & al terzo 110, che vniti insieme fanno appunto scudi 200.

Di più.

Habbia d'hauer il primo scud.	20	Habbia d'hauere il primo scud	25
Il secondo n'hauerà	50	Il secondo n'hauerà	60
Il terzo	90	Et il terzo	105
Riuscita dalla positione sc.	160	Riuscita dalla positione scud.	190
Si che mi mancano scu.	40	Si che mi mancano scu.	10

In questa seconda operatione notate, che in tutto, e per tutto s'è operato, come nella prima risolutione: perche tutti due gli errori, ò differenze delle positioni sono meno del douere, e con tutto ciò di Quotiente ne vengono pure li scudi $26\frac{2}{3}$, per il primo compagno &c.

Conclusione.

Per 20 men 40 Pro. 1000
Per 25 men 10 Pro. 200

Diuis. 30 — 800
Quotien. Scud. $26\frac{2}{3}$

In oltre.

Habbia d'hauere il primo scud.	28	Habbia d'hauer il primo scud.	24
Il secondo n'hauerà	66	Il secondo n'hauerà	58
Ed il terzo	114	E il terzo	102
Riuscita delle positioni Scud.	208	Riuscita delle positioni scud.	184
Si che hò di più Scud.	8	Si che hò di meno scud.	16

In questa terza operatione in tutto, e per tutto s'è operato, come per gl'altri due modi: eccetto che in vece di sommare si sono sottrati li Prodotti, e le differenze, ouero gli errori, e pure anco per questa operatione ne vengon li scud. $26\frac{2}{3}$ per il primo compagno. Chi hauerà mò ben inteso quanto di sopra, per l'auuenire si contentarà di poche parole.

Conclusione.

Per 28 più 8 Prod. 192.
Per 24 mē 16. Prod. 448.

Diuis. 24. — 640.
Quotiente Scud. $26\frac{2}{3}$.

Quesito Secondo.

Vn Caualiere fà far certi lauori a giornata, e col Mastro è d'accordo, che il lauoro sia finito nel termine di 40 giorni. Che quando lauorarà li darà soldi 25 il giorno, e quando occorresse, che non lauorasse, egli perdi Sol 30 pur il giorno. Il Mastro fece il lauoro nel prescritto termine; ma non guadagnò se non

sold. 18. Domando, Quanti giorni lauorò, e quanti non lauoro?

Habbia lauorato giorni 25, ne quali guadagnò sold. 625, e per giorni 15, che non lauorò, perse sold. 450. quali sottrati da sold. 625, che guadagnò, ne restano 175, ma perche ne vorrei solamente 18. hò errato, di sol. 157, di più. Si che bisogna far nuoua positione.

Habbia lauorato gior. 20, ne quali guadagnò Sol. 500, e per altri giorni 20, che non lauorò per se Sol. 600, da quali leuando li Sol. 500, che guadagnò, viene a perder soldi 100. ma perche ne deue guadagnare 18, hò errato di sold. 118. di meno. Nel resto, operando secondo l'accennato auuertimẽto del più, e meno, e come nella conclusione si vede, il Maestro lauorò giorni 22. $\frac{8}{55}$, ne quali guadagnò sol. 553. $\frac{7}{11}$, e per giorni 17 $\frac{47}{55}$, che nõ lauorò perse sol. 537. $\frac{7}{11}$, quali sottrati da sol. 553 $\frac{7}{11}$, che guadagnò, restano Sol. 18, come fù proposto. Adunque, &c.

Conclusione.

Per 25 ✕ più 157. P. 3140
Per 20 mẽ 118. P. 2950

Diuis. 273 · · 6090. 22 $\frac{8}{55}$
550.

Quot. scud. 22 $\frac{8}{55}$ 590
550
40.

Quesito Terzo.

Sacchi 20 di Formento costano tanto più di Lir. 400 quanto che Sacchi 12 costano meno di Lir. 300. Quanto val il sacco?

Il termine, che manca nel supposto di questo quesito, è la valuta del sacco. O questo sia il fondamento, & il Modello della mia positione, & il Formento costi Lir. 30. il sacco. Se così è li sacchi 20 costariano Lir. 600. e li sacchi 12 Lir. 360, ma perche li sacchi 20. superano di valuta Lir. 200 più del proposto 400. ne siegue, che li sacchi 12 doueriano ancor essi costare Lir. 200 meno di 300. siche bisognaria, che li sacchi 12 costassero solamente Lir. 100. ma perche ne costano 360, hò errato il modello, per la valuta di Lir. 260. di più. Facciamone vn altro

Costi il facco Lir. 25. anche facchi 20. costaranno Lir. 500. e li facchi 12. Lir. 300. ma si come li facchi 20. costano Lir. 100 più del nostro 400 così li facchi 12 doueriano costare Lir. 100. meno di 300. cioè doueriano costare solamente Lir. 200, mà perche ne costano 300. anco in questa seconda positione hò errato di Lir. 100 più del douere Operando mò secondo la regola del più; e più, il facco del Formentto costa Lir. 21 $\frac{7}{8}$, come nella conclusione si vede. E che ciò sia la verità, moltiplicando li facchi 20 per Lir. 21 $\frac{7}{8}$, ne

Conclusine.

Per 30	più 260.	Prod. 6500
Per 25	più 100.	Prod. 3000
Diuis.	16|0 ——	350|0
Quotiente Scud.		21 $\frac{7}{8}$.

vengono Lir. 437 $\frac{1}{2}$ (cioè Lir. 37 $\frac{1}{2}$ più di 400) e moltiplicando li facchi 12 anco per Lir. 21 $\frac{7}{8}$, ne vengono Lir. 262 $\frac{1}{2}$, (che appunto sono Lir. 37 $\frac{1}{2}$ meno di 300.) Però stà bene.

Quesito Quarto.

Vno vende vna Possessione di Tornature 180. Nouanta di Prato, e 90. d'aratiuo. Vna Tornatura di Prato, ed vna d'aratiuo insieme costano frà tutte due scudi 200. Mà se il Prato concedesse all'aratiuo $\frac{1}{5}$ del suo valore per Tornatura: e l'aratiuo ne donasse $\frac{1}{6}$ al Prato; con questa reciproca donatione, col proprio valore la Tornatura dell'vno, e dell'altro separatamente haueria scudi 100. Quanto costa la Tornatura del prato; quanto quella dell'aratiuo, e quanto fù venduta la possessione?

In questo quesito, perche vna Tornatura di prato, & vna d'aratiuo costano scud 200, bisogna far di questi scudi 200, due parti, rappresentanti il prezo di ciascuna Tornatura: auuertendo (per fuggir rotti) che siano diuisibili per $\frac{1}{5}$, e per $\frac{1}{6}$, secondo la proposta. Suppongono adunque, che la Tornatura del prato costi scudi 80. e quella dell'aratiuo scud. 120, che vniti insieme fanno 200. Adesso mò posso applicarmi col Modello a qual

si

si voglia di questi due pezzi (Io m'appiglio però al prezo del prato, e dico così) Se il prato dà all'aratiuo $\frac{1}{5}$ del suo prezo; essodi scud. 80. la Tornatura, restarà solamente con scud. 64. ma riceuendo poi dall'aratiuo $\frac{1}{6}$ la Tornatura del Prato viene à costare scud. 84. & io hò detto, che dopo la reciproca donatione l'vna, e l'altra Tornatura haueria scud. 100. Adunque hò errato nel meno di scud. 16. O facciamo la seconda positione.

Vaglia la Tornatura del Prato scudi 50, e quella dell'aratiuo 150, che vniti insieme fanno 200. Se la Tornatura del prato si priua d' $\frac{1}{5}$ del suo valore, e poi riceui $\frac{1}{5}$ dell'aratiuo, hauerà *ad summum* scud. 65. e io vorrei, che fossero 110. Si che anco la seconda volta hò errato nel meno di scud. 35. Operando secondo la regola della conclusione, la Tornatura del Prato costa a prezo reale scud. 105 $\frac{5}{19}$, e quell'aratiuo il resto fino a 200. cioè scud. 94. $\frac{14}{19}$. Per farne la proua, ciascuno dia all'altro secondo l'accordo, & haueranno 100 per vno.

Conclusione.

Per 80 ✕ men 16. Pr. 800
Per 50 ✕ men 35. Pr. 2800

Diuis. 19 — 2000
Quotiente Scud. 105 $\frac{5}{19}$

Proua.

Prezo del prato scud. 105 $\frac{5}{19}$	Prezo dell'arat. sc. 94 $\frac{14}{19}$
Per vn quinto scud. 21 $\frac{5}{19}$	Per vn sesto scud. 15 $\frac{12}{19}$
Priuo d'vn quinto sc. 48 $\frac{5}{19}$	Priuo d'vn sesto sc. 78 $\frac{18}{19}$
Per $\frac{1}{6}$ riceu. dall'arat. 15 $\frac{15}{19}$	Per $\frac{1}{5}$ ric. dal Prato 21 $\frac{5}{19}$
somma pretesa scud. 100.	somma pretesa scu. 100.

Adunque il quesito è ben risolto. Per saper mò quanto fù venduta la Possessione: basta a moltiplicare 200. per 90, e ne veranno scud. 18000 per la valuta di essa, e questa è la ragione; perche il 90 è la metà delle Tornature di tutta la possessione; e li scudi 200. è il prezo di due Tornature insieme: vna di Prato, & vna d'aratiuo.

L'istes-

L'istesso verrà moltiplicato le 90. Tornature di Prato, e le 90. d'aratiuo con il proprio prezo &c.

Quesito Quinto.

Vn Mercante compra alquante centinaia di Canepa con vn tanto di tara per 100, nè d'altro si ricorda, se non che il costo del cento era triplo, cioè trè volte tanto, quanto era la tara per 100, e 15 di più. In oltre si ricorda che la valuta di tutte le Centinaia era vintupla, cioè 20. volte più che il valore del 100. e della tara insieme, più 200, e la somma del tutto, arriuò alla quantità di Lir. 935. Quanto costò la Canepa il 100. Quanto fù la tara. Quante centinaia ne comprò, e quanto spese in tutto?

Sia la tara 3. Triplicata fà 9. più 15, fà 24, (Valuta della Canepa il cento) A questa valuta giontoui la tara, fa 27. quale moltiplicato per 20, fà 500. Più 200. fà 740. (Valuta di tutte le Centinaia comprate.) A questo valore giontoui il costo del 100, e la tara; cioè 3, & 24 in tutto fà 767: ma perche ne vorrei 935. hò errato nel meno di 168. O facciamo la seconda positione. Sia la tara 4. Triplicata fà 12. Più 15. fà 27. (Valuta del 100.) A questa valuta giontoui la tara, fà 31. quale moltiplicato per 20, fà 620. Più 200. fà 820. (Valuta di tutte le Centinaia comprate) A questo prezo giontoui la tara, & il costo del Cento, cioè 4, & 27, in tutto s'hauerà 851, ma perche ne vorrei 935, anco la seconda volta hò errato nel meno di 84. Operando, la tara fù 5.

Proua.

Se 5. fù la tara: triplicata, ed al Prodotto giontoui 15, la Canepa costò Lir 30. il Cento. Se a 30. s'aggionge la tara 5, e poi si moltiplichi per 20, s'hauerà 700, al qualegiontoui 200, fà 900, per la valuta di tutte le Centinaia. Finalmente sommando insieme 5. per la tara, 30 per il costo del Cento, e 900 per il costo di tutte le Centinaia, s'hauerà 935. come fù proposto. Adunque stà bene; Adunque la tara fù 5. Il Cento costò Lir.30. Trenta furono le Centinaia, e Lir.900. fù la spesa.

Conclusione.

Per 3 ⨯ men.168 Pro. 672.
Per 4   84 Pro.252.

Diuis.84 — 420-Quot.5.
420

...

Quesito Sesto.

Vno dà ad vn altro scud. 100. acciò li goda solamente per trè Anni, e con patto, che ogni Anno li rendi indietro scud. 36. trà frutto, e capitale. S'addimanda. Quello, che tenne trè Anni li scudi cento quanto viene a pagare all'Anno per cento; poiche in capo alli trè Anni li scudi 100. diuentano 108?

Habbia pagato 4 per Cento. In capo al primo Anno rendendo al Padrone scud. 36, ne viene a restituire 32 di capitale, e per l'Anno secondo ne conserua 68. Dico mò, Se Cento guadagnano 4. Che guadagnaranno 68? Operando, guadagnano scudi 2 $\frac{1}{2}\frac{8}{1}$, quali cauati da 36, ne restano 33 $\frac{}{2}\frac{7}{5}$ E tanti ne rende al Padrone di capitale in capo al secondo Anno. Cauando mò questi scudi 33 $\frac{1}{2}\frac{7}{5}$. da scud. 68 (capitale del secondo Anno) ne restano solamente 34 $\frac{1}{2}\frac{8}{5}$ per capitale del terzo Anno: e poi dico di nuouo Se 100 guadagnano 4. cheguadagnieranno 34 $\frac{1}{2}\frac{8}{5}$? Operando, guadagnaranno scudi 1. $\frac{2}{6}\frac{4}{2}\frac{3}{5}$ Ma perche restituendo al Padrone il capo, al terzo Anno trà frutto, e capitale anco scud, 36, li soprauanza $\frac{}{6}\frac{6}{2}\frac{8}{5}$ di Scudo, ne siegue, che la nostra positione è troppo gagliarda. O facciamo la seconda.

Habbia pagato 3 per 100. In capo al primo Anno rendendo al Padrone Scudi 36, ne viene a restituire 33. di capitale , sicche per l'Anno secondo ne conserva 67? Dico mò . Se 100. guadagno 3 che guadagneranno 67? Operando,guadagnano Scudi 2 $\frac{1}{100}$, quali cauati da 36, ne restano 33 $\frac{99}{100}$. E tanti scudi del capitale rende al Padrone in capo al secondo Anno . Cauando mò questi scud. 33 $\frac{99}{100}$ da scud. 67 (capitale del secondo Anno.) ne restano solamente 33 $\frac{1}{100}$ per capitale del terzo Anno , e poi dico. Se 100. guadagnano 3. Che guadagnaranno 33 $\frac{1}{100}$? Operando, guadagnaranno Scudi $\frac{9903}{10000}$: qual frutto vnito col suo capitale di scud. 33. $\frac{1}{100}$ fa scud. 34. $\frac{3}{10000}$: ma perche ne vorrei 36 , anco in questa seconda positione hò errato: mancandomi scud. $\frac{9997}{10000}$.

Conclusione .

A pagare 4 per cento — più $\frac{68}{625}$ Prod. $\frac{204}{625}$

A pagare 3 per cento — mẽ. 1 $\frac{9997}{10000}$ Prod. 7 $\frac{2497}{2500}$

Moltiplicando in croce , sommando , e diuidendo secondo la regola del più , e meno , s'hauerà Scud. 3 $\frac{19.997}{21.083}$. E tanto paga all'Anno per 100, quello , che riceuette si scud. 100, e se fossero scudi di Paoli , sariano scudi 3. Baiochi 94. Den. 10. $\frac{16.70}{21.085}$.

Quesito Settimo .

Vno si troua havere vn pezzo d'Oro , mescolato con Argento , qual pesa Lib. 12 ne sà quanto argento vi sia . Si ricerca per ciò la quantità precisa dell'vno ; e dell'altro senza separarli .

La risolutione d'vn' simile quesito fù ritrouata d'Archimede ; ed è questa . Primieramente bisogna hauer vn pezzo d'Oro, ed vn pezzo d'Argento d'egual peso (se fossero d'inegual peso, anco s'haueria l'intento .) Secondariamente si prepara vn Vaso di proposito , e pieno d'Acqua quanto mai sia possibile .

Fat-

Fatto questo: con gran delicatezza separatamente s'infonde nel vaso ciascun pezzo dell'Oro, e dell'Argento, e del proposto pezzo di Lib. 12. pesando per ciascuna infusione l'Acqua, che ciascun pezzo fà vscir dal vaso: perche certa cosa è, ch'essendo l'Oro più peso dell' Argento, occupa manco luogo, e per conseguenza mandarà fuori del vaso manc'Acqua, &c. Alla pratica.

Sia l'Oro, e l'Argento separatamente vna Lib. per pezzo. Di più. Infondendo nel Vaso il proposto pezzo di Libre 12, faccia vscir fuori Onc. 68. d'Acqua. Infondendo la Lib. d'Oro, ne faccia vscire Onc. 5; & infondendo la Libra d'Argento ne faccia vscire Oncie 7. Fatttoquesto; per l'Oro si dice. Se Lib 1. ricerca Onc. 5. d'Acqua. Quante ne vorranno Lib. 12? Per l'Argento si dice. Se Lib. 1. pretende Onc. 7. Quante ne voranno Lib. 12. Operando, per le Lib. 12. d'Oro hauerai Onc. 60. d'acqua, e per l'Argento n'hauerai 84. Adunque si conosce chiaramente, che il proposto pezzo di Lib. 12. non è Oro schietto, perche se ciò fosse, non haueria versato se non 60. Onc. d'Acqua. Per saper mò precisamente la quantità dell' Oro, e dell' Argento, che si contiene in esso, bisogna ricorrere alla Regola delle positioni doppie, come siegue.

Sia nel proposto pezzo Lib. 7. d'Oro, e 5. d'Argento. Per le 7. Lib. d'Oro hauerò Onc. 35. d'Acqua sparsa, e per le 5. Argento n'hauerò Onc. 35. che vnite insieme fanno 70. & Io ne vorrei solamente 68, Adunque n'hò due Oncie d'auantaggio. O facciamo la seconda positione.

Sia

Sia l'Oro onc 9. e l'Argento onc.3. Per quello hauerò onc.45.d'acqua effusa, e per questo n'hauerò onc.21, che vnite insieme fanno onc.66.& Io ne vorrei 68.Operando al solito s'hauerà 8. Si conclude adunque, che nel proposto pezzo vi sono lib 8. d'Oro, e 5. d'Argento. Che ciò sia il vero; per le lib.8 d'Oro haueremo onc. 40. d'Acqua sparsa; e per le 4. d' Argento n'haueremo onc. 28, che vniti insieme fanno 68. (come sparse il proposto pezzo.) Adunque stà bene.

Conclusione.

Per 7. d'Oro più 2.Prod. 18.
Per 9. d'Oro mè.2.Prod.14.

Diuis. 4 — 32
Quotiente onc. 8.

Quesito Ottauo.

Vn Rè mette insieme vn grosso Esercito, per andare contro il suo nemico. Per il viaggio ne morì $\frac{1}{5}$. Vn quinto s'amalò, $\frac{1}{4}$ fuggì, e 23000. ne restarono sani, e fedeli al suo Rè. S'addimanda il numero di tutto l'Esercito da principio.

Simili quesiti si potriano risoluere per la Regola delle Positioni false doppie; ma più leggiadramente si risoluono così.

$\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{6}$ Denominatore 60 $\frac{37}{60}$ Residuo $\frac{23}{60}$.

Per $\frac{1}{4}$	15	Soldati restati 23000
Per $\frac{1}{5}$	12	60
Per $\frac{1}{6}$	10	Diu.23-1380000 Quo.60000.
		138
Numeratore	37	

Per la Regola dell'Accattare alla longa, ouero alla curta si troua vn numero, ch'habbia le parti di quarto, di quinto, e di sesto: e questo per il minimo nel caso proposto hà il 60. Di questo 60. ne piglio $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, & $\frac{1}{6}$, quali sommati insieme fanno 37.Si che $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, & $\frac{1}{6}$ di tutto l'Esercito è $\frac{37}{60}$. E se così è; il resto di necessità (cioe $\frac{23}{60}$) sarà

sarà la quantità de'soldati, che furono fedeli; ma perche detti Soldati (dal supposto) erano 2300; per sapere la quantità di tutto l'Essercito, basta a partire per $\frac{2}{6}\frac{3}{0}$ le 2300: perche il Quotiente sarà la conclusione del quesito. Rispondo adunque, che l'Essercito era di 60000. E che sia il vero di questi 60000 Soldati leuandone 15. milla per $\frac{1}{4}$, 12 milla per $\frac{1}{5}$, e 10. milla per $\frac{1}{6}$; ne restano precisamente 23. milla. Però stà bene.

Innumerabili sono li quesiti, che si potriano proporre: poiche innumerabili bizzarie può partorire l'intelletto humano: ma certo ogni mediocre ingegno mediante li precedenti, bene intesi, da sè saprà farsi honore.

Auuertiscasi, che ogni volta, che nella prima, ò seconda positione, occorresse d'incontrarsi in quello si cerca, non occorre passar più auanti: ma sarà risoluto il quesito. Per esempio. Se in vna delle due positioni del penultimo quesitó hauessi supposto, che nel proposto pezzo vi fossero state lib. 8. d'Oro, e 4. d'Argento; perche l'acqua scacciata dal Vaso da queste due quantità, fà onc. 68. hò l'intento però, &c.

QVESITI CVRIOSI, E DILETTEVOLI.

CAP. XXVI.

Quesito Primo.

COme faresti a portare fuori d'vn giardino vn sol Pomo; douendo vscire per 3. porte, e douendone lasciar la metà, & 1. di più per ciascuna porta? Quanti Pomi bisognaria preparare per portarne à casa vn solo?

Di così. Vno da portare à Casa, & 1. di più fà 2. Duplicali, che saranno; 4, & 1 di più saranno 5. Raddoppiali, che saranno 10, & 1 di più fanno 11. Raddopiali di nuouo, & in tutto saranno 22. E tanti Pomi bisogna preparare per portarne a casa vn solo. Facciamone la proua.

Di questi Pomi 22. lasciandone la metà alla prima por-

porta, & 1 di più, a lui ne restano solamente 10; con li quali si presenta alla seconda porta; e perche a questa ne deue lasciare anco la metà, & 1 di più: non li restano altro che 4 Pomi: de' quali lasciandone 2 alla terza porta la douuta metà, & 1 di più; vn sol Pomo li resta da portare a Casa (come promise.)

Ma se ne volesti portare a Casa 2, ò 3, ouero 4, &c. basta aggiongere al 22 tante volte 8, quanti Pomi vorrai portare a casa più d'vn solo. Si che volendone portare 2, pigliane 30. Se 3, pigliane 38. Se 4, pigliane 46, e così in infinito.

Ma se alla prima porta si pagasse la metà, & 1 di più. Alla seconda la metà, e 2 di più. Et alla terza la metà, e 3 di più, dirai così. Alla terza porta 3, & 1 di più fanno 4. Per la seconda porta dupplicali, che saranno 8, e 2 di più fanno 10. Per la prima porta dupplicali, che saranno 20, & 1 di più fanno 21, quali di nuouo raddopiati fanno 42. E tanti Pomi ci vogliono per portarne a Casa vn solo.

Quesito Secondo.

Vno manda il suo Spenditore alla Piazza con sol. 40, acciò li compri 40 vccelli viui, cioè Quaglie a sol. 3. l'vna, Tordi a sol. 2 l'vno, e Passarotti a $\frac{1}{5}$ di soldo l'vno. S'addimanda. Quanti vccelli comprarà d'ogni sorte.

Per la Regola delle positioni semplici questo, e simili quesiti si risoluono così. Bisogna sempre apporti a quella sorte d'vccelli di manco prezo, che nel caso nostro sono li Passarotti. Suppongo adunque, che il spenditore comprasse 40 Passarotti, quali costariano (al tassato prezo) sol. 8. Ma perche n'hà da spendere 40, ne soprauanzano 32. fatto questo; bisogna vedere, quanto costino più de' Passarotti gli altri vccelli, che hà da comprare. Le Quaglie costano $\frac{14}{5}$ di più; e li Tordi $\frac{9}{5}$ di più. Bisogna mò conuertire li sol. 32. in quinti, e saranno 160. Vltimamente bisogna diuidere questo 160 in 2 parti tali, che l'vna partita per 14, e l'altra per 9. non vi resti rotto alcuno: e questo è 70, e 90,) perche il Quotiente sarà il numero delle Quaglie, e de' Tordi

ch'-

ch'hà da compare; e per il resto fino a 40, tanti Passarotti. Si conclude adunque, che il Spenditore deue comprare Quaglie 5, Tordi 10, e Passarotti 25. Auuertiscasi, che quando non si trouasse tal numero, che facesse le douute diuisioni senza rotto; si può rispondere, che tal quesito non si può rettamente sciogliere: & è più laudabile, che mettere insieme vn pezzo di Quaglia con vn altro di Tordo, ò di Passarotto.

Quesito Terzo.

Sono inuitati 18 persone ad vn Banchetto, nel quale frà l'altre viuande si mangiarono 18. Tordi: gli huomini ne mangiarono 2 per vno; Le donne 1 per vna; e li fanciulli ne mangiarono solamente $\frac{1}{2}$ per vno. Quanti huomini; quante donne; e quanti fanciulli vi si trouarono?

Questa, e simili si risoluono, come la passata Suppongo, che 18. fanciulli mangiassero 9 Tordi; ne restano altri 9. La portione de gli huomini supera quella de fanciulli di $\frac{3}{2}$ e quella delle donne di $\frac{1}{2}$. Li 9 Tordi conuertiti in $\frac{1}{2}$, fanno $\frac{18}{1}$, quali partisco in due parti, cioè 15, e 3. il 15 partisco per 3, e ne vengono 5 huomini; & il 3. partito per 1, restano pur 3 donne. Adunque si trouarono al Banchetto 5 huomini, 3 donne, e 10 fanciulli. Fanne la proua, e riuscirà buona. Possono essere ancora 4 huomini, 6 donne, & 8 fanciulli, ouero 3. huomini, 9 donne, e 6 fanciulli, (secondo la diuisione del 18.)

Quesito Quarto.

Vn gentil huomo caraccolando col Cauallo ruppe vn cesto d'Voua a vna pouera Contadina, quale volendo rifarla del danno: domandò quanto Voua haueua nel cesto: La contadina rispose di non saperlo: ma ben sì si ricordaua, che contandole a 2 a 2, ne auanzaua 1. A 3 a 3, nè auanzaua 1. A 4 a 4, ne auanzaua 1: ma contandole a 5 a 5, non ne auanzaua alcuno. Quante Voua erano nel Cesto?

Questa è Regola infallibile, & vniuersale. Bisogna (per la Regola dell'Accattare) trouare vn numero, che sia numero da 2, da 3, e da 4, (cioè sempre da tanti,

M quan-

quanti saranno li numeri proposti, eccettuandone però l'vltimo) Questo numero nel caso nostro per il minimo è 12. Ma perche bisogna, che detto numero sia di tal conditione, che partendolo per il numero maggiore (frà proposti,) ne sopràuanzi precisamente il numero più prossimo al maggiore; però bisogna moltiplicare detto 12, finche si troui tal numero, che partito nel caso nostro per 5 (numero maggiore de' proposti) ne auanzi precisamente 4. il qual numero non si troua prima della settima moltiplicatione del 12, che così si nota 24, 36, 48, 60, 72, 84. Siche l'84 è quel numero che partito per 5. auanza precisamente 4. Fatto questo: bastá aggiongere per regola ferma l'Vnità all'84, & è fatta la ragione. Si che diremo, che 85 Voua erano nel Cesto della Contadina. Se ne farai la proua, la trouarài buona.

Ma se la Contadina hauesse detto: che contandole anco a 5 a 5, n'auanzaua 1, la ragione saria più facile e bastaria trouare vn numero, che fosse numerato da tutti li sopradetti numeri insieme con il detto 5: & se quel tal numero aggiongendo l'Vnità, quello saria à quantità cercata, che nel caso nostro sariano Voua 61. Bisogna anco sapere, che le sudette Voua poteuano esser più: il che si può conoscere col proseguire la moltiplicatione del 12 (ò altro douuto numero) Si che nel caso nostro moltiplicato dodeci volte il 12 fà 144, e questo hà la douuta qualità, cioè che partito per 5, n'auanzano precisamente 4, come nel numero 84, e così le sudette Voua poteuano essere ancora 145: e chi proseguisse auanti con la moltiplicatione del 12, se ne trouariano degli altri ma dalla grandezza del Cesto, si conosceria facilmente qual numero fosse di proposito.

Finalmente se la Contadina hauesse detto, che contandole a 2 a 2 ne auanzaua 1. A 3 a 3 n'auanzano 2. A 4 a 4 auanzano 3; & a 5 a 5 n'auanzano 4.; Quanto fariano? Questo modo è facilissimo. Basta a trouare vn numero, (sia mo il minimo, ò altro) c'habbia le parti di $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, & $\frac{1}{5}$, poiche a tal numero leuandoli l'Vnità, resta

resta finita la ragione. Nel caso nostro hò pigliato il minimo numero, cioè 60. Leuatone 1. resta 59; e tante fariano le Voua, Il 120 hà l'istessa conditione, & altri innumerabili; ma dal Cesto si conosceria, &c.

Non mi son partito dal proposto quesito per non moltiplicare parole; mà si come si può variare soggetto; così si può proseguire oltre al 5 quanto piace.

Quesito Quinto.

Vno domanda ad vn altro. Quant'hore sono. L'altro rispose, e disse. Il terzo, il quarto dell'hore sonate, sono tanto, quanto è il quinto, e il sesto di quello, ch'hanno da sonare. Quant'hore erano?

Questo quesito non vuol dir altro, che far di 24 due parti tali, che $\frac{1}{3}$, & $\frac{1}{4}$ d'vna sia eguale ad $\frac{1}{5}$, & $\frac{1}{6}$ dell'altra ouero è vn dire. Trouami due numeri, che $\frac{1}{3}$, & $\frac{1}{4}$ d'vno sia $\frac{1}{5}$, & $\frac{1}{6}$ dell'altro, e frà tutti due facciano 24 Hora mò per trouarlo si fà cosi (& è facilissimo.) Si sommano insieme $\frac{1}{3}$, & $\frac{1}{4}$, che fanno $\frac{7}{12}$: sommati parimente $\frac{1}{5}$, & $\frac{1}{6}$ fanno $\frac{11}{30}$. Fatto questo, si moltiplicano in croce li $\frac{7}{12}$, con li $\frac{11}{30}$, & li Prodotti, collocati sotto li Denominatori, saranno li cercati numeri: come in figura si vede. Siche $\frac{1}{3}$, & $\frac{1}{4}$ di 132 sono tanto quanto è $\frac{1}{5}$, & $\frac{1}{6}$ di 210: perche per l'vno, e per l'altro numero separatamente le parti sommano 77. Adunque habbiamo trouati li due numeri, che $\frac{1}{3}$, & $\frac{1}{4}$, d'vno fà $\frac{1}{5}$, & $\frac{1}{6}$ dell'altro. Se questi due numeri sommati insieme facessero precisamente 24; haueressimo l'intento, ne occorreria cercar altro; ma perche fanno 342, la nostra propositione è riuscita falsa; ma da questa falsità, per la Regola Aurea ne cauaremo la verità, dicendo. Se 342 fossero 24, quanto sariano 132, e quanto 210? Operando, per il primo haueremo $9\frac{5}{19}$. E tanto erano l'hore sonate, ò passate; e per il secondo haueremo $14\frac{4}{9}$, e tanto erano le hore da sonare, ò fino a sera. E che sia il vero; Piglinsi $\frac{1}{3}$, & $\frac{1}{4}$

$\frac{7}{12} \times \frac{11}{30}$

132 210

Per $\frac{1}{3}$ — 44 Per $\frac{1}{5}$ - 42
Per $\frac{1}{4}$ — 33 Per $\frac{1}{6}$ - 35
Somma 77 Som. 77

d'hore $9\frac{5}{19}$; & $\frac{1}{5}$, & $\frac{1}{8}$ d'hore $14\frac{14}{19}$, che per l'vno, e per l'altro verso ne veranno $\frac{308}{57}$, cioè $5\frac{23}{57}$ Però la risolutione fù buona.

GIVOCHI CVRIOSI.

CAP. XXVII.

Giuoco dell'Anello.

PEr sapere indouinare frà quattro persone, chi habbia l'Anello; in qual mano; in qual dito; & in qual nodo si fà così. Prima bisogna, che ciascuno de' 4 sappia, chi sia il primo, chi sia il secondo, chi il terzo, e chi il quarto. Secondo che le dita si cominciano a contare dal Police: cioè dal dito grosso; e li nodi si comincia no a contare dall'vngia. *His premissis*; alla pratica così. Io dico.

Chi hà l'Anello raddoppia sè stesso. L'habbia la 4. persona. Raddoppiato 4, fà	8
Aggiongi cinque, é fà	13
Moltiplica per cinque, e fà	65
Aggiongi dieci, e fà	75
Se l'Anello è nella man destra, aggiongi due; e s'è nella sinistra, aggiongi vn solo (sia nella destra) e fà	77
Moltiplica per dieci, e fà	770
Aggiongi le dita (sia nel 4) e fà	774
Moltiplica per dieci, e fà	7740
Aggiongi li nodi (sia nel 1) e fà	7741
Sottragansi per regola ferma	3500
Restano	4.2.4.1.

Hor sappi, che le migliaia indicano la persona, ch'hà l'Anello. Le centenaia danno segno della mano. Le decine in qual dito, & il numero in qual nodo. Adunque l'Anello lo tiene la quarta persona. L'hà nella manò destra, ò dritta: nel quarto dito: cioè nell'annullare, e nel primo nodo.

Gi-

Giuoco de' Dadi

PEr indouinare quanti punti habbia fatto vno con 3 Dadi senza vederli dicasi così.

Raddoppia il punto maggiore, fà	12
Aggiongi cinque, fà	17
Moltiplica per cinque, fà	85
Aggiongi dieci; fà	9
Aggiongi l'altro numero maggiore, fà	100
Moltiplica per dieci, fà	1000
Aggiongi l'vltimo punto; fà	1004
Sottraganfi per Regola ferma.	350
Restano li punti fatti	6.5.4.

SE fossero solamente due Dadi, dirai.

Raddoppia il punto maggiore, fà	6
Aggiongi cinque, fà	11
Moltiplica per cinque, fà	55
Aggiongi l'altro punto, fà	56
Cauane per regola ferma	25
Restanoli punti fatti	3.1.

In simili quesiti è bene, che chi piglia à indouinare, faccia lui la sottrattione: acciò resti più occulto il perche, e riuscirà di maggior merauiglia &c.

Per sapere il numero ch'vno si sia imaginato.

SVppongo, ch'vno si sia imaginato 8
Domando. V'è mezo? Lui risponde di no. Io replico
Ingranditella metà il numero imaginato; Lui l'ingrandisce, e fà 12
Domando di nuouo. V'è mezo? Lui sponde vi nò. E lo torno à dire.

Ingrandire anco la metà quest'vltimo numero. Lui risponde, l'hò fatto, e fa 18
Finalmente domando se v'è meza, e lui risponde di nò.
Adesso mò siamo a segno per sapere, che numero si sia imaginato; (il che è facilissimo.) Basta il sapere quante volte entri il 9 nell'vltimo numero: (cioè nel 18.) poiche per ciascun 9 s'hauerà per regola vniuersale 4. di numero imaginato. E perche il 18 contiene due volte il 9; però concludo, che lui s'imaginò 8. Siche bastaria, che quel tale dicesse, quante volte il 9. entri nell'vltimo numero: ma non hà del buono: perche pareria, che l'intelligenza dependesse da chi s'imaginò. Adunque, acciò l'operatione rieschi più marauigliosa, quello, che fà il giuoco, faccia gettar via quanto à capriccio li piace; tenendosi a memoria tutti li 9. Dirò per esempio. Dall'vltimo numero gettane 15. Lui risponde, l'hò fatto. E perche il 15. contiene vna sol volta il 9, e trè mi manca per hauer due volte il 9 dico di nuouo, gettatene anco 3 (per amor della Vecchia) Lui risponde, l'hò fatto. Siche hò nella Sacca due volte il 9. Mà perche non sò quanto li sia restato: torno à dire, gettatene anco 9. Lui risponde, non posso. Ed Io senza far conto di quello, che li 9 sia auanzato, rispondo. Vi sete imaginato 8.
Mà perche può essere, ch'vno s'imagini vn numero, che vi sia il mezo ò pure, che il mezo v'entrarà nell'ingrandirlo due volte la metà: però bisogna ricordarsi di farlo far sempre intiero; e poi tenersi anco a memoria in qual luogo sia stato il mezo. Se il mezo sarà nel numero imaginato, se ne perde $\frac{1}{2}$ da sottrarsi da quei numeri, corrispondenti alli 9 dettratri. Se il mezo sarà nel primo ingrandire, se ne guadagna vno, e se il mezo sarà nel secondo ingrandire se ne guadagna 2, d'aggiongersi agli altri (come sopra) corrispondenti alli 9, ma perche può essere; che il mezo sia alle volte in tutti trè i luoghi: alle volte in due, & alcune altre in vn solo; però bisogna, che il ceruello stia à segna. Alla pratica.
Suppongo, ch'vno si sia imaginato $2\frac{1}{2}$
Domando. V'è mezo? Lui risponde di sì. Ed io dico; fatelo intiero, (e poi mi ricordo, che quì ne

perdo $\frac{1}{2}$) Lui risponde, l'hò fatto, e fa. 3
Io replico. Ingranditelo la metà. Lui risponde l'hò fatto, e fà $4\frac{1}{2}$
Domando. V'è mezo? Lui risponde di sì. Et io dico; fatelo intiero, e poi mi ricordo, che quì ne guadagno 1. Lui risponde, l'hò fatto, e fà 5.
Torno a dire. Ingradite anco la metà quest'vltimo numero. Lui risponde, l'hò fatto, e fà. $7\frac{1}{2}$
Domando. V'è mezo? Lui risponde di sì. Ed io dico, fatelo intiero, (e poi mi ricordo, che quì ne guadagno 2.) Lui risponde, l'hò fatto, e fà 8.
Fatto questo dirò a capriccio. Gettatene 12. Lui risponde, non posso. Per saper mò s'habbia alcun 9, dirò. Gettatene 9. Lui risponde; non posso. Et io subito dirò. Vi sete imaginato $2\frac{1}{2}$; perche, se vi ricordate; in vigore de mezi fatti intieri, n'hauete guadagnato 3, e perso $\frac{1}{2}$. Cauando mò da 3 vn mezo resta à $\frac{1}{2}$. Se (per esempio) si fosse gettato via due volte il 9. s'haueria 8. di numero imaginato: al quale 8 si doueriano aggiungere gli altri trè, guadagnati in vigore de mezi, e fariano 11. e poi leuarli quel mezo, perso nel primo luogo. Siche restariano $10\frac{1}{2}$, e tanti se ne saria imaginato. Voglio dire, che se vno s'imaginasse $10\frac{1}{2}$, vi saria il mezo in tutti trè i luoghi, ed operando l'vltimo numero saria 26, che contiene due volte il 9. quali danno 8. di numero imaginato, & al quale aggiongendo 3, e leuando $\frac{1}{2}$, resta $10.\frac{1}{2}$. (Numero imaginato.)

Questa regola serue per sapere quanti Denari habbia vno in borsa, & in altre occorrenze, basta hauere vn poco di giuditio.

Giuoco frà tutti bellissimo.

CHi volesse indouinare frà 3 persone qual di loro si sia imaginato d'esser (per esempio) Papa; L'altro Imperatore, e l'altro Rè. O veramente chi volesse saper trouar chi di loro habbia leuato Oro, Argento, ò Rame; ouero trè altre cose differenti, si fà così.

Prima bisogna hauer preparate 24. Faue; o altra cosa simile. E bisogna saper questi Versi alla mente.

Aperi. Prelati. Magister. Camille. Perina. Quid habes. Ribera?
1 2 3 4 5 6 7

Preparatosi adunque così. Quello che vuole indouinare, senza far moto ad alcuno, si noti nella sua mente quale delle persone voglia, che sia il primo, quale il secondo, e quale il terzo, (ma riuscirà più facile da tenersi a memoria, procedendo per ancianità.) Dopo questo, al primo dia vnà Faua, al secondo ne dia due, e al terzo ne dia trè, (ma che nissuno sappia il perche) l'altre Faue si lasciano in publico.

Prima, che nissuno lieui cosa alcuna, bisogna applicar à ciascuna di quelle 3 cose, che s'hanno da leuare vna di queste vocali, A,E,I. Perche ciascuna parola de sudetti Versi hà parimente queste trè vocali, se bene con ordine confuso.

Fatto questo, si dice. Quello, che hà leuato la tal cosa (da te nominata per A) pigli altre tante Faue vna sol volta, quante hà in mano. Quello, che hà leuato l'altra (Nominata per E.) ne pigli due volte tanto. E quello, che leuò la terza (Nominata per I.) ne pigli quattro volte tanto.

Dopo questo, domanda quante Faue siano restate, al numero delle quali la parola nel verso ti darà le vocali per conoscere, chi habbia le 3. proposte cose. Per esempio, se fossero restate 4. Faue, cadono sopra la quarta parola del verso *Camille*, si che il primo hà quella cosa, alla quale applicasti la vocale A. il secondo quella dell' I, ed il terzo quella dell'E, e così si fà con l'altre parole del verso, quando occorrerà pigliarle; cioè, che la prima vocale della parola significa la persona prima. La seconda vocale significa la seconda persona, e la terza significa la terza persona, ciascuna delle quali hauerà quella cosa, alla quale applicasti quella vocale, che

li

li tocca in detta parola. Tante parole poi sono nel verso, quante sono le Faue, che possono sopravanzare.

Quanto all'indouinare chi si fosse imaginato d'esser Papa, Rè, ouero Imperatore; basta applicare a quei ò altri nomi da indouinare, le sudette tre vocali *ad libitum*, (se bene si teranno meglio à memoria applicando l'A, al Papa, l'E al Rè, e l'I all'Imperatore; poiche detti nomi contengono le medesime Vocali; nel resto, come sopra. Chi hà giuditio trouerà delle belle bizzarie.)

Vn altro Giuoco curioso.

Se 15 Cristiani, e 15 Turchi, ouero Hebrei si trouassero in Mare, e per causa di fortuna bisognasse gettarne la metà in mare, come faresti, a farui andar tutti li Turchi, ouero Hebrei?

Per esperimentarlo sopra vna tauola per galanteria, fà così. Piglia 15 Faue bianche, e 15. nere. Le bianche rappresentaranno li Cristiani, e le nere li Turchi. Bisogna sapere questi versi alla mente.

Populeam Virgam, Mater, Regina Ferebat.

Et anco bisogna esser auuertito, che le Faue si mettono in fila, ouero in giro; cominciando con le bianche, e poi proseguendo alternatamente con le nere; non egualmente, mà quanto ricerca la vocale, che gli tocca. Si distribuiscono dunque secondo l'ordine delle vocale del sudetto verso, ciascuna delle quali ricercano tanti grani, quanti si conuiene al luogo, che naturalmente tengono esse vocali, e sono queste A. E. I. O. V. per maggior chiarezza le distendo. 1. 2. 3. 4. 5.

La figura o rappresenta li Cristiani, e li ponti significano li Turchi.

Po pu le am, Vir gä, Ma ter. Re gi na. Fe re bat
oooo....oo . ooo . o .. oo .. o .. oo .

Accomodate le Faue si cominciano à contare a 9 a 9, ed oue termina, quella Faua si getta fuori di filla, (e se fosse vn Turco si gettaria in mare) Circuendo sempre contando, tutte le nere andaranno da parte. Si comincia a contare oue si principiò la distributione.

Chi volesse contar le Faue à 3 à 3 il distribuischi secondo le vocali di questi altri versi.

Ecce amata sedere amaram fecere araneam meam.

Se li vuoi contare a 8, a 8, Distribuiscele secondo questi altri.

Pater Adam ceperat merita gratie verone.

E se a 10. a 10. Secondo questi, che sie guond.

Rex Anglicus certe bona flamina dederat.

Giuoco non inferiore a gli altri.

Prima filla.	Seconda filla.	Terza filla.	Quarta filla.	Quinta filla.
1	3	5	7	9
2	11	13	15	17
4	12	19	21	S 23 Pietro
6	14	20	25	27
8	16	22	26	29
10	18	S. 24 Paolo	28	30

Hab-

Po pu le am, Vir gã, Ma ter. Re gi na. Fe re bat
0000....00 . 000 . 0 .. 00 .. 0 .. 00 .

Accomodate le Faue si cominciano à contare à 9 a 9, ed oue termina, quella Faua si getta fuori di filla, (e se fosse vn Turco si gettaria in mare) Circuendo sempre contando, tutte le nere andaranno da parte. Si comincia a contare oue si principiò la distributione.

Chi volesse contar le Faue à 3 à 3 il distribuischi secondo le vocali di questi altri versi.

Ecce amata sedere amaram fecere araneam meam.

Se li vuoi contare a 8, a 8, Distribuiscele secondo questi altri.

Pater Adam ceperat merita gratie verone.

E se a 10. a 10. Secondo questi, che sie guono.

Rex Anglicus certe bona flamina dederat.

Giuoco non inferiore a gli altri.

Prima filla.	Seconda filla.	Terza filla.	Quarta filla.	Quinta filla.
1	3	5	7	9
2	11	13	15	17
4	12	19	21	S 23 Pietro
6	14	20	25	27
8	16	22	26	29
10	18	S. 24 Paolo	28	30

Hab-

Po pu le am, Vir gã, Ma ter. Re gi na. Fe re bat
oooo....oo . ooo . o .. oo .. o .. oo .

Accomodate le Faue si cominciano à contare à 9 a 9, ed oue termina, quella Faua si getta fuori di filla, (e se fosse vn Turco si gettaria in mare) Circuendo sempre contando, tutte le nere andaranno da parte. Si comincia à contare oue si principiò la distributione.

Chi volesse contar le Faue à 3 à 3 il distribuischi secondo le vocali di questi altri versi.

Ecce amata sedere amaram fecere araneam meam.

Se li vuoi contare a 8, a 8, Distribuiscele secondo questi altri.

Pater Adam ceperat merita gratie verone.

E se a 10. a 10. Secondo questi, che sie guoco.

Rex Anglicus certe bona flamina dederat.

Giuoco non inferiore a gli altri.

Prima filla.	Seconda filla.	Terza filla.	Quarta filla.	Quinta filla.
1	3	5	7	9
2	11	13	15	17
4	12	19	21	S. 23 Pietro
6	14	20	25	27
8	16	22	26	29
10	18	S. 24 Paolo	28	30

Hab-

Po pu le am, Vir gã, Ma ter. Re gi na. Fe re bat
oooo....oo . oo• . o .. oo .. o .. oo .

Accomodate le Faue si cominciano à contare à 9 a 9, ed oue termina, quella Faua si getta fuori di filla, (e se fosse vn Turco si gettaria in mare) Circuendo sempre contando, tutte le nere andaranno da parte. Si comincià a contare oue si principiò la distributione.

Chi volesse contar le Faue à 3 à 3 il distribuischi secondo le vocali di questi altri versi.

Ecce amata sedere amaram fecere araneam meam.

Se li vuoi contare a 8, a 8, Distribuiscele secondo questi altri.

Pater Adam ceperat merita gratie verone.

E se a 10. a 10. Secondo questi, che sie guono.

Rex Anglicus certe bona flamina dederat.

Giuoco non inferiore a gli altri.

Prima filla.	Seconda filla.	Terza filla.	Quarta filla.	Quinta filla.
1	3	5	7	9
2	11	13	15	17
4	12	19	21	S. 23 Pietro
6	14	20	25	27
8	16	22	26	29
10	18	S. 24 Paolo	28	30

Hab-

Prima bisogna hauer preparate 24. Faue; o altra cosa simile. E bisogna saper questi Versi alla mente.

bera?
Aperi. Prelati. Magister. Camille. Perina. Quid habes. Ri-
1 2 3 4 5 6 7

Preparatosi adunque così. Quello che vuole indouinare, senza far moto ad alcuno, si noti nella sua mente quale delle persone voglia, che sia il primo, quale il secondo, e quale il terzo, (ma riuscirà più facile da tenersi a memoria, procedendo per ancianità.) Dopo questo, al primo dia vna Faua, al secondo ne dia due, e al terzo ne dia trè, (ma che nissuno sappia il perche) l'altre Faue si lasciano in publico.

Prima, che nissuno lieui cosa alcuna, bisogna applicar à ciascuna di quelle 3 cose, che s'hanno da leuare vna di queste vocali, A,E,I. Perche ciascuna parola de sudetti Versi hà parimente queste tre vocali, se bene con ordine confuso.

Fatto questo, si dice. Quello, che hà leuato la tal cosa (da te nominata per A) pigli altre tante Faue vna sol volta, quante hà in mano. Quello, che hà leuato l'altra (Nominata per E.) ne pigli due volte tanto. E quello, che leuò la terza (Nominata per I.) ne pigli quattro volte tanto.

Dopo questo, domanda quante Faue siano restate, al numero delle quali la parola nel verso ti darà le vocali per conoscere, chi habbia le 3. proposte cose. Per esempio, se fossero restate 4. Faue, cadono sopra la quarta parola del verso *Camille*, siche il primo hà quella cosa, alla quale applicasti la vocale A. il secondo quella dell'I, ed il terzo quella dell'E, e così si fà con l'altre parole del verso, quando occorrerà pigliarle; cioè, che la prima vocale della parola significa la persona prima. La seconda vocale significa la seconda persona, e la terza significa la terza persona, ciascuna delle quali hauerà quella cosa, alla quale applicasti quella vocale, che

li

li tocca in detta parola. Tante parole poi sono nel verso, quante sono le Faue, che possono sopravanzare.

Quanto all'indouinare chi si fosse imaginato d'esser Papa, Rè, ouero Imperatore; basta applicare a quei ò altri nomi da indouinare, le sudette tre vocali *ad libitum*, (se bene si teranno meglio à memoria applicando l'A, al Papa, l'E al Rè, e l'I all'Imperatore; poiche detti nomi contengono le medesime Vocali; nel resto, come sopra. Chi hà giuditio trouerà delle belle bizzarie.)

Vn altro Giuoco curioso.

Se 15 Cristiani, e 15 Turchi, ouero Hebrei si trouassero in Mare, e per causa di fortuna bisognasse gettarne la metà in mare, come faresti, a farui andar tutti li Turchi, ouero Hebrei?

Per esperimentarlo sopra vna tauola per galanteria, fà così. Piglia 15 Faue bianche, e 15. nere. Le bianche rappresentaranno li Cristiani, e le nere li Turchi. Bisogna sapere questi versi alla mente.

Populeam Virgam, Mater, Regina Ferebat.

Et anco bisogna esser auuertito, che le Faue si mettono in fila, ouero in giro; cominciando con le bianche, e poi proseguendo alternatamente con le nere; non egualmente, mà quanto ricerca la vocale, che gli tocca. Si distribuiscono dunque secondo l'ordine delle vocale del sudetto verso, ciascuna delle quali ricercano tanti grani, quanti si conuiene al luogo, che naturalmente tengono esse vocali, e sono queste A. E. I. O. V. per maggior chiarezza le distendo. 1. 2. 3. 4. 5.

La figura o rappresenta li Cristiani, e li ponti significano li Turchi.

Giuoco non inferiore a gli altri.

Prima filla.	Seconda filla.	Terza filla.	Quarta filla.	Quinta filla.
1	3	5	7	9
2	11	13	15	17
4	12	19	21	S. 23 Pietro
6	14	20	25	27
8	16	22	26	29
10	18	S. 24 Paolo	28	30

Hab-

Habbianfi preparate 30 polize di carta. Se volete il giuoco spirituale, potete scriuerli sopra il nome d'vn Santo per ciascuna. Se lo volete di ricreatione; scriueteui sopra il nome di qualche animale, ò di qualche viuanda, ò pure seruiteui di 30. carte da giuocare. Prima d'ogni cosa si distendino sopra d'vna tauola a due a due le polize, ò carte da giuocare, & ognuno se ne immagini due a suo piacere, ma tali, e quali si trouano accompagnate. Fatto questo, si raccogliono le polize, ò carte a due, a due, come stanno accompagnate; leuandole à capriccio quà, e là, ponendole nel mazzo, sotto ò sopra; basta à non confonderle, ò mescolarle. Raccolte le polize, si distendino ad vna, ad vna con quell'ordine, che in figura si vede, e come insegnono li numeri, con che si sarà fatto vn quadrangolo di 5. fille, e di 6. polize per filla, ma notate, che alla prima se ne mettono due insieme nella prima filla, e poi vna di quà, & vna di là. Gionto alla margine della quadratura, se ne mettono dur anco due insieme nella seconda filla, e poi vna di quà, & vna di là. Così col resto.

Per saper mò le polize, che ciascuno s'è imaginato: basta, che ogni vno dichi in qual filla siano senza mostrarle.

Se tutte due fossero nella prima filla, sariano oue è notato 1. e 2. Se tutte due nella seconda 11, e 12 Se nella terza 19, e 20. Se nella quarta 25, e 26. Se nella quinta, 29, e 30. Se poi vna poliza fosse in vna filla, e l'altra in altra filla, prestissimo si troua così. Alla pratica.

Sopra ciascuna poliza sia scritto il nome di qualche Santo, & vno si sia eletto per suoi Auocati S. Pietro, e S. Paolo, & vn di loro sia nella terza filla, e l'altro nella quinta: per trouarli presto, sempre si ricorre alla filla di mãca denominatione (che nel caso nostro è la terza filla) e dico così. Se tutte due le vostre polize fossero nella terza filla certo è, che sariano oue stà notato 19, e 20: ma perche vna è nella quinta, e l'altra nella terza. Io

dico,

dico, che caminando lateralmente per la ragione del 19, v'incontrarete nella quinta filla con vno de' vostri Senti immaginati, cioè in S. Pietro. L'altro sarà nella terza filla calando abbasso tanto distante dal 20, quanto; che il primo è distante dal 19. Dico adunque, che vi sete immaginato S. Pietro, e S. Paolo, e si come frà il 19, e S. Pietro v'vna sola poliza: così frà il 20; e S. Paolo v'è pur vna sol poliza. Nè vi paia strano: perche se vi ricordate; dopo d'hauer colocato nella terza filla il 19. & il 20. hauete poi posto di quà, e di là il 21, e 22: e queste polize stauano insieme nel mazzo; Doppo colocasti 23, e 24, cioè S. Pietro, e S. Paolo; e questi stauano accoppiati insieme nel mazzo, & anco nella tauola quando da principio ve l'imaginasti; *& sic de singulis.*

PAR-

PARTE SECONDA

Nella quale si tratta delle Progressioni; Estrationi di radici; delle quantità irrationali, e Scienza maggiore del numero &c.

TRATTATO DELLE PROGRESSIONI.

CAP. I.

LA Sesta spetie dell'Algorismo si chiama Progressione. Mà prima di trattare d'essa, parmi bene di premettere le varie divisioni del numero, addotte da Euclide e da altri Filosofi. Non ne parlai nel principio della prima parte, non hauendo che fare tali divisioni con Mercanti; ma iui mi contentai di diffinire solamente, che cosa sia Numero, & Vnità: considerato sì dal Naturale, come dal Matematico.

Prima divisione del numero.

TVtto il numero si diuide in paro, & in disparo. Il numero paro, è quello, che si può diuidere in due parti eguali; come, 2,4,6,8, 10,&c. Ma il numero disparo è quello, che diuiso in due parti, auanza sempre l'vnità: come 3,5,7,9,11,13, &c.

Seconda diuisione.

Tutto il numero si diuide parimente in quattro spetie cioè. In parimente paro. Parimente disparo. Pari-

Parimente, e disparimente paro. Et in disparimento disparo.

Numero parimente paro è quello, che tutti li numeri pari, che lo numerano, lo nomerano per volte pari come 4, 8, 16, 32, 64, 128, & altri infiniti. Se vuoi diuidere (per esempio) il 64 non si può diuidere, se non per questi cinque numeri pari, 2, 4, 8, 16, 32, e non più ma tutti con volte pari.

Numero parimente disparo è quello che tutti li numeri pari, che lo numerano, lo numerano con volte dispari; come 6, 10, 14, 18, 22, 26, 30, & altri infiniti.

Numero parimente, e disparimente paro è quello, che tutti li numeri pari, che lo numerano: alcuni lo numerano per volte pari, & alcuni per volte dispari; come 24, 28, 36, 40.

Vltimamente. Il numero disparimente disparo è quello, che tutti li numeri, che lo numerano, sono dispari; è lo numerano pur anco per volte dispari; come 15, 21, 27, 33, 39, 45, & altri infiniti.

Terza diuisione.

Tutto il numero si diuide anco in altre due specie: cioè, in numero primo, e numero composto. In numeri contra sè primi, & in numeri frà sè composti. Numero primo è quello, che dalla sola vnità è numerato, come 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, & altri.

Numero composto è quello, che, (oltre l Vnità, e numerato da qualche numero: come 15, e 21, che sono numerati l'vno da 3, e 5, e l'altro da 3, e da 7. Così altri per lo più.

Numeri contra sè primi sono quei, che dalla sola vnità sono communemente numerati, ò diuisi: come 9, e 25: quelli, se bene considerati in sè stessi, ciascun di loro saria numero composto: il 9 composto di 3, & il 25 composto di 5. ad ogni modo comparati l'vno contra l'altro, sono detti contra sè primi: non trouandosi nume-

me-

mero: che communemente li numeri, ò partiſchi.

Numeri frà loro compoſti, ò communicanti sono quei, che (oltre l'Vnità) ſono communemente diuiſi, ò numerati da qualche numero; come 25, e 30 —— 35, e 40, & altri.

Quarta Diuiſione.

In oltre tutto il numero ſi diuide in altre trè ſpecie; cioè. In numero perfetto, abbondante, e ſcarſo. Il numero perfetto, è quello, che s'eguaglia a tutte le ſue parti, che lo numerano; come il 6, quale hà ſolamente trè numeri, che lo diuidono, cioè 3 per la metà; 2 per vn terzo; & 1 per vn ſeſto; che vniti inſieme fanno appunto 6. L'isteſſo ſi troua nel 28, 496, 8128, & altri. Il modo di trouare queſti numeri perfetti s'inſegna altroue.

Numero abbondante è quello, che reſta ſuperato dalle ſue parti; come il 12, quale hà tante parti, ò diuiſioni, che vniti inſieme, arriuano a 16. L'iſteſſo è del 24, 36, 48, 60, & altri infiniti.

Numero ſcarſo è quello, che hà sì ſcarſe parti, ò diuiſioni; che vnite tutte inſieme ſono manco del ſuo numero; come l'8, le cui parti vniti inſieme fanno ſolamente 7; così del 10. 14. 16, &c.

Quinta Diuiſione.

Finalmente tutto il numero matematicamente inteſo, per praticare, volgere, e maneggiare le figure geometriche: li ſpatii, e miſure loro, vien diuiſo in numero lineale, ſuperficiale, e ſolido. Parimente in numero quadrato, e cubo: Altri v'aggiongono li numeri triangolari, pentagonali, eſſagonali, circolari; e parimente li numeri piramidali di varie formi, &c.

Numero ſuperficiale ſi chiama qual ſi voglia Prodotto dalla moltiplicatione di due numeri; e quei due numeri producenti ſi chiamano lati di quel numero ſuperficiale; e per conſeguenza ſaranno numeri lineali. Per eſempio. A moltiplicare 7 per 5, fà 35. Hora mò queſto 35. ſarà numero ſuperficiale; & il 7, e 5 ſaranno lineali.

Numero ſolido è quello, che prouiene dalla continua

mol-

moltiplicatione di trè numeri: come questi 3. 4. 5. Moltiplicando 3 via 4, fà 12; e 5 via 12, fà 60. Adunque questo 60 è numero solido, e li tre numeri 3. 4. 5. saranno i suoi lati, e per consequenza numeri lineali. Così con altri.

Numero quadrato è il Prodotto di qual si voglia numero, moltiplicato in sè stesso, come a dire 2 via 2 fà 4. Questo 4 sarà numero quadrato, &c.

Numero cubo è quello che vien prodotto dalla continua moltiplicatione di trè numeri eguali: & i lati di tal cubo saranno li detti trè numeri. Per esempio, 2 via 2 fà 4, e 2. via 4. fà 8. Adunque 8 è numero cubo; e li trè 2 saranno i suoi lati; cioè numeri lineali. E così con altri.

Li numeri superficiali sono detti simili; ogni volta, che i loro lati siano proportionali cioè, che moltiplicando l'vno con l'altro, produchino vn numero quadrato: ouero partendo l'vno per l'altro diano parimente numero quadrato: come saria 2, e 8 che moltiplicati insieme fanno 16. numero quadrato: ouero partendo l'8 per 2, ne verria 4. pur numero quadrato, &c.

L'istessa cautela, & auuertenza milita anco circa li numeri solidi: cioè che si chiamaranno solidi simili tutti quei numeri, che diuisi l'vno per l'altro, l'auuenimento riuscirà numero cubo, Come saria 24, e 3. parimente 108, e 4. poiche partendo il 24 per 3 ne viene 8, numero cubo: e partendo 108 per 4. ne viene 27; pur numero cubo, &c.

Tutti li numeri quadrati sono frà loro superficiali simili. Parimente tutti li numeri cubi sono frà loro numeri solidi, e simili.

DELLE PROGRESSIONI ARITMETICHE.

CAP. II.

PRogresfsione Aritmetica è vn ordine di più numeri, che ordinatamente s'auanzano l'vn l'altro con

auanzi eguali: le quali sono di più sorti. Progressione naturale si chiama quella, che cominciando dall'Vnità, vn numero auanza l'altro pur solamente con l'Vnità. Tutte l'altre progressioni s'auanzano chi con più, e chi con meno differenza frà l'vno, e l'altro numero, ò termine. Chi comincia, e proseguisse con numeri pari; e chi con dispari, come quì si vede.

Progressione naturale.

1.2.3.4.5.6.7.8.9.10.11.12.13.14.15.16.17. &c.

Altre Progressioni diuerse.

1.3.5.7.9.11.13 15.17.19.21.23.25.27.29. &c.

2.4.6.8.10.12.14.16.18.20.22.14.26.28. &c.

6.9.12.15.18.21.24.27.30.33.36.39.42.45. &c.

7.12.17.70.75. 80. &c.

50.60.70.80.90.100.110 120.130 140. 150. &c.

Proprietà delle Progressioni Aritmetiche.

La proprietà delle Progressioni Aritmetiche è questa, che la somma del primo & vltimo termine di qual si voglia Progressione, dà la somma, & è sempre eguale alla somma di qualunque due termini di mezo, che egualmente siano distanti dalli due termini estremi: come saria la somma del secondo termine col penultimo: quella del terzo con l'antipenultimo, &c.

Quando li termini della Progressione sonò dispari: perche il termine di mezo non hà compagno, ma resta solo: in tal caso si duplica tal termine: con che s'hauerà il numero eguale a qualsiuoglia copia, detta di sopra.

Modo succinto per sommar qual si voglia Progressione Aritmetica.

MOlti sono li modi, trouati da gli Antichi, per sapere tutto il numero, ò somma delle Progressioni

ni Aritmetiche; mà per non moltiplicar parole senza proposito, m'appiglio a questo modo facilissimo, & vniuersale. Si fà adunque così. In qual si voglia Progressione s'vniscono, ò si sommano insieme il primo, e l'vltimo termine della proposta Progressione; e poi se li termini della Progressione sono pari, si moltiplica la sudetta somma del primo, & vltimo termine per la metà del numero delli termini: ma se il numero delli termini sarà disparo: in tal caso si moltiplica la metà della somma del primo, & vltimo termine per tutto il numero delli termini: poiche ogni Progressione, ch'habbia li termini dispari, hà sempre numero paro nella somma del primo, & vltimo termine: come ne due seguenti esempi si farà il tutto chiaro.

3. 7. 11. 15. 19. 23. 27. 31. 35. 39.
4. 7. 10. 13. 16. 19. 22. 25. 28. 31 34.

La prima progressione di questi due esempij è di 10. termini La somma del primo, & vltimo termine fà 42; quale moltiplicato per 5 (metà del numero de' termini,) fà 210; e tanto apũto è la sõma di tutta quella Progressione. L'istesso verria moltiplicando la metà della somma del primo, & vltimo termine per tutto il numero de' termini, ouero tutta la somma per tutto il numero, e poi pigliarne solamente la metà del Prodotto.

La seconda Progressione de' due proposti esempij è di 11 termini; e per conseguenza sono dispari. La somma del primo, & vltimo termine fà 38, numero paro; la cui metà è 19. Moltiplicando adunque questo 19 per 11 (numero intiero delli termini della Progressione) di Prodotto ne viene 209 per la somma di tutta la Progressione. Così si procede con tutte l'altre, quali si siano, continue, ò disgiunte. Disgiunta saria questa progressione 7. 12. 17. - 70. 75. 80, nella quale basta, che li termini vltimi siano tanti in numero, e s'auancino egualmente l'vn l'altro, come fanno li primi, e come appunto si vede nel proposto esempio; che il 70. 75. 80.

 sono

sono tanti in numero de termini & augumento; quanti sono il 7.12.17. E tanto basti al giudicioso Lettore.

Volendo per regola inuestigare la somma di tutti li numeri quadrati di qualsiuoglia Progressione Aritmetica; si fà così. Sempre si piglia il numero, che immediatamente sieguiria l'vltimo termine della Progressione nell'ordinata ascensione de precedenti: li quali due numeri; cioè l'vltimo termine, e quello che doueria seguitare, si sommano insieme; il che fatto, detti numeri si moltiplicano l'vn l'altro, & il Prodotto si torna à moltiplicare per la somma, che fece quei due stessi termini. Finalmente diuidendo quest'vltimo Prodotto prima per il numero ascendente delle Progressioni, e poi per regola generale per 6; il Quotiente vltimo sarà la somma cercata. Alla Pratica.

Voglio trouare la somma di tutti li numeri quadrati di questa progressione 4.8.12. 16. 20. 24. li quadrati de quali sono 16.64.144.256.400.e 576. mà per trouarla maestralmente si fà così. Il termine, che per ordine della proposta progressione doueria seguitare è 28. Sommo adunque insieme il 24 (vltimo termine) con questo 28 (termine, che doueria seguitare;) e fanno 52. Dipoi moltiplicando l'vn l'altro questi 3. numeri; cioè 24, 28, e 52, fanno 34944; e questo partito prima per 4. (numero ascendente della Progressione) e poi per regola generale per 6, ne verrà di Prodotto 1456, numero cercato per tutta la somma de sudetti quadrati. Si poteua anco partire quel 34944 in vn sol colpo per 24, poiche il 4, & il 6. sono il ripiego del 24.

La

La ſomma di quanti termini ſi vogliono nella Progreſſion naturale ſẽpre ſarà numero triãgolare, come quì ſi vede 1.2.3.4.5.&c. Mà la ſomma di quanti termini ſi vogliono pur nella Progreſſione, che comincia dall' Vnità, ed aſcende per due Vnità ſempre forma numero quadrato, come 1.3.5. -.9.&c.

1	3	6	10	15
o	o	o	o	o
	o o	o o	o o	o o
		o o o	o o o	o o o
			o o o o	o o o o
				o o o o o

1	4	9	16	25
o	o o	o o o	o o o o	o o o o o
	o o	o o o	o o o o	o o o o o
		o o o	o o o o	o o o o o
			o o o o	o o o o o
				o o o o o

La ſomma di quei termini che di tre in tre aſcendono formano vn Pentagono. Se aſcendono di quattro in quattro, formano vn Eſſagono, e così ſucceſſiuamente. S'intende però ſempre, che dette Progreſſioni comincino dall'Vnità. Pentagono è vna figura ſuperficiale, che conſta di cinque angoli, e di 5. lati. L'Eſſagono di ſei, &c. Si che per ſapere (verbi gratia) quanti Soldati formariano vn Squadrone di figura Pentagonale, e che ſtando in filla con egual diſtanza ne capiſſero 35 per lato: baſta a ſommar inſieme 35 termini d'vna Progreſſione, che cominciando dall'Vnità aſcendi di tre in trè; del che facendone proua Aritmeticamente ci capiriano Soldati 1876 Mà notate di gratia per regola vniuerſale, che il numero da colocare nel ſecondo luogo della Progreſſione è ſempre l'Vnità manco de i lati della figura, che ſi pretende di Formare. Per vna figura triangolare tal numero è 2. Per vna quadrata è 3. &c. Dal che ſi caua ſubito l'aſcendenza di tal Progreſsione.

Come ſi trouino li termini delle Progreſſioni.

PEr regola generale la quantità de termini di qual ſi voglia ſpetie di Progreſsione Aritmetica, mediante la notitia del primo, & vltimo termine, e del numero

 aſcen-

ascendente, facilissimamente si troua così. Sempre si caua il primo termine dall'vltimo, & il rimanente si parte per il numero ascendente; e così per regola generale aggiongendo l'Vnità al Quotiente di tal diuisione, quella somma sarà la quãtità de' termini ricercati. Alla pratica. Domando Quanti termini hauerà vna Progressione, che comincia da 7 termini in 21, & ascende per 2?

Faccio così. Cauo 7 da 21, e mi resta 14. questo 14 parto per 2. (numero ascendente) e di Quotiente ne viene 7 al quale aggiongendoui l'vnità, fà 8, e tanti sono li termini di tal Progressione, come quì si vede 7. 9. 11. 13. 15. 17. 19. 21.

Se per sorte nel partire il numero sottratto per il numero ascendente vi restasse qualche rotto; ciò non pregiudica all'operatione, mà saria segno, che l'vltimo termine è imperfetto: non hauendo per auentura hauuto tempo a sufficienza, per crescere. Il che accaderia, se la proposta Progressione cominciasse con 7, terminasse con 22, e l'ascendente fosse pur 2. perche li termini sariano $8\frac{1}{2}$ *& sic de singulis.*

Come si troui il numero ascendente.

VOlendo poi trouare il numero ascendente di qual si voglia spetie di Progressione Aritmetica, questo si fà per la notitia del primo, & vltimo termine, e della quantità de' termini, così. Sempre si caua il primo termine dall'vltimo, & il restante si parte per vn manco del numero de termini; & il Quotiente sarà il cercato numero ascendente. Esempio. Qual è il numero ascendente d'vna Progressione di 13 termini, che comincia dall'Vnità e finisce in 25. Faccio così. Cauo 1 da 25, e mi resta 24. questo 24. parto per 12. (cioè per 1. manco del numero de termini) e mi viene 2. e questo è il numero ascendente di tal Progressione 1. 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. 17. 19. 21. 23. 25.

Mà se l'vltimo termine del proposto quesito fosse stato 26, in tutti li termini vi saria qualche rotto, eccetto nel primo, & vltimo, e stariano così.

1. 3.

1. 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. 17. 19. 21. 23. 26.

$\frac{1}{12}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{5}{12}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{7}{12}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{11}{12}$

Voglio dire, che il secondo termine saria $3\frac{1}{12}$. Il terzo saria $5\frac{1}{6}$ &c.

Come si troui la quantità dell'vltimo numero.

Finalmente, se vorremo sapere la quantità dell'vltimo termine, senza hauere cognitione della qualità de numeri, ò termini di mezo; si fà così. Primieramente si suppone la cognitione del numero de termini; la quantità del primo termine, e del numero ascendente. Ciò saputo; dal numero de termini si caua l'Vnità, e quello, che restà, si moltiplica per il numero ascendente, ed à questo prodotto aggiongendo la quantità del primo termine: questo aggregato sarà la quantità dell'vltimo termine. Mi dichiaro con vn bel quesito.

Vn Pastore, interrogato quante Pecore hauesse, rispose. Io mi trouo hauere Pecore in 15 luoghi, e per ogni 3. che n'habbia nel primo luogo, n'hò 5 nel secondo luogo, n'hò 7 nel terzo, e così successiuamente ne gl'altri. Nel primo luogo hò Pecore 9 Fate mò voi il conto &c. Hor domādo. Quante Pecore sarāno nell'vltimo luogo? Quante saranno in tutto? E quante in ciascun luogo?

In questo quesito stà registrato la nostra proposta. Li 15 luoghi sono il numero delli termini di questa Progressione. Il primo termine è noto, perche vi sono Pecore 9. Il numero ascendente si troua così nel caso nostro. Se nel primo luogo vi sono Pecore 9 (cioè trè volte 3) nel secondo ne saranno trè volte 5, (cioè 15) e nel terzo trè volte 7, (cioè 21) &c. come disse il Pastore. Si che il numero ascendēte sarà 6. Hor pratichiamo il quesito.

Per sapere quante Pecore siano nell'vltimo termine di questa Progressione Aritmetica, faccio così. Dal numero de termini cauo l'Vnità, cioè 1, e mi resta 14; quale moltiplicato per 6 (differenza, ò numero ascendente,) fà 84; al quale aggiongendo le Pecore 9 del primo luogo, ò termine, fanno 93, e tante Pecore sono nell'vltimo luogo, ò termine.

Quante Pecore siano mò in tutta la Progressione, già

hò insegnato il modo di ridurle: tuttauia mi piace di replicarlo. Vniscansi insieme le Pecore del primo, & vltimo termine, e saranno 102; la cui metà sono 51; e questo 51 moltiplicandolo per 15, (numero delli termini della Progresione) ne produce 765, e tante Pecore hà in tutto il Pastore.

Quante Pecore poi siano per ciascun luogo, ò termine della Progresione, basta aggiongere di termine in termine 6 Pecore: come quì si vede il tutto registrato.

9. 15. 21. 27. 33. 39. 45. 51. 57. 63. 69. 75. 81. 87. 93.

La somma delle quali sono apunto Pecore 765.

DELLE PROGRESSIONI GEOMETRICHE.

CAP. III.

PRogresioni Geometriche è vn ordine di più numeri, che si vanno auanzando l'vn l'altro con eguale moltiplicità, ò proportione; cioè, vn numero, ò termine di qual si voglia progresione Geometrica auanza, ed è sempre maggior del termine antecedente il doppio, ò trè, ò quattro, ò cinque volte più, &c. Secondo la denominatione della Progresione, come si vede questi esempii, & altri infiniti, che si potriano proporre.

1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. 128. 256. 512. &c.

1. 3. 9. 27. 81. 243. 729. 2187. 6561. 19683. &c.
3. 6. 12. 24. 48. 96. 192. 384. 768. &c.

Il Denominatore è sempre quel numero per il quale si moltiplica ciascun termine della Progresione. Chi volesse proseguire auanti qualsiuoglia Progresione Geometrica, basta a moltiplicare sempre successiuamente l'vltimo termine per il Denominatore d'essa

Pro-

Progressione. Mà chi volesse tornare in dietro, e continuarla in infinito (il che si può fare) basta à diuidere il minor estremo per il Denominatore, così

$512.\ 256.\ 128.\ 64.\ 32.\ 16.\ 8.\ 4.\ 2.\ 1.\ \frac{1}{2}.\ \frac{1}{4}.\ \frac{1}{8}.\ \frac{1}{16}.\ \frac{1}{32}.\ \frac{1}{64}.$ &c.

Proprietà delle Progressioni Geometriche.

LA proprietà delle Progressioni Geometriche è questa; che la moltiplicatione de termini estremi, ouero egualmente distanti dagli estremi, producono vn istesso numero. Voglio dire, che à moltiplicare il primo termine con l'vltimo; il secondo col penultimo, & il terzo con l'antepenultimo, &c. produrranno vn istesso numero: e se li termini della Progressione fossero dispari, multiplicando in sè stesso il termine di mezo, lasciarà, è produrrà parimente numero eguale al Prodotto di qual si voglia copia, detta di sopra. Per esser chiara l'operatione, non porto esempio.

Modo succinto, e facile per sommare ogni Progressione Geometrica.

VOlendo raccogliere, ouero sommare, & vnire insieme tutti li termini di qualsiuoglia Progressione Geometrica, non solo principiante dall'Vnità, mà anco da qualsiuoglia altro numero, si fà così

Sempre si caua il primo termine dall'vltimo, ed il restante sempre si parte per vn manco numero denominante tal Progressione: & il Quotiente aggionto all'vltimo termine, darà la somma cercata di tutta la Progressione. Alla pratica.

1. 3. 9. 27. 81. 243. 729. 2187.

4. 16. 64. 256. 1024. 4096

Nella Prima di queste due Progressioni, (il Denominatore della quale è 3. perche ciascun termine si multiplica per 3. a fine d'hauer il termine, che siegue,) cauando il primo termine, (cioè 1.) da 2187, ne resta 2186. quale partendo per 2, (cioè per vn manco del Denominatore) ne viene di Quotiente 1093. il quale aggionto all'ultimo termine; frà tutti due fanno 3280, e tan-

tanto è la somma di tutta quella Progressione.

Esempio nella seconda proposta Progressione, il cui Denominatore è 4. Cauando il primo termine, (cioè 4) dall'vltimo 4096, ne resta 4092, quale diuiso per 3. (cioè per vn manco del Denominatore) ne viene di Quotiente 1364, quale vnito con 4096 (vltimo termine) fà 5460, e tale appunto è la somma di tutta quella Progressione.

Questo istesso ordine si tiene per sōmare qualsiuoglia Progressione straordinaria, come la sesquialtera, che s'auanza vn tanto e mezo. La sesquiterria, che s'auanza vn tanto, è $\frac{1}{3}$. Parimente se s'auanzassero vn tanto, e $\frac{2}{3}$, ouero vn tanto, & $\frac{1}{4}$ &c. Come queste qui sotto notate, e simili.

Sesquialtera. 16. 24. 36. 54. 81.
Il suo Denominatore è 1 $\frac{1}{2}$.
Sesquiterria. 81. 108. 144. 192. 256.
Il suo Denominatore è 1 $\frac{1}{3}$.
Superpartiente. 27. 45. 75. 125.
Il suo Denominatore è 1 $\frac{2}{3}$.

Sapendo la somma d'vna quantità di termini di qual si voglia Progressione doppia, che comincia dall'Vnità, e volendo con prestezza trouare la somma d'altri tanti termini, quanti sono quei già noti, senza scriuerli; per regola ferma, e generale si fà così. Ecco 5 termini 1. 2. 4. 8. 16. La somma de quali è 31. Volendo mò sapere la somma di 10 termini: aggiongo alla somma di questi 5 termini l'Vnità, (cioè il primo termine) e fà 32. quale moltiplicandolo in sè stesso fà 1024 dal quale cauando per regola ferma il primo termine, resta 1023, e questa è la somma di 10 termini. S'io volessi la somma di 20. termini, basta aggiongere l'Vnità alla somma delli 10. termini, (cioè al 1023) e tornariano 1024, e questo moltiplicandolo in sè stesso, e poi cauandone 1, restaria 1048. 575 per la somma di 20 termini, e questo basti, per dar campo all'intelletto. Vero è, che chi hauesse voluto sapere alla prima la somma di 20 termini: non oc-

occorreria cauare l'Vnità se non dall'vltima quadratura; poiche se si caua dalle quadrature di mezo: bisogna poi aggiongerla subito, per fare l'altra operatione, &c.

Bellissima qualità delle Progressioni Geometriche.

Qualsiuoglia Progressiō Geometrica, che comincia dall'Vnità hà questa bellissima, & vtile proprietà: che qualsiuoglia termine moltiplicato in sè stesso forma vn numero, che serue per quel termine tanto lontano, da esso; quanto lui è lontano dall'Vnità: In oltre moltiplicando vn numero, qual si sia, con vn altro maggiore, si produce vn altro numero, da colocare in quel termine tanto lontano dal numero maggiore, quanto il minore è lontano dall'Vnità; dalla quale operatione si caua il modo di formare vna Progressione con l'aiuto d'alcuni pochi termini descritti: ma per maggior franchisia sotto la Progressione Geometrica si mette la Progressione Aritmetica naturale, che non serue ad altro, che a colocare con prestezza, e senza errore li termini della Progressione Geometrica; & acciò l'esperienza faccia chiaro il tutto; quì sotto metterò in ordinanza la propositione. La prima filla sarà la Progressione Geometrica: l'altra la naturale.

1.	2.	4.	8.	16.	32.	64.		256.		1024.	
0.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.

Alla pratica. Moltiplicando (per essempio) il 16 in sè stesso, fa 256; è perche il 16 è sopra il 4 della Progressione naturale; ciò vuol significare, che si come il 16 a man manca hà 4 termini verso l'Vnità: così il suo Prodotto 256 va colocato, lontano 4 termini verso man dritta, cioè sopra l'8, &c.

All'altra pratica. Voglio vn numero da mettere sopra il 10 Per trouarlo, bastaria a moltiplicare in sè stesso il 32, posto sopra il 5: ma lo voglio trouare per l'altro modo così. Bisogna, ch'io troui due numeri nella Progressione naturale, che sommati insieme facciano 10; e questi sono 4, e 6. E perche questi due numeri hanno sopra di sè 16, e 64; moltiplico questo 16 col 64, e mi danno 1024, da colocare sopra il 10: e se ne farai

pro-

proua, trouarai, che detto 1024 è tanto lontano dal 64, quanto il 16 è lontano dall'Vnità; come dissi da principio. Vero è, che il più franco modo di formare qualsi voglia Progressione sia il moltiplicare successiuamente ciascun termine per la denominatione di essa.

Non hò trouato li numeri di tutta la progressione, acciò l'operatione spichi meglio. Se vorrai li numeri da mettere sopra il 7, sopra il 9, e sopra l'11, opera come sopra; col qual ordine si tiraria in longo la Progressione, quanto piace. Anzi questo istesso modo si tiene con qual si voglia Progressione, che non comincia dall'Vnità, purche il numero prodotto dalla moltiplicatione, si parti per il numero del primo termine della Progressione, perche il Quotiente sarà il numero, che si cerca.

QVESITI SOLVBILI

Per le Regole delle Progressioni.

CAP. IV.

PEr fine di questo trattato delle Progressioni voglio sciogliere alcuni quesiti, quali se bene pareranno superflui, e leggieri: ad ogni modo dispongono l'ingegno dell'huomo per filosofare, e per apprendere cose più alte, &c.

Quesito Primo.

Sono due huomini, che nell'istesso punto, ò tempo per andare a Roma si partono da Casa. Il primo fà ogni giorno 20 miglia; e l'altro lo và seguitando in questa forma. Il primo giorno fà vn sol miglio; il secondo giorno ne fà 2; il terzo ne fà 3; e così proseguisce secondo l'ordine della Progressione naturale. Domando. In quanto tempo il secondo allongarà il primo? E se il primo facesse 25 miglia, e $\frac{1}{2}$ ogni giorno; e l'altro ne facesse vn solo il primo giorno, 3. il secondo giorno, 5 il terzo, 7 il quarto giorno, &c. In quanto tempo l'allongaria?

Questi, e qual si voglia simile quesito senza le Rego-
le

le delle Progreſſioni Aritmetiche, ſaria quaſi impoſſibile il poterle ſciogliere; ma con l'aiuto loro faciliſſimamente ſi riſoluono così. Per regola ferma ſempre ſi radoppia il viaggio, che fà egualmente ciaſcun giorno il primo mobile, la qual ſomma viene ad eſſere il viaggio, che il ſecondo mobile fà il primo, e l'vltimo giorno; quando arriuò il compagno. Cauando adunque da queſta ſomma il viaggio del primo giorno, vi reſtarà il viaggio, ò quantità dell'vltimo termine della Progreſſione. Per ſaper mò in quanti giorni l'allongarà. Io dico per regola infallibile, che l'allongarà in tanti giorni, quanti ſono li termini della Progreſſione. O pratichiamo il primo eſempio. Raddoppia le 20 miglia, che ogni giorno fà il primo mobile: e fanno 40 (Viaggio, che fà il ſecondo mobile per il primo, e l'vltimo giorno.) Cauo 1 da 40, e reſta 39, ma perche nella Progreſſione naturale l'vltimo termine contiene il numero di tutti li termini; non ſi paſſa più oltre: ma ſi conclude, che in 39. giorni il ſecondo aggiõgerà il primo cõpagno.

Per l'altro eſempio. Raddoppia 25 $\frac{1}{2}$, e fà 51; dal quale cauando il viaggio, che l'altro fà il primo giorno, (cioè 1.) ne reſta 50; Per ſaper mò quanti termini ſiano in queſta Progreſſione; già hò inſegnato: nondimeno quì lo replico. Dal 50. cauo il primo termine, e reſta 49: qual partiſco per 2 (numero aſcendente) e ne viene 24 $\frac{1}{2}$, al quale aggiongendo il primo termine fà 25 $\frac{1}{2}$ Adunque in 25. giorni, e $\frac{1}{2}$ il ſecondo allongarà il primo compagno del ſecondo propoſto queſito: Così ſi procede con qual ſi voglia altro ſimile.

Queſito Secondo.

Sono due Formiche in vn piano longo palmi 100. l'vna da vn capo, e l'altra dall'altro capo, Vna di loro camina il giorno $\frac{1}{3}$ di Palmo, e la notte ne torna indietro $\frac{1}{4}$ di Palmo: l'altra Formica camina il giorno $\frac{1}{5}$ di Palmo, e la notte ne torna indietro $\frac{1}{6}$ di Palmo Domando; in quanto tempo s'incontrarannò inſieme queſte due Formiche?

Molti in ſimili queſiti hanno ſbagliato, ed il loro errore

rote è fatto manifesto dal Tartaglia. Par. 2. lib. 1. cap. 15. quesito 27. Per regola infallibile si fà adunque così.

Primieramente s'vnisce insieme il viaggio, che frà tutte due fanno le Formiche di giorno, e quello, che fanno di notte, cauando il viaggio del ritorno, che fanno di notte dal viaggio, che all'inanzi fanno di giorno. Il viaggio del giorno è $\frac{1}{3}$, & $\frac{1}{5}$, è frà tutti due $\frac{8}{15}$. Il viaggio della notte è $\frac{1}{4}$, & $\frac{1}{6}$, e frà tutte due $\frac{5}{12}$. Cauando mò $\frac{5}{12}$, da $\frac{8}{15}$, resta $\frac{7}{60}$. Adunque le Formiche frà giorno, è notte s'auicina $\frac{7}{60}$ di Palmo; ma perche all'vltimo giorno, nel quale s'incontraranno le Formiche, non li seguirà la notte, che le faccia tornar indietro, però bisogna cauare dalli Palmi 100. quei $\frac{5}{12}$, che di notte si slontanano l'vna dall'altra, e restaranno Palmi 99 $\frac{7}{12}$. Fatto questo si dice. Se $\frac{7}{12}$ di Palmo si fanno in vn sol giorno Palmi 99 $\frac{7}{12}$ in quanti giorni si faranno? Si faranno in giorni 853 $\frac{4}{7}$. Ma perche in simili quesiti quel rotto, cioè $\frac{4}{7}$ non dice il vero, per rispetto dall'vltimo rotto, che manca: tal rotto s'aggiusta nel giorno seguente, così. Bisogna vedere quanto viaggio habbiano fatto le Formiche in quei giorni 853 intieri. Facendone proua à $\frac{7}{60}$, il giorno, haueranno fatto palmi 99 $\frac{31}{60}$, quali cauati da Palmi 100. Finalmente bisogna vedere, in quanto tempo dette Formiche faranno questo rotto $\frac{29}{60}$ à ragion del viaggio, che fanno il giorno frà tutte due non computandoui il ritorno, che fariano la notte dicendo. Se $\frac{8}{15}$ di Palmo si fanno in vn giorno, in quanto tempo si faranno $\frac{29}{60}$? Si faranno in $\frac{29}{32}$ di giorni; quali aggionti alli 853 giorni intieri, fanno in tutto giorni 853, hore 21, minuti 45, cioè $\frac{3}{4}$ d'hora.

Quesito Terzo.

Vno piglia a far vn Pozzo nuouo fondo Piedi 24. per Scud. 60. di fattura. Hauendone cauato Piedi 18, troua l'Acqua, nè può passar auanti. Nacque gran lite frà il Maestro, ed il Padrone: perche il Maestro pretendeua d'esser pagato a proportione della profondità, & il Padrone voleua pagarlo a proportione della fatica: poiche

che più laborioso assai saria l'hauere a cauar e qualsiuoglia de' restati piedi 6, che qual si sia de' già cauati piedi 18. Fù giudicato, che il Maestro fosse pagato a ragion di fatica. Domando. Quanto deue hauere di ragione?

Qui bisogna osseruare, che quei piedi 24 di profondità formano vna Progressione Aritmetica: in modo tale, che la Terra di ciascun piede successiuamente porta maggior tratto, e fatica nel cauarla fuori: e però vnendo la fatica del primo piede con la fatica dell'vltimo: la fatica del secondo con quella del penultimo, &c. si vengono ad eguagliare tutti a due, a due. Hora mò, per risoluere il quesito, si somma la Progressione di tuti li piedi 24. che doueua hauere di profondità il Pozzo: e s'hauerà 300. Si somma anco la Progressione de' piedi cauati 18? s'hauerà 171; e poi si dice. Se 300. deue hauere Scud. 60. Quanti n'hauerà 171? Operando hauerà Scud. 34. Paoli 2. Baiocchi 0. E tanto appunto deue hauere il Maestro per li cauati piedi 18.

Simile quesito propone Fra Luca dal Borgo, & insegna il sudetto modo di risoluerlo; e se bene il Tartaglia, l'Vnicorno, & altri lo censurano, per non potersi prouare matematicamente, che il secondo piede sia di fatica doppia al primo al terzo di fatica tripla, &c. a me pare però, che sia il più ragioneuole. Anzi, se non matematicamente, naturalmente almeno si può prouare, che la fatica sarà più che dupla: più che tripla, &c. Lo dichino li Contadini, che cauano li fossi, e que' che ne' Fiumi alzano gli Argini. Se la Terra si getta alto solamente vn piede, ò due si tien sodo tutto il giorno con soauità mercenaria: ma se la Terra si getta alta 5 6, ouero più piedi, è tanto graue la violenza, & agitatione del corpo, che rende impossibile il durarui. Adunque, &c.

Quanto poi alla Terra, che si tira sù con la Mastella, certo, che porta duplicata; triplicata fatica, &c. non solamente *extensiuè*, ma anco *intensiuè*, perche certo è, che la terra dell'vltimo piede non solo si tira sù 24 volte più del primo: ma quanto più è distante, tanto più

aggraua le braccia, e la vita di chi fatica, e se bene quanto all'empire la Mastella pare non vi sia la douuta augumentata fatica totalmente, si può però compensare, e colla maggior fatica, che *intensiuè* si proua nel tirar sù la Terra, e per maggior pericolo; in che si espone; cauando più sotto, &c.

Quesito Quarto.

Vn Contadino vende vn Cauallo ad vn gentil huomo per tanto Formento in questa forma. Che quando l'vno consegna il Cauallo, l'altro li dia vn sol grano di Formento: l'altro giorno ne dia 2. grani; il terzo giorno ne dia 4; e così per 30. giorni continui proseguischi secondo l'ordine della Progressione Geometrica doppia. Domando. Quanti grani, e quante Corbe di Formento costarà il Cauallo, a ragione di Stara 2, e di lib. 250 per Corba, e di Quarte 5 il Staro? Di più quanti Scudi verrà venduto detto Cauallo a ragion di Scud. 3. la Corba del Formento?

Quanto al ritrouare la quantità de' grani, già hò insegnato il modo. La somma de' quali è questa: grani di Formento. 1.073.741.823. Per saper mò quante Corbe facciano questi grani: bisogna prima sapere quanti grani facciano vna lib. Nel c. del legare l'insegnai; ma quì lo replico per più facilitar l'operatione. La libra si diuide in 12. oncie; ciascun oncia in 24 Scrupoli; ciascun scrupolo in 24 grani: e ciascun grano pesa quanto pesa vn grano di Formento. Si che 6912. grani di Formento fanno vna Libra. Diuidasi adunque tutta la somma de' grani per 6912; e ne verranno Libre 155.344; e queste di nuouo diuise per 250. (quantità d'vna Corba) ne verranno Corbe 621. Quarte 3. Lib. 19, e $\frac{4095}{6912}$; che a ragion di scud. 3. la Corba; il Cauallo saria venduto scud. 1864. lir. 0. sol. 10. den. 2. $\frac{220}{250}$ (Lasciando da parte quel rotto di Libra. Veramente il Contadino non s'ingannò.

Que-

Quesito Quinto.

Vno vuol dare ad vn altro vn million d'oro; se per giorni 64. gli vuol dare tanto Formento secondo l'ordine della Progressione Geometrica doppia, cominciando il primo giorno con vn sol grano. Domando. Si può pagare questo million d'oro?

Per venire alle curte: operando secondo l'ordine del sommare, le Progressioni Geometriche, ci vorriano tanti grani di Formento, e fariano tante moggia, che per leuarle ci vorriano tante Barche, quante quì sotto sono notate. Stara 20 fanno vn moggio. Vn Staro pesi lib. 65. Ciascuna Barca lieui moggia 4000, e ciascun moggio costi solamente scudi 10. di Paoli.

3 18 1

Grani di Formento. 18.446.744.073.709.551.615

2 1

Diu. gran. 6912. Quot. lib. 2.668.799.779.182.512. $\frac{557}{2304}$

2 1

Diu. lib. 65. Quot. Stara. 41.058.458.141.269. $\frac{27}{65}$.

2 1

Diu. Star. 20. Quot. moggia 2.052.922.907.063. $\frac{9}{20}$.

1

Diu. 4000. Qu. Barch. per leuarlo 513.230.726. $\frac{3063}{4000}$.

Se tãte se ne trouassero in tutto il Mõdo, mi rimetto &c.

2

La valuta di tutto il Formento è Scudi di Paoli num. 20.

1

529.229.070.634 $\frac{1}{2}$.

Se quel dal million d'oro si sia ingannato *per se patet*. Dico di nò.

Altre Bagattellierie si potriano proporre, nelle quali non voglio perder il tempo. Col precedente, e con vn poco d'ingegno s'arriuarà al punto, &c.

TRATTATO D'ESTRATTIONE DI RADICI.

CAP. I.

LA settima, & vltima spetie dell'Algorismo si chiama estrattione di radici, le quali sono innumerabili, è di varie spetie. E si come la radice delle piante, &c. è la parte più bassa, che stà sotto terra; e dalla quale deriuano li rami, le foglie, li fiori, e li frutti: così (per similitudine) qual si voglia numero, moltiplicato in sè stesso, viene ad essere la radice di quel suo Prodotto: ma perche quel primo Prodotto può successiuamente andarsi moltiplicando per la medesima radice: ne siegue che li Prodotti saranno innumerabili, e per distinguere l'vno dall'altro, haueranno diuersa denominatione, e per consequenza la radice ancor lei (se bene è sempre l'istessa) nondimeno per la relatione, che hà con qual si voglia suo Prodotto, sarà diuersamente denominata. Mà veniamo alle curte.

Qual si voglia numero, moltiplicato in sè stesso produce vn numero quadrato: e quel numero, che lo produce, sarà la sua radice. Moltiplicando poscia detto numero col suo quadrato, produce vn numero, chiamato cubo. Moltiplicando dipoi col cubo, produce vn numero chiamato quadrato di quadrato. Moltiplicandolo col quadrato di quadrato, ne produce vn numero, detto prima relato. Moltiplicandolo in oltre col primo relato, produce vn numero, detto quadrato cubo, e così successiuamente, come quì sotto nella radice 2. si fà con esempio chiaro.

La radice quadra è la prima di tutte; e però ne siegue che ogni volta, che si dice radice (senz'altro) s'intende, e deue intendere della radice quadra; nelle altre spetie di radici si suol mettere la denominatione.

2 via	2 fà	4	Quadrato.	
2 via	4 fà	8	Cubo.	
2 via	8 fà	16	Quadrato di quadrato.	
2 via	16 fà	32	Primo relato.	
2 via	32 fà	64	Quadrato cubo.	
2 via	64 fà	128	Secondo relato. (quadrato,	
2 via	128 fà	256	Quadrato di quadrato di	
2 via	256 fà	512	Cubo di cubo.	
2 via	512 fà	1024	Quadrato primo relato.	
2 via	1024 fà	2048	Terzo relato. (drato.	
2 via	2048 fà	4096	Cubo del quadrato di qua-	
2 via	4096 fà	8192	Quarto relato.	
2 via	8192 fà	16384	Quadrato del secõdo relato.	
2 via	16384 fà	32768	Cubo del primo relato.	
2 via	&c. fà	&c.		

E così procedendo in infinito. E quello si dice della radice. 2. (pigliata per esempio) si dice, e fà a proposito per qualsiuoglia altro numero. Adunque il 2 sarà la radice di tutti li suoi Prodotti sopraſcritti: e perciò si chiamarà radice quadrata in risguardo al 4. Radice cuba in risguardo all'8. Radice quadra della radice quadra in risguardo al 16 Radice prima relata in risguardo a 32. e così in risguardo a gli altri suoi Prodotti, hauerà altra denominatione, &c.

Modo di Cauare la Radice quadra da Numeri.

CAP. II.

NE numeri minori, (cioè fino a 100) se sarà numero quadrato, non porta difficoltà alcuna: & ogn'vno, che sappia le seguenti moltiplicationi, saprà cauarne da sè la radice à mente; mà se non sarà precisa-

mente numero quadrato; e sia di qualità, ò quantità discreta: (perche il Matematico tiene l'Vnità per indiuisibile) in tal caso si caua la maggior radice ch'habbia quel numero, & il resto si nota per auanzo. Per esempio.

Vn Cittadino hà 81. Cipressi? de quali ne vorria formare vn quadro perfetto, con quantità eguale per ciascuna filla. S'addimanda. Quanti Cipressi hà da far piantare per filla?

Multiplicationi da sapersi à mente.

1	via	1	fà	1
2	via	2	fà	4
3	via	3	fà	9
4	via	4	fà	16
5	via	5	fà	25
6	via	6	fà	36
7	via	7	fà	49
8	via	8	fà	64
9	via	9	fà	81
10	via	10	fà	100

Cauando la radice da 81, ne viene precisamente 9, e tanti Cipressi hà da far piantar per filla; ma se li Cipressi fossero 82, ò altro numero maggiore (ma non quadro) si diria, che per filla ne deue piantar 9, e poi n'auanza 1, non potẽdosi dar a ciascuna filla la sua portione precisa senza tagliar l'auanzo in pezzi. Il che saria spropòsito.

Quando si tratta d'estrattione di radici (regolarmente parlando,) sempre s'intende di quantità continua, massime di superficie, la cui Vnità è diuisibile in infinito; e però in tal caso si caua la radice maggiore dal numero, e l'auanzo si mette sopra vna virgoletta in modo di rotto, e sotto di esso si colloca la radice medesima, ma raddoppiata. Per esempio.

Vn Cittadino hà vn bel Giardino quadro perfetto; l'area superficiale del quale è piedi 86. pur superficiali. S'addimanda. Quanti piedi lineali farà ciascun lato di detto Giardino.

La radice di 86 è 9, & auanza 5. il quale posto sopra la virgola, e sotto di essa ponendo la radice duplicata starà così $9\frac{5}{18}$. Adunque il sudetto Giardino è longo per ogni verso piedi lineali num. $9\frac{5}{18}$, se bene non *perfette*. Il sbaglio però è insensibile nella radice, come altroue si farà manifesto.

Come si caui la radice quadra da numeri maggiori.

NVmero maggiore è qual si voglia numero, che sia più di 100. Per cauar adunque la radice da che numero si voglia, bisogna prima distinguerlo in membri: il che si fà con notare vn punto sopra tutte le figure dispari, cominciando dalla prima a man dritta. Si che ciascun membro sarà di due figure; eccetto l'vltima verso man manca, quale alle volte sarà di due, & altre volte d'vna sol figura. La radice poi di tal proposto numero sarà sempre di tante figure, quanti punti, ò membri hauerà detto numero.

Per esempio. Volendo cauar la radice da 985. primieramẽte si caua la radice dal primo membro 9 verso man mãca (che nel proposto numero è d'vna figura sola) la qual radice è 3. Questa radice 3 si moltiplica in sè stessa, e fà 9, da colocarsi sotto il mẽbro, dal quale si cauò la radice. Dopo questo si fà la sottrattione, e si tira giù l'8 a modo del partire a danda. Dipoi radoppiando la radice 3, fà 6, col quale si diuide l'8, e si fà la sottrattione al solito, colocando il Quotiente 1 appresso la radiee 3. Finalmente tirãdo giù il 5 s'hauerà 25, dal quale cauando il quadrato del numero radicale 1, (vltimamẽte trouato) restarà 24, & è finita l'operatione. Adũque la radice quadra, ò almen più prossima di 985 è 31 $\frac{24}{62}$.

Numero da cauarsi la radice. Proua naturale. Pro del 9.

Numero da cauarsi la radice	Proua naturale	Pro del 9
985 Rad. 31 $\frac{24}{62}$	Rad. 31	4
9	31	1
Diu. 6 -- 8	961	4 — 4
6	Auanzo 24	1
25	985	4
1		
Residuo 24		

La proua naturale di questa operatione è moltiplicare la radice in se stessa, e se nell'operatione auãzò qual-

che cosa, quello s'aggionge al Prodotto, e se l'operatiō-ne sarà fatta bene, la somma darà il numero, dal quale si cauò le radice.

Per la regola del 9. la proua si fà così. Si cauano li 9 dalla radice, (che nel caso nostro è 4) Questo 4 si mette tanto sotto, quanto la croce. Fatto questo si moltiplicano insieme li due notati 4, & al Prodotto 16 s'aggionge l'auanzo, e fà 22, dal quale leuandone li 9, resta pur 4 da colocarsi a man manca della croce. Finalmente cauando la proua dal numero proposto, se l'operatione sarà ben fatta, restarà parimente 4; (come di sopra appare chiaro per l'vno, e per l'altro modo.)

Se nel proposto quesito hauesse bisognato procedere più auanti, per la moltitudine delle figure: per prima operatione si saria raddoppiato la radice 31, & il Prodotto 62 saria il Diuisore. Pongo quì due altri esempij senza dichiaratione per specularui sopra.

Primo proposto Numero. Secondo proposto numero.

97528, Rad. 312 $\frac{1}{6}\frac{8}{2}\frac{4}{4}$
9
Diu. 6. 7
6
15 — 6 / 4—|—4 / 6
1
Diu. 62. 142
124
188
4
Residuo 184

140284 Rad. 374 $\frac{4}{7}\frac{0}{4}\frac{8}{8}$.
9
Diu. 6. 50
42
82 — 5 / 1—|—1 / 5
49
Diu. 74 338
296
424
16
Residuo 408

Vna cosa molto essentiale bisogna auuertire, & è, che in qualsiuoglia diuisione, fatta dal raddoppiamento d'vna, ò più figure radicali, è necessario, che sempre auanzi

più, ò almeno precisamente quanto è il quadrato della figura radicale, proceduta da tal diuisione. Per esempio. Nel secondo numero proposto, volendo partire 50. per 6, pare, che vi possi entrare 8 volte; ma perche fatta, che fosse la sottrattione, restaria solamente 2; tal quale aggiongendo l'altro 2, che si tira giù, fa solamente 22, dal quale non si potria cauare il quadrato del medesimo 8; nè siegue, che bisogna abbassare il Quotiente, e perciò s'è fatto 7. e ciò notisi bene.

Nel fine dell'operatione, non può mai auanzar più del doppio della radice; altrimente saria errore; essendo più il Numeratore, che il Denominatore; però in tal caso bisogna alzare il Quotiente.

Secondo questo modo di cauar la radice, bisogna sapere, che in tutti li numeri, che mancano d'vna sola Vnità ad essere numeri quadrati, tal sua radice sarà senza rotto; mà moltiplicandola poi in sè stessa, farà errore d'vna Vnità. Per esempio. Il 15. manca d'vna vnità ad esser numero quadro. La sua radice è 3, $\frac{6}{6}$, cioè 4 (vno di più) Le radici non precisamente quadre sono dette radici sorde, e discrete le quadre.

Modo d'approssimarsi più alla verità nelle radici sorde.

TRouata la radice propinqua nel modo sudetto (la qual sempre supera il proposto numero) si quadra essa radice, e tutto quello di più, che supera il detto numero, si parte il doppio della radice medesima, e cauandone il Quotiente da essa radice, quel, che resta, sarà la radice del proposto numero, assai più vicina alla verità della prima. E così con quest'ordine, si può sempre più approssimarsi. Per esempio. La prossima radice di 5. è 2 $\frac{1}{2}$. Il quadrato di 2 $\frac{1}{4}$ è 5 $\frac{1}{16}$ (cioè $\frac{1}{16}$ più del nostro 5.) Diuidasi questo $\frac{1}{16}$ per 4 $\frac{1}{2}$ (doppio della radice) è ne viene schisato $\frac{1}{72}$, il quale cauato da 2 $\frac{1}{4}$, ne resta 2 $\frac{17}{72}$ per la nostra seconda radice di 5: assai più propinqua della prima. E che sia il vero, moltiplichisi questa seconda radice in sè stessa, e farà 5 $\frac{1}{184}$. Doue la prima la superaua d'$\frac{1}{16}$. Adunque &c. Chi volesse approssimarsi più, operi con questa seconda radice, *vt supra*. E così in in-

finito. Ma certo quel $\frac{1}{152}$ è cosa insensibile.

Qui bisogna auuertire, che quel $\frac{1}{16}$, che superchia il proposto numero 5, non è errore nella radice, mà in tutto il quadrato: sichè nella radice sarà (come s'è detto) insensibile.

Quando si tratta di cauare radice da numeri: sempre s'intende di misure superficiali. Questa linea —— supponiamo, che sia vn piede questa si chiamarà vn piede lineale, ma se sarà vn quadrato longo per ogni verso piede così |̅_̅|, questo si chiama vn piede superficiale; e la radice, cioè ciascun lato di esso quadrato sarà vn piede lineale.

Come si caui la radice quadra da numeri rotti, e da sani, e rotti.

PRima d'ogni cosa bisogna sempre ridurre il rotto alla sua minima denominatione. E poi. Se il rotto è formato di Numeratore, e Denominatore quadrato (come sono questi, & altri $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{4}{9}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{4}{16}$, $\frac{9}{16}$, $\frac{1}{25}$, $\frac{9}{25}$, $\frac{16}{25}$ &c.) basta cauar la radice dal Numeratore, e dal Denominatore, e colocare ogni radice al suo luogo sotto, o sopra la virgola. Per esempio la radice di $\frac{4}{9}$ sarà $\frac{2}{3}$, di $\frac{9}{16}$ sarà $\frac{3}{4}$, di $\frac{16}{25}$ sarà $\frac{4}{5}$, &c.

Mà se l'vno, ò l'altro numero, che forma il rotto, ouero tutti due non fossero numeri quadrati; per cauarne la radice quadra più prossima nel più sicuro, e facile modo si fà così. Si moltiplica il Numeratore col Denominatore, e la radice propinqua di tal Prodotto si parte per il Denominatore del rotto, e così il Quotiente sarà la radice cercata. Sia l'esempio in $\frac{5}{7}$. Il moltiplicato di 5 con 7, fà 35, la cui prossima radice è $5\frac{11}{12}$, cioè *6* Diuidasi adunque *6* per 7, e ne verrà $\frac{6}{7}$. Sichè la radice di $\frac{5}{7}$, sarà $\frac{6}{7}$, e la radice di $\frac{4}{5}$ sarà $\frac{9}{10}$, &c.

Sani, e Rotti Quadri.

SE fosse proposto vn numero sano accompagnato da qualche rotto, la radice quadra, ò più prossima si caua così. Primo, si riducono li numeri sani alla natura del suo rotto (supposto nella minima denominatione) e s'vniscono con esso. Fatto questo, se tanto il Nu-

me-

meratore, quanto il Denominatore di tal vnione sarà numero quadrato: tal numero sano, e rotto proposto sarà parimente quadrato, la cui radice si troua così. Si caua la radice dal Numeratore, e questa radice partendola per la radice del Denominatore, il Quotiente sarà la radice del proposto numero sano, e rotto. Per esempio serua $5\frac{19}{25}$. Questi sono $\frac{144}{25}$. L'vno, e l'altro numero è quadro. La radice di 144 è 12, e la radice di 25, è 5. Adunque diuidasi 12 per 5, & il Prodotto $2\frac{2}{5}$ sarà la radice quadra del proposto $5\frac{19}{25}$.

Sani, e Rotti non quadri.

MA dopò d'hauere ridotto li sani alla natura del loro rotto, se il Numeratore, ò Denominatore, ouero l'vno, e l'altro non sarà numero quadrato: questo fà manifesto, che nè anco il numero sano, e rotto proposto può esser numero quadrato; la radice sorda, ò propinqua del quale si caua, come si fà quelle de rotti semplici non quadrati; cioè, si moltiplica il Numeratore per il Denominatore, e la radice di tal moltiplicato, ò Prodotto partendola per il Denominatore, il Quotiente sarà la cercata radice propinqua del proposto numero, e rotto non quadrato. Per esempio serua $5\frac{2}{3}$. Questi sono $\frac{17}{3}$, il moltiplicato del quale fà 51, la cui radice è $7\frac{1}{7}$ (già schisato il rotto) Questo $7\frac{1}{7}$ diuidasi per 3, (Denominatore) e di Quotiente ne verrà $2\frac{8}{21}$; e questa sarà la cercata radice propinqua di $5\frac{2}{3}$.

Il modo d'approssimarsi sempre più alla verità, è quello, già insegnato.

ESTRATTIONE

Della Radice cuba.

CAP. III.

LA seconda spetie d'estrattione di radici si chiama radice cuba. Nelli numeri digiti, ò minori la radice è d'vna sol figura: & il suo cubo può esser d'vna, ò di

due, ouero al più di trè figure. La radice cuba de' numeri minori, ò digiti si contiene in questa tauoletta; da saperſi alla mente, ouero dà tenerſi auanti nell'operare.

Radici Cube.		Numeri Cubi.
1	1	1.
2	4	8.
3	9	27.
4	16	64.
5	25	125.
6	36	216.
7	49	343.
8	64	512.
9	81	729.
10	100	1000.

Ma ſe il numero non ſarà preciſamente diſcreto, ò cubo: per cauarne la radice ſorda, ò più proſsima, ſi fà così.

Si caua la radice cuba più proſsima dal propoſto numero e l'auanzo ſi mette ſopra la virgola, come Numeratore. Per hauer mò il Denominatore, ſi ſquadra la trouata radice, la quale ſubito ſi triplica, & al numero triplicato s'aggionge il triplicato d'eſſa radice: e queſta ſomma ſarà il Denominatore del rotto. Per eſempio. La radice cuba di 24 è 2, & auanza 16 per Numeratore. Il quadrato della radice 2 è 4; che triplicato fà 12; à queſto 12 aggiongaſi 6 (triplicato dell'iſteſſo 2) & in tutto ſarà 18; e queſto è il Denominatore. Adunque la radice cuba propinqua di 24 è 2 $\frac{8}{9}$. E che ſia il vero. Cubaſi queſto 2 $\frac{8}{9}$, & in fatti ſarà 24, $\frac{780}{729}$. Errore riputato inſenſibile nella radice.

Co-

Come si caui la radice cuba da numeri maggiori.

HAbbiasi da cauare la radice cuba da questo num. Puntate le figure vna sì, e due nò: e cauata la radice dal 79: (primo membro) il resto dell'operatione si fà con trè attioni, ò maneggi delle figure radicali.

Primo. Si moltiplica per 3 il quadrato del 4 (primo numero radicale,) per hauere il diuisore 48. col quale si parte il 155, per hauere il 3 (secondo numero radicale.)

Secondo. Si moltiplica parimente per 3 il quadrato del 3. (secondo numero radicale) & il Prodotto si moltiplica per il 4, e farà 108, da sottrarsi dal 110.

```
      79507 - Rad.
      64. . . (cu.43
      ——
Diu. 48. 155
        144
        ——
        110
        108
        ——
        . . 27
            27
        ——
        . .
```

Finalmente cauando dall' vltimo residuo 27 il cubo della seconda figura radicale 3 sarà finita l'operatione. E perche non auanza cosa alcuna: il proposto numero è rationale: cioè cubo. S'auanzasse qualche cosa nell'vltima operatione; saria segno, che il proposto numero, e la radice cauata non è cubo, ma sordo. Adunque la radice cuba di 79507 è 43.

Modo d'approssimarsi sempre più nelle radici cube sorde.

1. SI cuba la radice trouata: e la differenza, cioè tutto quello, che scarseggia, ò supera il dato numero, si riserua da parte.

2. Si triplica la radice: Il triplicato si moltiplica per l'istessa radice; & al Prodotto s'aggionge il medesimo triplicato; e con questa somma si parte la differenza.

3. Vltimamente il Quotiente di tal diuisione s'aggionge alla prima radice, se manco: ouero si sottra, se superò il proposto numero; & il restante sarà la radice più propinqua della prima; e così con quest'ordine si può sempre più approssimarsi in infinito.

In-

Intorno alli rotti.

IN qual si voglia spetie di radice il modo di cauarle è vniuersale, almeno in quanto all'ordine: e però quì sodisfarò per tutte le spetie di radici. Primieramente bisogna sempre ridurre il rotto alla sua minima denominatione, tanto se sarà solo, quanto se sarà accompagnato con sani.

Rotti soli.

SE il Numeratore, & il Denominatore saranno tutti due numeri rationali, ò discreti: si caua la radice dall'vno, e dall'altro, come si fece appunto nelle quadri; però secondo la propria spetie.

Ma se l'vno, ò l'altro, ouero tutti due saranno numeri irrationali, ò sordi; per regola vniuersale si riduce il Denominatore del rotto nella spetie di radici più prossima inferiore, la quale col Numeratore: e dal Prodotto cauandone la proposta radice, e poi diuisa per il medemo Denominatore, il Quotiente sarà quello si cerca. Per esempio. Volendo cauare la radice cuba prossima di $\frac{5}{6}$; moltiplico il Numeratore col quadrato del Denominatore, e mi viene 180. Dal quale cauandone la radice cuba più prossima mi dà $5\frac{11}{18}$. Finalmente partendo questi $5\frac{11}{18}$ per il Denominatore 6; il Quotiente $\frac{101}{103}$ sarà il cercato. Adunque la radice cuba più prossima di $\frac{5}{6}$ sarà $\frac{101}{108}$. Ma se da $\frac{5}{6}$ volessi cauare la radice cuba di cuba; moltiplicarei il Numeratore per il quadrato di quadrato del Denominatore; e poi s'opera come sopra. *Et sic de singulis.*

Sani, e rotti.

IN qual si voglia spetie di radici se col rotto saranno sani, che ridotti alla natura del rotto, tanto il Numeratore; quanto il Denominatore resti numero rationale, ò discretto; basta a partire la radice del Numeratore per la radice del Denominatore, perche il Quotiente sarà la radice di tal sano, e rotto. Ma dopo l'hauere ridotto li sani in rotti, se il Numeratore, ò Denominatore, ouero l'vno, e l'altro fossero numeri irrationali, ò sordi; si caua la radice come s'è detto delli rotti soli

soli irrationali. Ma per esser cosa tanto chiara, e facile non vengo all'esempio.

REGOLE VNIVERSALI.

CAP. IV.

PEr non diffondermi in molte parole, e per non havere a far tante repliche, (come fanno alcuni Autori, che fanno spendere vn Mese di studio in quello, che si potria capire in vn sol giorno) hò giudicato bene di toccare in questo luogo alcuni auuisi, ò Regole vniuersali; mediante le quali, e con l'aiuto del triangolo, che poco dopo descriuerò, ogni mediocre ingegno saprà da sè medesimo cauare ogni sorte di radici, da qual si voglia numero, e sono le seguenti.

1. In qual si voglia spetie di radici il proposto numero si distingue in membri con punti. Nelle radici quadre si pontano le figure vna sì, & vna nò. Nelle cube vna sì, e due nò. Nelle quadr. di quadrate vna sì, e trè nò. Nelle relate vna sì, e quattro nò, e così successiuamente se ne lascia sempre vna di più: auuertendo, che sempre si punta la prima figura verso man dritta: e che di tante figure sarà la radice, quanti saranno li punti, notati nel proposto numero. L'vltimo membro, cioè il primo verso man manca, *vt plurimum*, resta imperfetto quanto al numero delle douute figure: ma non importa.

2. Per Regola vniuersale ne' numeri minori di qual si voglia spetie di radici, la radice non può mai essere più d'vna sol figura, la qual si caua con l'aiuto della propria tauolina, che poco dopo si notaranno fino al terzo relato inclusiuè, & il numero dal quale si caua tal radice (come anco di ciascun membro ne' numeri maggiori) sarà al più nelle quadri di due figure: nelle Cubi di trè; nelle quadrate di quadrate di 4. &c.

Nelli numeri maggiori di qualsiuoglia spetie di radici, il primo numero radicale facilissimamente si troua così. Basta a cauare la radice dal primo membro

9. L'auanzo non può esser mai più del Denominatore: e se fosse: bisognaria crescere la seconda figura radicale.

10 La proua naturale, si fà quadrando, cubando, &c. la radice trouata. Se fosse sorda vi s'aggionge l'auanzo: e se l'operatione sarà fatta bene, tornarà il proposto numero, e se nò facesti errore. La proua del 9 si caua così. Prima d'ogni cosa si caua il 9. dalla radice trouata: e l'auanzo si conuerte in tutte le spetie di radici, cominciando dalla prima, sino à quella, che attualmente si maneggia: cauando la proua di spetie in spetie: & il residuo di ciascuna moltiplicandolo sempre col residuo, primario della radice. Il che fatto, si caua la proua dall'auanzo la quale s'vnisce con l'altra, già trouata. Finalmente cauando la proua dal proposto numero, se l'operatione sarà fatta bene, restarà l'istessa proua: e se nò: errasti. Poco dopo in pratica mi dichiararò, e meglio si capirà a car. 241.

Ta-

Quad. Cub.		Secondo Relato.		Quad. Quad Quad.	
1	1	1	1	1	1
2	64	2	128	2	256
3	729	3	2187	3	6561
4	4096	4	16384	4	65536
5	15575	5	78375	5	391875
6	46656	6	279936	6	1679616
7	117649	7	823543	7	5764801
8	262144	8	2097152	8	16777216
9	531441	9	4782969	9	43046721

Cubo, Cubo.		Quad. primo relato.		Terzo relato.	
1	1	1	1	1	1
2	512	2	1024	2	2048
3	19683	3	59049	3	177147
4	262144	4	1048576	4	4194304
5	1953125	5	9765625	5	48828125
6	10077696	6	60466176	6	362797056
7	40353607	7	282475249	7	977326743
8	234217728	8	1073741824	8	8589934592
9	387420489	9	3486784401	9	31381059609

3 c 2

a —— b

Quad. 2 Quad.

Cubo 3 3 Cubo

Quad. Qu. 4 6 4 Quad. Qu.

P. Relato 5 10 10 5 P. Relato

Quad.Cu. 6 15 20 15 6 Quad.Cu.

Sec. Relato 7 21 35 35 21 7 Sec. Relato

Qu. Qu. Qu. 8 28 56 70 56 28 8 Qu. Qu. Qu.

Cub. Cub. 9 36 84 126 126 84 36 9 Cub. Cub.

Q.p.R. 10 45 120 210 252 210 120 45 10 Q.p.R.

3 R. 11 55 165 330 462 462 330 165 55 11 3 R.

C.q.q. 12 66 220 495 792 924 792 495 220 66 12 c.q.q.

DICHIARATIONE DEL SOPRALINEATO TRIANGOLO.

CAP. V.

LA linea a,b, diuisa in due parti nel punto c, rappresenta li due numeri radicali ne numeri maggiori. La parte a,c significa il primo numero, ò figura, e la parte c, b rappresenta la seconda.

Li nomi, che sono fuori del triangolo verso man mãca, significano le dignità della prima parte della linea; ouero della prima figura radicale; e quei, che sono fuori verso man dritta, rappresentano le dignità della secõda

par-

parte, ouero della seconda figura radicale. Le quali dignità sono fondate nella Progressione Geometrica doppia.

Tutti quei numeri, che dalla sõmità del triangolo, cioè dal numero 2, descendono dietro li due lati d'esso triangolo, sono fõdati nella Progression Aritmetica naturale. Tutti gli altri numeri sparsi ordinatamẽte dẽtro queste due file, ò Progressioni si formano, vnẽdo insieme li due numeri, che nel spatio precedente li stanno sopra. Per esempio, il 6 del terzo spatio è composto con li due 3, che li sono sopra nel secondo spatio, e così cõn gli altri.

Chi volesse cauar radici di più alta dignità, basta slongar il triangolo, e si slonghino anco le Progressioni Geometriche delle dignità, e quelle Aritmetiche naturali, e poi si troui gli altri numeri, come di sopra hò insegnato.

Vso, ò pratica del Triangolo.

MA per venire all'vso pratico di questo triangolo, io dico, che il cauar qual si voglia radice da vn proposto numero, si fà con tante operationi, ò Prodotti: quanti sono i luoghi caratterizati con numeri nel spatio della radice, che si vuole cauare, & vno di più per regola vniuersale, cominciando sempre dal pri. nu. verso man mãca. Il primo, & vltimo Prodotto è sempre operatione semplice, che si fà con la sola propria figura radicale: ma tutti gli altri sono Prodotti doppii: perche per ciascun di loro si maneggia la prima, e la seconda figura radicale. Mà come vadino maneggiate dette figure, si comprende chiaramente da quelle due linee interrotte, che partendosi da ciascun numero di doppia attione, vna incontra quella dignità a man manca, che col primo numero si deue maneggiare, e l'altra incontra quella della seconda figura. Il primo Prodotto dà sempre il Diuisore, per trouare la seconda figura radicale. L'vltimo Prodotto, (che, com'è hò detto è semplice, e fuori del triangolo) si forma col ridurre la seconda figura radicale alla sua dignità, e tal Prodotto cauandole dall'vltimo residuo, resta finita l'operatione.

Quando colsi Diuisore si parte il primo, ò l'altro residuo dell'opera one, bisogna auuertire, che il Quotiẽte non può mai esser più di 9. anzi parerà, che vi possi entrare assai, v'entrarà poco; perche bisogna, che auanzi tanto, che tirando giù vna figura per ciascuna operatione, vi si possino poi anco cauare tutti gli altri Prodotti: e però si costuma di farne esperienza appartatamente con la metà di quello, che pare poterui entrare; perche trouandosi esser di proposito per il terzo, ò quarto Prodotto; gli altri poi ci verranno posciache sempre diminuiscono; che così facendo, in due, ò trè esperienze s'imbrocarà il Quotiente, ò seconda figura radicale di proposito. O veniamo alla pratica.

Habbiasi da cauare la radice prima relata da questo numero 33554772. La prima figura radicale è 3. la quale si caua con l'aiuto della tauolina dal primo membro 335; e auanza 92, che con l 5, che si tira giù, dice 925. Il resto dell'operatione si fà con cinque Prodotti, quattro de quali si contengono nel spatio del primo relato, & il quinto è quello, toccato di sopra, e sono questi.

1 Per hauere il Diuisore 405 si moltiplica per 5 il Quad. di Quad. della prima figura radicale 3. col qual Diuisore si parte il 925, e di Quotiente ne viene 2; per la seconda figura radicale.

2 Si moltiplica per 10. il cubo della prima figura radicale, & il Prodotto si moltiplica per il quadrato della seconda, e farà 1080; da sottrarsi 1154. e resta 74.

3 Si moltiplica per 10 il cubo della seconda figura, & il Prodotto si moltiplica per il quadrato della prima, e farà 720, da cauarsi dal 747. e resta 27.

4 Si moltiplica per 5 il Quad. di Quad. della seconda, & il Prodotto si moltiplica per la semplice prima figura radicale 3, e farà 240; da sottrarsi dal 277. e resta 37.

5 Vltimamente cauando dall'vltimo residuo il relato della seconda figura (cioè 32;) restarà 340 per Numeratore del rotto, con che sarà finita l'operatione, come in figura si vede.

Nu-

Numero.33554772. R. prima Relata.32. 340 ——— Proua-- 0

45 5580.960 0

Diu.405--925
810 Radice prima Rel. 32

Prou. 5

Pr. resid. 1154 25 Quad.

1080 Second. Prod. Prou. 7

35 Cub.

Sec. Resid. 47 Prou. 8

70 Terzo Prod. 40 Qu. Qu.

Prou. 4

Terz. resid. 277 20 Pr. Rel.

240 Quart. Prod. Prou. 2

Quart. resid. 372

32 Quin. Prod.

Fine dell'o- 340

operatione.

La proua prima relata della radice è 2. quale vnita con la proua dell'vltimo residuo fà 0; e perche la proua del proposto numero è ancor essa 0, però l'operatione è ben fatta.

La proua naturale si fà relatando la radice prima rel. 32, e a tal relato aggiongerui l'auanzo 340, poiche la somma darà il numero, dal qual fù cauata la R prima relata.

Modo di trouare il Denominatore.

IL modo di trouar il Denominatore in qual si voglia spetie di radici, si fà cõ tanti Prodotti, tutti vniti insieme, quãti sono i luoghi caratterizati dẽtro il spatio della radice, che si caua; moltiplicando detti numeri con le dignità a mã mãca di tutta la radice trouata, e secõdo che insegnano le linee interrotte, che si portano da essi numeri. Siche il Denominatore del medemo proposto numero si forma cõ questi quattro Prodotti vniti insieme.

1 Si moltiplica per 5 il Quad. di qu. del 32 (nu. radicale.)

e fà ——————————— 5. 242. 880
2 Si moltiplica per 10 il suo cubo, qual sarà —— 327 680.
3 Si moltiplica per 10 il suo Quad. qual sarà — 10. 240.
4 Si moltip. per 5 la medesima radice 32, che sarà 1. 160

Tutti insieme fanno 5. 580. 960
Adunque la radice prima relata più prossima di 33. 554
772. sarà ——————————— 32 $\frac{340}{5580960}$.

Modo di far la proua.

NEl decimo auiso, ò regola vniuersale toccai in generale il modo di prouare l'operatione per la regola del 9. Adesso mò in pratica dico così.

La proua della radice 32 è 5. Questo 5 si quadra, e fà 25; la cui proua è 7. Questo 7. si moltiplica per la prima proua 5, e fà 35, per il cubo; la cui proua è 8. Questo 8 di nuouo si moltiplica per il 5, e fà 40, per il quadrato di quadrato, la cui proua è 4. Vltimamente questo 4 si moltiplica pur anco per il 5, e farà 20, per il primo relato; la cui proua è 2. Fatto questo, si caua la proua dal 340, che restò, e s'vnisce con l'vltima proua della radice, che fù 2. Il che fatto, si troua, che restarà proua o. Hora mò lo dico; che se l'operatione sarà fatta bene; cauando la proua dal proposto num. deue restar o; ma perche vi resta o; diremo, che l'operatione è ben fatta.

Vn altro esempio.

HAbbiasi ancora da cauare la nona spetie di radici, detta quad. primo relato da questo numero, che riceue pur solamente due punti, 16 679. 880 978 200. La prima figura radicale è 2, la quale si troua con l'aiuto della tauolina del quadrato primo relato, & auanza 643 che col 9 tirato giù, dice 6439. Il resto dell'operatione si doueria fare contro Prodotti. Come si caua dal spatio della dignità quadrata prima relata nel triangolo.

```
166798809782001   6.439.880.978.200.      8
1024.           20————————————————     —1—
————              6.439.880.978.200. Pr.8
320 16439880978200
```

Primo Per hauer il Diuisore. 5120 si moltiplica per 10 il cub.di cub.della prima figura radicale. Questo Diuisore pare,che possi entrar nel primo residuo vna volta:mà per le circostanze toccate di sopra;non ci entra alcuna volta,mancandoli vna sola Vnità, per poterui riuscire tutti gli altri Prodotti,e però si mette vno appresso la prima figura radicale,che dirà 20. Mà perche tutti gli altri Prodotti, che si doueriano fare,si riducono in nulla per rispetto di quello nell'vltimo luogo del Quotiente, resta per ciò finita l'operatione. Basta aggiongere al residuo della prima operatione tutti gli altri numeri, che ad vno,ad vno si doueuano tirar giù. Il che fatto; sarà il Numeratore; e questo serui per auuiso in casi simili.

Il denominatore si troua con 9. Prodotti, come insegna il spatio del Quadrato primo relato nel triangolo, e sono questi.

1 Si moltiplica per 10 il cub. cub. della radice, che farà ———— 5.120.000.000.000. (2 1)

2 Si moltiplica per 45. il Qu.quad. qua l. d'essa radice———— 1.152.000.000.000. (2 1)

3 Si moltiplica per 120 il suo secondo Relato, che farà ———— 153.600.000.000 (1)

4 Si moltiplica per 210 il suo quad. cubo, che farà ———— 13.440.000.000. (1)

5 Si moltiplica per 252 il suo primo Relato, che farà ———— 806.400 000 (1)

6 Si moltiplica per 210 il suo quad: che farà ———— 33.600.000. (1)

7 Si moltiplica per 120 il suo cubo, che farà — 960.000

8 Si moltiplica per 45 il suo quad. che farà —— 18.000

9 Si moltiplica per 10 la semplice radice, che farà—200

Denominatore. 6.439. 880.978.200 (2 1)

In questo caso il Numeratore è in quantità eguale al Denominatore: perche il proposto numero manca d' vna soa Vnità ad esser numero rationale, ò discretto, cioè ad esser numero quadrato primo relato.

La proua della radice é 2

	4 Quad.
Proua. 4	
	8 Cub.
Proua 8	
	16 Qu. Cu.
Proua. 7	
	14 Primo Rel.
Proua 5	
	10 uC. Cub.
Proua. 1	
	2 Secondo Rel.
Proua. 2	
	4 C. C. C.
Proua. 4	
	8 Cu. Cu.
Proua. 8	
	16 Cu. Primo Rel.
Proua. 7	

La proua Qu. prima relata della radice é 7 Quella del residuo è 1. quale vnito col 7 fà 8: e perche la proua del proposto numero é 8. l'operatione stà bene.

Vi restaria da prouare, che questo modo d'estraere le radici, e di trouare il Denominatore, é fondato nella vera Geometria, e demostrabile per quella linea diuisa in due parti, e posta sopra il triangolo. Ma perche tal demostratione ricerca fondamento di Geometria, e longhezza di discorso per volerla far capire; perciò (con buona gratia) rimetto il studioso Lettore alla Seconda Parte del non mai a bastanza lodato Nicolò Tartaglia; nella quale copiosamente ne discorre, per ciascuna spetie di radici fino al terzo relato. E tanto basti in materia d'estrattione di radici.

PROGRESSIONE DELLE DIGNITA

Sino à 30. termini; e della loro origine.

CAP. VI.

1.	Vnità	1
2.	Radice generale	2
3.	Quadrato	4
4.	Cubo	8
5.	Quad.Quad.	16
6.	Primo Relato	32
7.	Quad. Cubo	64
8.	Secondo Relato	128
9.	Quad. Quad. Quad.	256
10.	Cubo. Cubo	512
11.	Quad. prim. Relato	1024
12.	Terzo Relato	2.048
13.	Cub. Quad. Quad.	4.096
14.	Quarto Relato	8.192
15.	Quad. ſecon. rel.	16.384
16.	Cubo prim. relato	32.768
17.	Qu. Qu. Qu. Qu.	65.536
18.	Quinto relato	131.072
19.	Quad. Cub. Cub.	262.144
20.	Seſto relato	524.288
21.	Quad. Qu. prim. rel.	1 048.476
22.	Quad. terz. rel.	2.097.152
23.	Quad. terz. rel.	4.194.304
24.	Settimo relato	8.388.608
25.	Cub. Qu. Qu. Qu.	16.777.216
26.	Ottauo relato	33.554.432
27.	Quad. quart. rel	67.108.864
28	Cu. Cu. Cu.	134 217.728
29.	Quad. Qu. ſec. rel.	268.435.456
30.	Nono relato	536.870.912

La

LA natural origine di tutte le sudette dignità si trouano mediante l'ammaestramento d'Eucl. lib. 9. prop 8. qual dice così. Se saranno più numeri, (e quanti si vogliono) dall'Vnità continuamente proportionali, il terzo dall'Vnità sarà numero quadrato; e per l'auuenire ogni secondo. Si che tutti li termini dispari saranno quadri, come il quinto, il settimo, &c. Il quarto dall'Vnità sarà Cubo, e per l'auuenire ogni terzo, come il settimo termine, il 10, 13, &c. Il quinto sarà quadr. per quadr. e per l'auuenire ogni quarto: come il 9. termine, il 13 17.&c. Il sesto sarà primo relato, e per l'auuenire ogni quinto: come l'11, 16, e 21 termine &c E così con quest'ordine si procede in infinito. Anzi per maggior intelligenza hò posto a canto delle dignità la progressione Aritmetica naturale: acciò con prestezza si troui il tutto. Se li nomi delle dignità non cadessero con l'istesso ordine, che sono scritti, non importa basta, che siano gl'istessi nomi. Per esempio. La 25. dignità dice cub. qu.qu.qu. Se dicesse mò qu. cu.qu. ouero qu.qu.cub. saria l'istesso.

COME SI MANEGGINO LE RADICI.

CAP VII.

QValsiuoglia spetie di radici si maneggia per tutti gli atti dell'Algorismo: come si maneggiano li numeri sani semplici, e rotti: Vero è, che l'ordine è differente da quello; perche nel maneggiare le radici si tiene quest'ordine, cioè Numerare, ouero rappresentare, Moltiplicare, Partire, Sommare; e Sottrare. Ma ciò per commodità, non per necessità.

Del rappresentar delle Radici.

SE la radice è rationale, ò discretta si numera, e rappresenta semplicemente come si costuma ne' numeri sani, ouero sani rotti. Per esempio la radice quadra

dra di 4 si rappresenta per numero 2. la radice cuba di 8 si rappresenta parimente per num. 2: per esser l'vna, e l'altra radice rationale: e così con altre spetie di radici, Ma perche le radici sorde non si possono assegnare precisamente nè per num. sano, nè per sano e rotto: però tali radici si rappresentano sordamento così. Per esempio. Douendo rappresentare, e maneggiare la radice quadra di 2: la rappresentarò in questo modo ℞ 2. E la radice cuba di 3 la rappresentarò così, ℞ cu. 3. &c. La conclusione sia, che si descriue il numero, dal quale si doueria cauare la radice; ponendoui il conueniente carattere secondo la spetie della radice Bisogna anco auuertire, che douendo maneggiare dette radici sorde: non si deue cauare da principio la prossima radice, per moltiplicarla, diuiderla, &c. perche quel piccol errore, che contiene ogni radice sorda in sè; moltiplicato, diuidolo, &c. nel fine dell'operatione si faria errorazzo grande.

Del Moltiplicare delle Radici.

PEr bene intendere quello, che s'hà da dire, bisogna sapere: che tanto fà a moltiplicare vn numero con vn altro: quanto che a moltiplicare qualsiuoglia spetie di dignità dell'vno con la medesima spetie di dignità dell'altro; e poi dal Prodotto cauarne la radice di quella tal spetie di dignità. Per esempio tanto fà a moltiplicare 2 per 3. quanto fà a moltiplicare il quadrato di 2 con il quadrato di 3, che saria 36.) e poi cauarne la radice quadra; che pure è 6: come per l'altro modo. così con qualsivoglia spetie di radici.

In trè modi può occorrere il moltiplicare delle radici (e sempre intende di radici sorde) il primo modo è moltiplicare vna radice secondo la sua spetie: cioè, s'ella è radice quadra, quadrarla. S'ella è cuba, cubarla, &c. il che non è altro, che ridurre tal radice alla sua dignità. Quando adunque si vorra moltiplicare vna radice secondo la sua spetie, basta a scancellare depennare quel carattere, che tal radice tiene appresso di sè per pro-

propria denominatione. Vero è che quello, che prima era lineale, si fà superficiale, &c. e numero rationale. Per esempio. A quadrare ℞ 2, fà ℞ 4: ma perche quel ℞ 4 è superficie, e la sua radice è 2 per numero, però (come hò detto) basta a depennare il carattere &c.

Moltiplicare di Radici secondo la sua spetie.

A quadrar	℞	2	fà	2
A Cubare	℞ Cub.	2	fà	2
A recara Qu. Qu.	℞ Qu.Qu.Qu.	2	fà	2
A relatare.	℞ relata	2	fà	2
A Quàd.Cub.	℞ Qu.Cub.	2	fà	2
A second. rel.	℞ sec.rel.	2	fà	2
A Qu Qu.Qu.	℞ Qu.Qu.Qu.	2	fà	2
A Cub. Cub.	℞ Cub. Cub.	2	fà	2
A Quad. rel.	℞ Quad rel.	2	fà	2
A terzo rel.	℞ terz. rel.	2	fà	2

Moltiplicare di Radici quadre in sè.

℞	2	via	℞	2	f	2
℞	3	——	℞	3	——	3
℞	5	——	℞	5	——	5
℞	6	——	℞	6	——	6
℞	7	——	℞	7	——	7
℞	8	——	℞	8	——	8
℞	9	——	℞	9	——	9
℞	10	——	℞	10	——	10
℞	11	——	℞	11	——	11

Et sic de singulis.

Il secondo modo è moltiplicare vna radice con vn altra radice da lei diuersa, ma della medesima spetie. In tal caso si moltiplica l'vna con l'altra, come si fà con numeri, & il Prodotto sarà quello, che si cerca. Vero è, che quando il Prodotto sarà rationale; si caua la radice rationale: come in esempio si vede qui sotto.

Amo!

A moltiplicare.

R.	—— 2	via	R. ——	3	fà	R.	6
R. cu.	2 ——		R. cu.	3	—	R. cub.	6
R. R.	2 ——		R. R.	3	—	R. R.	6
R. rel.	2 ——		R. rel.	3	—	R. rel.	6

A moltiplicare.

R. 3	via	R.	5	fà	R.	15.
R. 2	——	R.	8	——	R.	16. cioè 4 per nù.
R. 3	——	R.	12	——	R.	36. cioè 6. per nu.
R. 6	——	R.	24	——	R.	144. cioè 12. per nu.

Il terzo modo è moltiplicar vna radice per numero, ò numero per radice. In tal caſo ſi riduce il numero alla natura, ò ſpetie della radice, con la quale s'hà da moltiplicare: e poi s'opera, come s'è detto di ſopra del ſecondo modo.

Per eſempio. Voglio moltiplicare 5 con R. 20. (Notate bene.) Non voglio già inferire, che s'habbia da moltiplicare 5 con 20: ma deuo moltiplicare 5 con la radice, che contiene in sè il 20, e perche la radice di 20 non ſi può dichiarare per numero: il 20 viene ad eſſere la quadratura d'eſſa radice, che ſtà occulta in eſſo 20, e però biſogna quadrar quel 5, e R. 25, e poi moltiplicare 20 con 25. Si che a moltiplicar 5. con R. 20 fà R. 500.

A moltiplicare.

℞	2	via 3	fà	℞	——————	18
℞ cub.	2	—— 3	—	℞ cub.	——————	54
℞ ℞	2	—— 3	—	℞ ℞	——————	162
℞ rel.	2	—— 3	—	℞ rel.	——————	486
℞ qu. cu.	2	—— 3	—	℞ qu. cub.	——————	1458

A mol-

A moltiplicare.

R 3 via 2 fa R 12
R 6 ——— 5 ——— R 150
R 20 ——— 4 ——— R 320
2 via R 12 fa R 48
5 ——— R 5 ——— R 125

L'istesso ordine si tiene con le altre spetie di radici; non solo ne' numeri sani; ma anco nelli rotti, e sani, e rotti.

Del partire delle Radici.

IL partire è vn atto totalmente contrario al moltiplicare; e però tal atto può occorrere in vno de' trè modi, e con l'istesse cautelle, ò circonstanze dette del moltiplicare delle radici. Quando occorre di partire vn numero per radice; ò radice per numero si conuerte il numero nella natura della radice. Nel resto; s'habbia mò da partire vna radice per vn altra radice à lei simile, ò dissimile in quantità (mà sempre della medesima spetie) sempre si parte l'vna per l'altra, come si costuma ne' numeri: & il Quotiente sarà quello, che si cerca. Vero è, che quando il Quotiente sarà numerò rationale, si caua la sua radice rationale: come appare dalli seguenti esempij.

A partire.

R ——— 2 per R ——— 2 ne vien 1
R cu. ——— 2 ——— R cub. 2 ——— 1
R. R ——— 2 ——— R. R 2 ——— 1
R rel. ——— 2 ——— R. rel. 2 ——— 1

R ——— 24 per R ——— 3 ne viẽ R 8
R ——— 10 ——— R ——— 5 ——— R 4 cioè 2. per nu.
R ——— 80 ——— R ——— 5 ——— R 16 cioè 4. per nu.
R ——— 23 ——— R ——— 7 ——— R 3 $\frac{2}{7}$

A par.

rationale; e così successiuamente. Cioè, sempre per regola ferma si moltiplica la propinqua dignità inferiore dell'vna per l'altra semplice.

Come si sommano due radici eguali.

Volendo sommare due radici eguali basta a raddoppiare vna di quelle; il che si fà moltiplicandola per la dignità di 2 secondo la spetie di tal radice; come appare in esempio. Se le radici eguali da sommarsi fossero trè, si moltiplica vna di esse per la dignità di 3. *Et sic de singulis.*

A sommare.

R — 3 con R -- fà R —— 12

R cu. 3 —— R cu. 3 - R cub. 24

R R. 3 —— R. R. 3. R. R. -- 48

R. rel. 3 —— R. rel. 3 - R. rel. - 96

Come si sommano le radici communicanti.

Volendo sommare due radici communicanti si parte la maggiore per la minore. Dipoi, cauando la douuta radice dal Quotiente, (che sempre sarà rationale) tal radice manifesta quante volte la maggiore contenghi la minore. Fatto questo: alla trouata radice (per regola ferma in ogni spetie di radici) s'aggionge l'Vnità, qual Vnità contiene la quãtità della radice minore. Vltimamente riducendo questa somma alla sua dignità e moltiplicandola con la radice minore; il Prodotto sarà la somma delle proposte due radici. Per esempio. Volendo sommare la R di 5 con la R di 80, si parte l'80 per 5; e ne viene R 16, la cui radice per num. è 4. Hora mò dico, che questo 4 dichiara, che la R. di 80 contiene quattro volte la R di 5 Aggiongendo adunque l'Vnità al 4, fà 5, quale, quadrato che sia, fà 25, e questa quadratura 25 moltiplicandola subito per R minor 5, s'hauerà di Prodotto 125. Adunque la somma di R. 5. con la R. di 80, è la R. di 125 (quantità irrationale.)

A Sommare.

La R. di 5 con la R. di 80 fà la R. di 125
La R. -- 8 con la R. -- 98 fà la R. -- 162
La R.cub.2 con la R.cub.54 fà la R.cub.128
La R.R. 3 con la R.R.-48 fà la R.R.— 243
La R.rel.4 con la R.rel.128 fà la R.rel.—972

Come si sommano le radici non communicanti, & R. con numero.

Bisogna esser auuertito, che il numero è sempre incommensurabile con qualsiuoglia spetie di radici irrationali, ò sorde; Volendo adunque sommare insieme due radici non communicati: ouero radice con numero: perche è impossibile il poterle mescolare insieme, e proferirle con vn sol nome; bisogna di necessità proferirle, e rappresentarle distintamente con due nomi per mezo di questo termine, Più. Per esempio. Volendo sommare la R. di 5 con la R di 3. diremo, che tal somma sarà la R. di 5, più la R. di 3. e questo si chiama semplicemente Binomio. Nell'altre spetie vi si aggionge la qualità dal binomio: come di Binomio, Cubo, Relato, &c.

A som.	R. — 6	con	R. 4	fà	R. — 6	più	R — 4
	R. cu. 7	—	R. cu. 5	-	R. cu. 7	—	R. cu. - 5
	R.R—8	—	R·R 6	-	R.R 8	—	R.R. - 6
	R. rel· 12	—	R.rel. 10	-	R.rel 12	—	R.rel. 10

A som.	R. — 20	con 3	fà R. 20	——	più — 3
	R.cu. 5	con 4	fà — 4	——	R. cu 5
	R.R·—7	con 6	fà — 6	——	RR. 7
	R.rel.—10	con	fà — 8	——	R. rel. 10

Del sottrar delle Radici.

IL Sottrare delle radici è vn atto cõtrario al sommare di esse: e perciò può occorrer in tutti quei modi, che occorre in sommare di quelle. A sottrar vna radice di qual si voglia spetie da vn altra à lei eguale, (mà della me-

medesima spetie,) sempre resta o.

A sottrare vna radice minore da vna maggiore, à lei communicante; s'opera in tutto, e per tutto come s'è fatto nel sommare di esse: eccetto, che doue nel sommare s'aggionge l'Vnità, nel sottrare si leua. Per esempio. Volendo sottrare R.5. da R 125, si parte la maggiore per la minore, e di Quotiente ne viene R.25, cioè 5 per numero. In vece mò d'aggiongere l'Vnità a questo 5, si lieua, e resta 4, il quale quadrandolo fà 16; col quale moltiplicando la R.5, fa R 80; e così diremmo, che à sottrar R.5 da R. 125, resta R. 80.

Quando s'hauesse da sottrare vna radice da vn altra non communicante, ouero da qualche numero: bisogna rappresentarli con due nomi per mezo di questo termine. Men. Per esempio. Volendo sottrar R. 3. da R. 5. si dirà, che resta R. 5, men R. 3, e questo si chiama semplicemente Residuo; se si trattasse di radice cuba, si chiamaria Residuo cubo, *& sic de singulis*. Il men abbreuiato si nota così. m̃.

Modo di maneggiare le radici in diuerse spetie.

QVando s'hauessero da maneggiare radici di diuerse spetie; si conuertono ad vna medesima natura, ò spetie moltiplicando vicendeuolmente la dignità d'vna con la digità dell'altra; e poi si moltiplicano, si diuidono, si sommano, e si sottrano secondo l'ordine, dato nelle precedenti regole. Per esempio. Volendo moltiplicare R 2. con R. cub 3, per ridurle ad vna medesima spetie si quadra la R. cuba 3, e farà R.cub.quad. 9. di poi si cuba la R. quadra 2, e farà R. quad. cuba 8. Fatto questo, si moltiplica R. quad. cub. 8. con R cub. quad. 9; e farà R. cub. quad. ò quad. cub. 72. (che tutto è vno) Così quando s'hauesse da partire, sommare, ò sottrare, &c.

Questo modo di sommare, e sottrare con il termine del più, e meno, si costuma anco la da naturali nelle quantità rationali di natura diuerse. Laonde si dice,

A sommar 10 p 4 con 8 p. 3	A sõmar 12 mẽ 5 con 13 mẽ 2	A sommar 9 p. 3 con 8 m. 4
Farà 18 p. 7 cioè 25.	Farà 25 m. 7 cioè 18	Farà 17 m. 1 cioè 16

E che ciò sia la verità. Dicasi 9 p. 3 fà 12; & 8, men 4, resta 4; sommando 12 con 4; farà parimente 16. (E riesce con tutti.

A sõmar 15 m. 6. con 13 p. 3	A sõmar 16 p. 5 con 14 m. 5	A sõmar 13 p. 0 con 9 m. 5
Farà 28 m. 3 cioè 25	Farà 30 -- 0	Farà 22 m. 5 cioè 17

Sottrar del più, e del meno.

A Sottrare più minore da più maggiore resta sempre più.

A sottrar più maggiore da più inferiore, s'abbatte l'inferiore, e resta men.

A sottrar più da men, si somma semplicemente, e resta men.

Circa il men s'osserua l'istessa cautella, cioè.

A sottrar men minore da men maggiore, sempre resta men.

A sottrar men maggiore da men inferiore, s'abbatte l'inferiore, e resta più.

A sottrar men da più, si somma semplicemente, e resta più.

Esempii del più.

A sottr. da 20 p. 5 7 p 2	Da 17 p 5 9 p 5	Da 18 p 2 12 p 6
Resta 13 p 3	Rest. 8 p o	Resta 6 mẽ 4
Proua 20 p 5	Proua 17 p 5	Proua 18 p 2

Da 25 men 3 7 p 5	Da 26 men 3 12 p 3
Resta 18 men 8	Resta 14 mẽ 6
Proua 25 men 3	Proua 26 men 3

Esempii del meno.

A sott. da 19 mẽ 5 14 mẽ 3	Da 15 men 3 10 men 3	Da 25 men 4 18 men 7
Resta 5 mẽ 2	Resta 5 men o	Resta 7 più 3
Proua 19 mẽ 5	Proua 15 men 3	Proua 25 men 4

A sott. da 26 più 2 17 mẽ 5	Da 18 più 4 13 men 4	Da 20 più o 12 men 5
Resta 9 più 7	Resta 5 più 8	Resta 8 più 5
Proua 26 più 2	Proua 18 più 4	Proua 20 più o

La proua si fà con l'atto contrario: cioè col sommare.

Moltiplicare del più, e del meno,

A Moltiplicar più con più, ò men con men, fà sempre più.

A moltiplicar più con men, ò men con più, fà sempre men.

Que-

Questi due moltiplicari si possono far per Crosetta, ò per Scacchiero: ma più lodo quest'ultimo: perche serue molto bene non solo per li Binomii, mà per li trinomii, e moltino mii ancora. Bisogna ancora auuertire, che in questi moltiplicari non si portano via le decine: ma ogni Prodotto si descriue intiero con il carattere di più, ò di meno, secondo le Regole date di sopra. Alla pratica &c.

A moltiplicare per Crosetta. Per Scacchiero.

8 più 4	15 men 3	9 men 2	9 più 4
per —— 6	per —— 7	8 men 3	5 men 8
Fà 48 più 24	Fà 105 mẽ 21	Fà 72 m. 43 p. 6	men 27 men 12
che saria 72	che saria 84	che saria 35	45 p. 20
			Fà 45 mẽ 7 mẽ 12
			che aria 20

Partire del Più e del meno.

IL partire del più, e del meno hà l'istesse cautelle, che hà il moltiplicare, cioè.

A partire più per più, ò men per men fà sempre più
A partire più per men, ò men per più, fà sempre men

TRATTATO

DE BINOMII.

PEr bene intendere il sommare, sottrare, moltiplicare, & il partire qual si voglia spetie di Binomio: bisogna hauer bene a memoria il sommare, sottrare, moltiplicare, e il partire delle radici; e parimente del più, e del meno: il che sapendo è poi facile il maneggiare li Binomii per tutte le spetie dell'Algorismo.

Non mi curo di diffinire in questo luogo, che cosa sia Binomio, e quante siano le di lui spetie; sì perche s'aspetta alla quantità continua, e per esser ben intesoci,

vorria buon fondamento in Geometria: sì anco perche à pieno sodisfaccio in vn Memoriale Geometrico; che (à Dio piacendo) sarà esposto al publico ; ma quì pretendo solamente d'insegnare il modo di maneggiare qual si voglia Binomio, ò Residuo per tutte le spetie dell'Algorismo, &c.

DEL SOMMARE

Li Binomij, e Residui.

CAP. I.

QVanto al Sommare Può occorrere d'hauer à sommare vn Binomio ò Residuo con vna quantità di vn sol nome,come di numero solo,ò di R sola, ò pure con vn altro Binomio,ò Residuo; la qual quantità, Binomio, ò Residuo può essere communicante in parte,ò in tutto con l'altro Binomio,ò Residuo: (il che bisogna sempre auuertire molto bene:) e poco importa, che siano communicanti, ò per Crocetta, ò quel di sotto con quel di sopra . Dal che si caua, che sommando vn Binomio, ò Residuo, con vn altro Binomio,ò Residuo, restarà alle volte solamente vn Binomio, ò Residuo, alle volte restarà vn trinomio; e quando non fossero communicanti in parte alcuna, si formaria vn quadrinomio, e parimente sommando vna quantità di vn sol nome, con vn Binomio, ò Residuo non communicanti, si formaria vn trinomio; come in esempij si vede.

Quì rinfresco alla memoria,che il numero non è mai communicante, ò commensurabile con qualsiuoglia spetie di radici; ma numero, con numero è sempre commensurabile, e si sommano semplicemente.In qual si voglia proposto esempio le radici, che tengono appresso di sè questo segno* sono fra loro communicanti; però si sommano, come hò insegnato a cart. 233. e come ricerca la regola del più, e men.

A som-

A sommare con R. 20. p. 3 questo 4	A sommar cõ R. 20 men 3 questo 4
Farà R. 20. p. 7.	Farà R. 20 p. 1.
A sommar con 10. p. R. 3* questa R 27*	A sõmar con 10 mẽ R 3* questa R 27*
Farà 10. p. R. 48.	Farà 10 p. R 12

A sommare con R. 20 * p. 3
questa R. 5 *

Farà R. 45. p 3

A sommar con 6 p R 5
questa R 7

Farà 6. p. R. 5. p. R. 7.

A sommare cõ 6 men R. 5 questa R. 7	A sõmare cõ R. 32. mẽ R. 5 questa R. 5.
Farà 6 men R. 5. p. R. 7.	Farà R. 32 appunto.
A sõmare con 7 più R. 27* questo 5 più R. 3*	A sõmare cõ 7 men R. 27* questo 5 men R. 3*
Fara 12 più R. 48	Farà R. 12 men R. 48
A sõmare con 7 più R. 27.* questo 5 men R. 3*	A sõm. con 9* più R. 20* questo R. 80* men 3*
Farà 12 più R. 12	Farà R. 180. men 6
A sõ. con R. 20 *men. 3* questo. 3 *p. R. 5*	A som. cõ R 20* men 3* questo 3 * m. R. 5*
Farà R 45 appunto.	Farà R 5 appunto.

Questi trè vltimi esempij sono communicanti per crocetta.

A som-

A sommare con 6. più R. 2.*
questo R. 18* più R. 10

Farà 6 più R. 32 più R. 10

A sommare con 7 più R. 3
questo. 19. più R. 5

Farà 7 più R. 3 più R. 19 p. R. 5

A sõmare cõ 6 mẽ R 13
questo R. 13 più R. 7

Farà 6 più R 7

Nel sommare due Residui, ouero vn Binomio con vn Residuo, si suol tirar vna lineetta curua nel rappresẽtar tal somma frà l'vno, e l'altro Residuo: perche non facendo così, alle volte tal somma si porria intendere in due modi. E per maggior intelligenza ne pongo quì di sotto trè esempii.

A sommare con R. 20. men R. 6.
questo R 13 men R. 2.

Farà R. 20. men. R. 6. (p. R. 13. men R. 2.

A sommar con R 12 più R. 5.
questo. R. 3 men R. 2.

Farà R. 12. p. R. 5 (p. 3. men. R. 2.

A sommare con R. 24 men. R. 7.
questo R. 12 più R. 5.

Farà R. 24. men R. 7 (p. R. 12. p. R. 5.

DEL SOTTRARE.

De' Binomij, e Reſidui.

CAP. II.

IL ſottrare de' Binomii, e Reſidui è vn atto contrario al ſommare di eſſi, e può occorrere nel modo medeſimo; nè vi è altra differenza; ſe non che doue nel ſommare ſi ſommano li nomi communicanti, e nel ſottrare ſi ſottrano; hauendo però ſempre riſguardo al ſottrar delle radici, e del più, e del meno. E perche il ſottrare, è la proua del ſommare, eſemplificarò alcuni di quei eſempii, poſti nel ſommare; con l'aggionta di quei auuiſi, che hanno qualche eſſentialità.

A ſottrare da R. 20. più 7 queſto 4 reſta R. 20 più 3	A ſottrare da R 20 più 1 queſto 4 reſta R 20 men 3
A ſottrare da R 45 * più 3 queſta R 5 * reſta R 40. più 3	A ſottr. da R. 50. più R. 10 queſto 6 reſta ℞ 50 più R. 10 men 6
A ſottrar da ℞ 19 men R 3 queſta R 2 reſta R 19 mē R 3 mē R 2	A ſottrar da R 19 queſta (R. 3 più R 2 reſta R 19 mē(℞ 3 più R 2

Quando la quantità di vn ſol nome non ſarà communicante con alcuno de nomi Binomii, ò reſidui; tal reſto biſognarà rappreſentarlo con vn reſiduo trinomiale; come ſi vede ne tre vltimi eſempii: e ſe bene nell' vltimo v'è vn più, queſto ſignifica ancor lui meno. Voglio dire, che da 19 s'ha da cauare 3, e di più ancora 2 che reſtariano 14, come nel penultimo eſempio appare.

Si-

Siche l'vltimo, e penultimo esempio sono l'istesso. (Hò esemplificato, come se fosse quantità rationale)

A sottrare da 12 più ℞ 48*	A sottrare da 12 mẽ ℞ 48*
questo 5 più ℞ 3*	questo 5 mẽ ℞ 3*
resta 7 più ℞ 27	resta 7 mẽ ℞ 27
A sottrare da 12 più ℞ 12*	A sottrare da 20 più ℞ 7
questo 5 men ℞ 3*	questo 8 più ℞ 5
resta 7 più ℞ 27	resta 12 più ℞ 7 men R 5

A sottrare da 20 men ℞. 7.
questo 8 più R. 5

resta 12 men (℞. 7. men ℞. 5.

A sottrare da 20 men ℞. 7.
questo 8 più ℞. 5.

resta 12 men (℞. 7. mẽ ℞. 5.

A sottrare da R. 24 più R. 14
questa R. 7. più 2.

resta R. 24. più R. 14. men (R. 7. più 2.)

A sottrare da R. 24. men R. 14.
questa R. 7. più 2.

resta R. 24 men R. 14. men (R. 7 più 2.)

A sottrare da 20 più R. 7.
questo 8 mẽ R. 5.

resta 12 più R. 7. più R. 5.

A sottrare da R. 15 più R. 6.
questa R. 10. più R. 6.

resta R. 15. più R. 10.

A sot-

A sottrare da R.24.men R.14.
questa R.7.men R.2.

resta R.24.mẽ R.14.mẽ (R. 7. men.2.
A sottrare da R.24. più R.14.
questa R. 7. men R.2.

resta R.24 più R.14. men (R.7. men 2.)
ouero R.24 più R.14. più R. 2. mẽ R.7.

S'osserui bene li soprascritti esempij; perche alcuni restano di due, altri di trè, & altri di quattro nomi, secondo, che li Binomij, e Residui frà loro sono più, ò meno communicanti. Con l'istesso ordine precedente si sommano, e sottrano li Binomij, con li Trinomij, Quadrinomij, &c. non solo nelle radici quadre; ma nelle Cube, quadrate di quadrate, &c. hauendo sempre l'occhio al sommare, e sottrare delle radici communicanti, e del più, e meno.

DEL MOLTIPLICARE

De' Binomij, e Residui.

C A P. III.

IL moltiplicare de' Binomij, e Residui, e Multinomij può occorrere in varii, e diuersi modi, come in esempij quì di sotto si vede. Si può procedere per via di Crosetta; ò per Scacchiero. Ne Multinomij è meglio il Scacchiero, ma ne Binomij, e residui di due nomi, e più sbrigato la Crosetta. Habbiasi bene l'occhio al moltiplicar delle radici con numero, e del più, e del meno. Fatta la moltiplicatione, se nel Prodotto vi fossero radici communicanti, ò numeri semplici; si sommano ò sottrano secondo, che vuol la regola; acciò il Pro-

Prodotto resti di minor nomi, e per ciò più intelligibile. Li numeri semplici sono sempre frà loro communicanti. In esempio pongo solamente le radici quadre, e le cube, mà con l'istesso ordine, e regole si moltiplicano ancora le spetie di radici più alte.

A moltiplicar R 20 più 2
per 9

Farà R. 1620 più 18

A moltiplicar 10 più R. 5. men R. 3.
per 4

Farà 40 più R 80. men R. 48.

A moltiplicar 40 più R. 10
per R. 5

Farà R. 8000. più R. 50.

A moltiplicar R. 20. men. 2
per 9

Farà R. 1620. men 18.

A moltiplicar R. cub. 128 più 3
per 2

Farà R. cub. 1024 più 6.
A moltiplicar 6 più R. cub. 2.
per R. cub. 3

Farà R. cu. 648 più R. cub. 6.

Il modo di quadrar qualsiuoglia spetie di Binomio é l'istesso, che moltiplicar vn Binomio con vn altro Binomio, simile: e si fà così. (per il modo più leggiadro)
S'vni-

S'vniscono insieme li quadrati delli due nomi di tal Binomio cõ il doppio della moltiplicatione d'un nome nell'altro: perche tal sõma sarà la ricercata quadratura. Ma se fossero residui, il doppio del Prodotto d'Vn nome nell'altro si sottra dalla somma de'quadrati: & il resto sarà quello si cerca. Si può procedere ancora per via di Crosetta, ò per Scacchiero. Habbiasi l'occho al sõmare due radici eguali. Qui pongo trè esẽpij Eucl. l. 2. prop 4.

A moltiplicar 5 più ℞ 3	A moltiplicare 10. men ℞ 5.
per 5 più ℞ 3	per 10 men ℞ 5.
Farà 28 più ℞ 300	Farà 105 men ℞ 2000

A moltiplicar ℞. cù. 4. m. ℞ cu. 2.
per ℞ cub. 4. m. ℞. cu. 2.

Farà ℞ cu. 16. men. 4. p. R. cu. 4.

Esempii di Binomio con Binomio, e di Residuo con Residuo.

A moltiplicar 5 più ℞ 2.
per 4 più ℞ 3

Farà 20. più ℞. 32. più ℞ 75. più ℞ 6.

A moltiplicar 5 men ℞ 2
per 4 men ℞ 3

Farà 20 men ℞. 32. men ℞ 75. più 6.

A moltiplicar ℞ 24 men 3
per ℞ 6 men 2

Farà 12 men ℞ 54. men ℞ 96. più 6.
cioè 18. men ℞ 54. men ℞ 96.
cioè 18. men ℞. 299.

A moltiplicar ℞. cu. 7. più ℞. cub. 3
per ℞. cu. 5. più ℞. cub. 2.

Farà ℞. cu. 35. p. ℞ cu. 15. p. ℞. cu. 14. p. ℞. cu. 6.

In questo esempio vi sono R, e numeri communicanti.

Esempij di Binomio con Residuo, & è contra.

IL modo di moltiplicare vn Binomio con vn residuo, o residuo con Binomio è l'istesso, vsato di sopra ne Binomii con Binomio, &c. Basta hauer ben l'occhio al al moltiplicar del più, e del meno.

Quando s'hauesse da moltiplicare vn Binomio con vn Residuo eguale, il Prodotto sarà sempre rationale: per esser ciascun nome communicante col suo relatiuo nella medesima proportione. L'istesso accade dalla moltiplicatione d'vn residuo con vn Binomio (qual si sia) pur ch'habbia la medesima qualità Eucl. lib. 10. prop. 113, & 114. Mà per conoscere se vi sia questa qualità, basta a moltiplicarla in croce: perche, se produrranno quantità eguale (ancorche vna sia più, e l'altra meno) il Binomio col Residuo saranno communicanti, & haueranno la sudetta qualità.

Il più breue modo di moltiplicare questa sorte di Binomij con residui é questo. Si caua il quadrato, ò la moltiplicatione de nomi minori della moltiplicatione de nomi maggiori: & il restante sarà la ricercata moltiplicatione. Come in esempio quì sotto si vede.

A moltiplicar 6 più R 2
per 6 mẽ R 2
Farà 34

A moltiplicar R 18 più 3
per R 18 men 3
Farà 9

A moltiplicar R 32 men R 10
per R 32 più R 10
Farà 22

A moltiplicar 15 mẽ R 72
per 10 più 32
Farà 102

A molriplic. R 27 più R 18
per R 12 men R 8
Farà 6

A mol-

A moltiplicar R 20 più R 12
per R 5 men R 3

Farà 4

Questa Regola hà luogo solamente nelle radici quadre. Mà chi volesse trouare vna quantità, che moltiplicata per vn detto Binomio, ò Residuo, producesse quantità rationale in qualsiuoglia spetie di radici, si fà così. Si trouano tāti termini proportionali in cōtinua proportionalità, secondo la proportione del proposto Binomio ò residuo. Trouati che siano li douuti termini; questi saranno quella cercata quantità, che moltiplicata per il detto Binomio, ò residuo, produrrà numero semplice, cioè quantità rationale. Nelle radici cube si trouano trè termini: nelle radici di radici se ne trouano quattro; nelle relate cinque: e così successiuamente, &c.

Quando li trouati termini s'hāno da moltiplicare per vn Binomio, si notano vicendeuolmente col termine di più, e di meno, cominciando sempre col più: ma con residuo si notano sempre tutti col termine di più. Il modo di trouare questi termini si dirà nel seguente trattato delle proportioni. Alla pratica.

Ricerco, che mi sia trouata vna quantità che moltiplicata per questo Binomio R. cub. 6. p. R. cub. 4 il Prodotto sia numero rationale. Qual sarà tal quantità?

La proportione del proposto Binomio cioè di R. cub. 6. à R. cub. 4. è la proportione sesquialtera. Hora mò, perche il Binomio è di radice cuba, si deuono trouar trè termini continui proportionali in proportione sesquialtera: quai termini sono questi 36 24. 16. Adunque descriuendo questi trè termini, come hò insegnato di sopra, staranno così R. cu. 36, men R. cu. 24, più R. cu. 16, e questa è quella quantità, che moltiplicata col proposto Binomio R. cu. 6 più R. cu. 4, darà nel Prodotto numero rationale. Qui sotto pongo alcuni esempij, per filosofarui sopra.

A moltip. R cub. 36 men R cu. 24 più R cu. 26
per questo Binoni. R cu. 6 R più cu. 4

fa 10 appunto.

A moltip R cub. 36 più R cu. 24 più R cu. 16
per questo residuo R cu 6 mẽ R cu. 4

fa 2 appunto.

A moltip. RR 64 men RR 48 più RR 36 men RR. 27.
per questo Binomio RR 4 più RR 3.

fa precisamente 1

A moltip. RR 64 più RR 48. più RR 36. più RR 27.
per questo residuo RR 4. men RR 3.

fa precisamente 1.

Il modo breuissimo, e facilissimo di moltiplicare, ò di trouare il Prodotto di questi, e simili quesiti è questo. Per regola ferma sempre si riducono li due nomi di Binomio, ò residuo alla loro dignita, e per ciò fare, basta il scanzelare, ò immaginarsi scãzelati quei caratteri R. cub (ò altri che siano) perche le figure medesime diueranno numero rationale, e saranno la pretesa dignità. Fatto questo, se li termini da moltiplicarsi col proposto Binomio, ò residuo saranno pari, tanto ne Binomij, quanto ne residui; Si caua seplicemente la dignità minore del Binomio, ò Residuo dalla dignità maggiore di essi, il resto sarà la ricercata moltiplicatione, ò Prodotto. Mà se li termini saranno dispari per li Binomij si sommano, e per li residui si sottrano le sudette dignità, e quel che ne risulta sarà il preteso Prodotto. Siche nel proposto quesito, sommando 6 con 4. fà 10. e però si conclude, che a moltiplicare R cub 36 men R cu. 24. più R cu. 16. per questo Binomio R cu. 6 più R cu. 4 fà precisamente 10. per. numero rationale. L' istesso verria operando alla longa: ma per rispetto del

più,

più, e del meno tutte le operationi intermedie si consumano frà loro, e restano o. Hor vedasi l'ordine ammirabile, che frà di loro hanno le varie spetie de Binomij, e residui. (Di che per sempre ne sia lodato il sommo Iddio fonte d'ogni sapienza, &c.)

Esempio di Trinomio con Binomio, e Trinomio.

A moltiplicare 10 più R 6 più R 2
per 5 più R 3

più R 300 più R 18 più 6
50 più R 150 più R 50

Farà 50 più R 300 R 150 più R 128 più R 6

La R 50 è communicante con la R 18, però sommandole, fanno R 128.

A moltiplicare R 10 più R 7 men R 5
per R 8 più R 3 men R 2

men R 20 men R 14 più R 10
più R 30 più R 21 men R 15
R 80 più R 56 mẽ R 40

Farà R 80 più R 56 men R 40 più R 30 più R 21 men R 20 men R 15 men R 14 più R 10 overo R 80 più R 56 più R 30 più R 21 più R 10 men (R 40 più R 20 più R 15 più R 14)

DEL PARTIRE DE BINOMII, E RESIDVI.

CAP. IV.

Il partire è atto cõtrario al moltiplicare de Binomij, e Residui: anzi vno è la proua dall'atto contrario: e per esser negotio facilissimo nel partire per vna quanti-

tà sola; quì sottopongo alcuni pochi esempij di quantità rationale, & irrationale: corrispondenti a quel del moltiplicare.

A partire per	9	A partire per	9
R 1020 più	18	R 1620 men	18
ne vien R 20 più	2	ne vien R 20 men	2
A partire per	2	A partire per R	5
R cub. 1024 più	6	R 8000 più R	50
ne vien R cub. 128 p.	3	ne vien 40 più R	10
A partire per	4	A partire per R cub.	3
40 più R 80 men R	48	R cub. 648 più R cub.	6
ne viē 10 più R 5 mē R	3	ne vien 6 più R cub.	2

Modo di partire ogni quantità per qualsiuoglia spetie di Binomio, ò Residuo.

PEr ben intendere questa specialissima Regola, bisogna sapere che tanto fà a partire vn numero per vn altro, quanto che a moltiplicar detti due numeri per qualsiuoglia altro numero à capriccio, e poi partire vn Prodotto per l'altro. Per esempio A partire per 5 questo 30. di Quotiente ne vien 6. Hora mò, moltiplicasi à capricio quel 5. e quel 30 per 8, che farà 40, e 240. casi Diuidendo poi 240 per 40, ne viene parimente 6, cōme prima.

Perche adunque non si può partire vn num. per qual si voglia spetie di Binomio, ò di Residuo se prima non si riduchino ad vna medesima natura; perciò bisogna sēpre trouare (per la regola insegnata di sopra) vna quātità, che moltiplicata col proposto Binomio, ò residuo, (Diuisore) produchi quanti à rationale. Trouata tal quantità: per essa si moltiplica il Diuisore, & il numero da partirsi. Finalmēte partendo vn Prodotto per l'altro; il Quotiente sarà la diuisione cercata. Alla pratica.

Habbiasi da partire 10 per questo Binomio R 15 più R 3. Primeramente bisogna moltiplicare il 10, & il Binomio, per il suo residuo, cioè per R 15, men R 3. Moltiplicando col Binomio, s'hauerà 6 per Diuisore rationale;

nale, e moltiplicandolo col 10 s'hauerà R 1500, men 30, da partirsi per 6. Fatta la diuisione di Quotiente ne verrà R 41 $\frac{2}{7}$ men 5. Come in figura si vede.

A partire per R 15 più 3 questo 10 ne vien R 41 $\frac{2}{7}$ men 5

Residuo R 15 mē 3 R 15 men 3

Diuisore 6 Num. da par. R 1500 men 30

Quotiente R 41 $\frac{2}{7}$ men 5

Ma ricordateui, che per diuidere la R 1500, bisogna quadrar il 6, cioè si deue partire per 36. ma il 30, per esser numero rationale, si parte semplicemente per 6.

Se s'hauesse da partire per R 15 men 3 questo 10, si pigliaria il suo Binomio R 15 più 3, operando come sopra.

Quando s'hauesse da partire vna quantità per vn Binomio, ò per vn Residuo, li nomi de quali fossero di spetie diuersa, (come per esempio R cub. 9 più R 5) in tal caso si riducono li nomi del Binomio, ò Residuo ad vna medesima natura (come à cart. 254. s'insegnò) e poi s'opera come sopra. Voglio dire, bisogna quadrare la R cub. 9 e cubare la R. 5, e haueremo poi questo Binomio R cub. quad. 81. più R. quad. cub. 125.

Moltiplicando adunque tal quantità col Binomio, s'hauerà 10 per Diuisore, e moltiplicandola col 10. da partire, s'hauerà R cu. 36000. men R cu. 24000 più R cu. 16000. Fatta la diuisione; ne torna di Quotiente R. cu. 36 men R cu. 24, più R. cu. 16; ma ciò accade accidentalmente. Se il numero da partirsi fosse più di 10, non saria così. Con l'istesso ordine s'opera nelle altre spetie di Binomij, ò Residui: non solo quando s'hauesse da partire vna sola quantità rationale, ma irrationale ancora; ouero vn Binomio, Trinomio, multinomio, ò Residuo. Tutto il punto stà in trouare quella quantità, che moltiplicata col Binomio, ò Residuo (che sempre supponiamo per Diuisore) dia quantità rationale.

Quando occorresse di partire vna quantità per vn Trinomio, ò Moltinomio, in tal caso si forma vn rotto; ponendo la quantità da partire sopra la virgola, & il Diuisore sotto di essa; come in figura quì sotto si vede.

R 3 A par-

A partire 50 per 16 p. R cub. 5. p. R.cu. 3 ne viene

$$\frac{50}{16 \text{ p.R.cu.} 5 \text{ p. R.cu.} 3}$$

A part. R.cu. 25 per R. cu. 15 men R. cu. 12 p. 30. Ne viene

$$\frac{\text{R cu } 25}{\text{R.cu.} 15 \text{ men. R. cu.} 12 \text{ p.} 30}$$

Vero è, che douendo partire per vn Trinomio quadro, tal Diuisore si può ridurre in due colpi à quantità rationale. Per esēpio. A partire 10. per R 6 più R 3 più R 2. primieramente *ad libitum*, si conuerte vn più bel Trinomio in men, (e sia l'vltimo) che poi dirà R 6 più R 3 men R 2. Fatto questo, si moltiplica il 10, & anco il proposto Trinomio per questo R 6 più R 3 men R 2, è per Diuisore verrà questo Binomio R 72 più 7, e per numer. dà partire verrà questo Trinomio R.600, più R 300 men R 200. Adesso mò si moltiplica il Binomio R 72, più 7 per il suo Residuo R 72, men 7, e per Diuisore rationale s'hauerà 23. Si moltiplica āco per detto Residuo la R 600, più R 300, men R 200, e poi al solito si parte vn Prodotto per l'altro.

Quando li nomi del Binomio, ò Residuo, per quali si deue partire vna data quantità non fossero d'vna medesima natura, bisogna redurueli, come di sopra s'è detto à carte 254.

DELLE RADICI VNIVERSALI.

CAP. V.

Ovi parmi luogo di propositio per di discorrere delle radici vniuersali. Le radici adunque vniversali sogliono accadere, quando nel fine di qualche operatione ne bisogni rappresentare la radice di qualche quantità di due, ò più nomi. Per esempio. Volendo rappresentare la radice di questo Trinomio 12, più R 15, più R 11, si rappresentarà così; R V (12 più R 15, più R 11. poiche sin hora non s'è trouato modo

do di cauare realmente la radice da tali quantità: mà solo s'è trouata Regola per farle capire all'intelletto humano, e per maneggiarle fino al fine di qualche operatione per tutti gli atti dell'Algorismo. L'istesso può accadere nelle quantità cubi, e d'altre spetie, &c.

Ma perche il senso di tal operatione porta qualche ambiguità; però con Binomio, Trinomio di quantità rationale chiarificarò la mente anco de'men speculatiui. Per esempio. Habbiasi da cauare la radice quad. da questo Trinomio ℞. V (52. più ℞. 49 più ℞. 25. questo non vuol dir altro, che 8. Attēti alla ragione. La ℞ di 49 è 7; e la ℞ di 25 è 5. Hora mò. Non voglio miga dire, che alla ℞ di 52, s'habbia d'aggiongere la ℞ di 49. e di 25. Signori nò; ma voglio inferire, e m'intendo, che al 52 s'aggionghi la ℞ di 49, e di 25, cioè 7, e 5, che poi haueremo 64 per il num. da cauarsi la ℞. quadra, qual è 8, per radice cercata del proposto Trinomio.

Di più. Habbiasi da cauare la radice da questo Binomio 22493. più ℞ 49. Questo vuol dire, che la radice di 49 s'hà d'aggiongere alla radice di 22493; ma all' istesso 22493 che poi haueremo 22. 500; la cui radice è precisamente 150. e tale è la ℞ del proposto Binomio. Ma perche i veri Binomij, Trinomij, &c. di quātità irrationale non hanno radice, precisa, si caua la radice più prossima, con la quale s'opera, come sopra. Se vi fossero delli men ℞ &c. si sottrano &c. Qui sotto pongo alcuni esempij rationali per filosofarui sopra.

Primo esempio. La ℞ V (℞ 36 più ℞ 25, men 2) saria precisamente 3 Ogni volta, che'l primo termine dopo la ℞ V sia radice di qualsiuoglia spetie, la radice de gli altri termini s'aggionge alla radice d'esso primo termine, e dalla somma si caua poi la radice. La R di 36 è 6, quella di 25 è 5, che gionti insieme fanno 11, e men 2, resta 9. La cui R è 3. E notisi bene.

Secondo esempio. La R V (R. cub. 125 più R. 64. saria precisamente 3)

Terzo esempio. La R. V. cub. (R. 400, più R 49, è precisamente 3) perche la radice di 400 è 20, e quella di

49 è 7, che vnite insieme fanno 27, la cui radice cub. è 3.

Quarto esempio. La R. V.cub.(R.400. men R. 49 saria R.cub. 13. poi che leuato la radice di 49 dalla radice di 400, resta 13. la cui R.cu. si cerca:

Quinto esempio. La R. V.cub.(R. cub. 216. più R. cu. 8 saria 2 &c. La conclusione è questa. Dalle proposte radici si caua singolarmente il conueniente numero preciso, ò più prossimo, quali vniti tutti insieme dalla somma si caua poi la radice, denominata dalla descrittione R V.cub. ò qual si sia altra spetie. Or veniamo più al particolare.

Come si maneggino le Radici Vniuersali.

VOlendo quadrare, cubare, &c. qualsiuoglia spetie di radici vniuersali, basta a leuarli quel carattere R. V. perche il resto lasciandolo come prima, sarà il quad. il cubo, &c. di esse.

Volendo moltiplicare vna radice vniuersale quadra per qualche numero, ò radice si quadra l'vna, e l'altra, e poi s'opera, come ne' Binomij, perche la R. V. del Prodotto sarà la cercata moltiplicatione.

L'istesso ordine si tiene nel partire. Si quadra l'vna, e l'altra proposta quantità, e fatta la diuisione, la R. V. del Quotiente sarà quello si cerca.

Questo medesimo stile si tiene volendo moltiplicare, ouero partire vna R. V. con vn altra R. V. Se fossero R. V. cub. ò d'altra spetie, si moltiplica il cubo d'vna, col cubo dell'altra, &c. e la R. V. cub. &c. del prodotto, ò del Quotiente sarà quel, che si cerca. Habbiasi l'occhio a quello, ch'altroue s'è detto circa il partire qual si voglia quantità per vn Binomio, ò Residuo car. 273. Il sommare d'vna R. V. con qualsiuoglia quantità si fà col termine del più: & il sottrare si fà col termine del men. Or veniamo à qualche particolarità.

A moltiplicare.

R V (12 più R 5 La R V quadrata , Fà 12 più R 5
per 3 Il 3 quadrato. Fà 9

Fà R V(108. più R 405 R V (108. più R. 405

Quadrata, che sia la radice vniuersale, & il numero : resta con ciò vn Binomio, da moltiplicare per numero, cioè con 9. Vedete, che chiarezza?

A moltiplicare.

R V (12 più R. 5 La R.V quadrata, lascia questo Binomio 12 più R. 5
per R. 3 La R. 3 quadrata dà per num. 3

Fà R.V (36. più R.45 R. V (36 più R. 45

A partire.

R. V (108 più R. 405 R. V quadrata 108 più R. 405
per 3 Diuisore quadrato. 9

ne vien R.V (12 più R. 5 R.V (12. più R. 5

Ma qui notate : che il 108 si parte semplicemente per 9. essendo l'vno, e l'altro numero : ma la R. 405. si deue partire per 81. quadrato del 9.

A partire.

R V (36. più R. 45 R. V quadrata 36. più R. 45
per R. 3 Diuisore quad. 3

ne vien R V (12 più R. 5 R.V (12. più R 5

Mi son seruito nel partire del Prodotto de' moltiplicari, accioche l'operatione d'vno serui per proua dell'altro.

Se s'hauessero da moltiplicare insieme due R. V. quadrate che siano (col scancellare il carattere R. V.) restano due Binomii da moltiplicarsi insieme secondo

do la regola insegnata al suo luogo, car. 269.

Quarto al partire vna R. V. per vn altra radice vniuersale, se tutte due sono eguali il Quotiente sarà sempre l'Vnità, cioè 1, ma se saranno ineguali, si parte il quadrato d'vna per il quad. dell'altra: ma perche tali quad. saranno Binomij, bisogna ricorrere per ammaestramento a carte 273. E tanto basti.

TRATTATO

DELLE PROPORTIONI.

CHE COSA SIA PARTE, MOLTIPLICE, E PROPORTIONE.

CAP. VI.

PEr parte s'intende la quantità minore della quantità maggiore; quando che la minore misuri la maggiore. Largo modo qualsiuoglia quantità minor del suo tutto è detta parte; ma realmente, e propriamente parlando, quella è Parte, che misura il suo tutto come 3.4.6. che misura (per esempio) il 12 per $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, & $\frac{1}{4}$ Eucl. lib. 5. diff. 1. Moltiplice è la quantità maggiore, misurata dalla minore, 12 è Moltiplice del 6 4 3; cioè, il doppio, treppio, e quadruplo.

Proportione è la conuenienza di due quantità d'vna medesima spetie, ò genere dell'vna all'altra. Per istesso genere s'intende, che tutte due siano due linee; ò due superficie, ò due corpi, ò due numeri, ò due suoni &c.

Conuenienza mò, è questa; che vna di dette quantità necessariamente è maggiore, ò minore, ouerò eguali all'altra, e questo è proprio della quantità. Dal che si conclude, che trè sono le proportioni in genere: cioè proportione d'egualità: proportione della maggior inegualità: e proportione della minore inegualità: e possono essere sì rationali, come irrationali.

Proport. d'egual.	Maggior inegual.	Minor inegual.
Come da 1 a 1	Come da 2 a 1	Come da 1 a R 3
da 2 a 2	da 3 a 2	da 2 a 3
da 3 a 3	da 4 a 3 &c.	da 3 a 7 &c.
da 4 a 4	da ℞ 10 a ℞ 7	da R 7 a 10
da 5 a 5	da 6 a R 3	da R 3 a 6
da 6 a 6 &c.	da R 12 a R 5 &c.	da R 5 a R 12 &c

La maggior inegualità è quando si fà comparatione dal maggior termine al minore: ma la minor inegualità è tutta al contrario; cioè quando si fa comparatione dal minor termine al maggiore; come in esempio s'è veduto.

Spetie della maggiore, e minore inegualità rationale.

Cinque sono le spetie della maggiore, e della minore inegualità: tre semplici, e due composte: ne frà loro v'è altra differenza, se non che nella minor inegualità vi si aggionge questa propositione *sub*, per distinguerla dalla maggiore. E' ben vero, che ciascuna di queste spetie si diuide in infinite particolari proportioni.

La prima spetie si chiama Moltiplice; perche l'antecedente contiene più volte il conseguente.

Se due volte; come da 2 a 1 è in proportione doppia.
Se tre volte; come da 3 a 1 è in proportione treppia.
Se 4 volte; come da 4 a 1 è in proportione quadr.
Nella minore ineu. come da 1 a 2 *Sub doppia*.
come da 1 a 3 *Sub treppia*.
come da 1 a 4 *Sub quadrupla*, &c.

La seconda spetie si chiama Superparticolare; & è quando l'antecedente contiene il conseguente vn tanto, & vna parte sola d'vn tanto; come qui è notato.

Se vna volta è $\frac{1}{2}$ come da 3 a 2 si chiama Sesquialtera.
Se vna volte, $\frac{1}{3}$ come da 4 a 3 si chiama Sesquitertia.
Se vna volta, e $\frac{1}{4}$ come da 5 a 4 si chiama Sesquiq. &c.

Nel-

Nella minore ineg. come da 2 a 3 si dice *Subsesquialtera*,
come da 3 a 4 è detta *Subsesquitertia*.
come da 4 a 5 à detta *Subsesquiquarta*, (&c.

La terza si chiama superpatiente. La prima, e minima è quando l'antecedente contiene il conseguente vna volta, e $\frac{2}{3}$.
come da 5 a 3 Superbi partiens tertias.
vna volta è $\frac{3}{4}$ come da 7. a 4 Supertripartiens quartas.
vna volta è $\frac{4}{5}$ come da 9 a 5 superquadripartiens 5.
Nella minore ineg. come da 3 a 5 *subsuperbi partiens* 3.
come da 4 a 7 *subsupertripartiens quarta*.
come da 5 a 9 *subsuperquadripartiens* (*quintas*, &c.

La quarta spetie è composta della prima, e seconda semplice; e si chiama Moltiplice superparticolare. La minima, e prima delle quali si chiama doppia sesquialtera: perche l'antecedente contiene il consequente due volte, e mezo.
Due volte, e $\frac{1}{2}$ come da 5 a 2 Doppia sesquialtera.
Trè volte, $\frac{1}{2}$, come da 14 a 4. Treppia sesquialtera
Quat. volte, e $\frac{1}{3}$, come da 13. a 3 Quadrup. sesquit.
Nella min. inegual. come da 2 a 5 *Sub doppia sesquial.*
come da 4 a 14. *sub treppio sesquialtera*.
come da 3 a 13 *Sub quadrupla sesquiter.*, &c.

La quinta spetie è composta della prima, e della terza semplice, e si chiama moltiplice superpatiente. La prima, e minima è detta doppia superbi partiens tertias, & è quando l'antecedente contiene il consequente.
Due volte, e $\frac{2}{3}$, come da 8 a 3. Doppia superbi partiens tertias.
Trè volte $\frac{3}{4}$ come da 15 a 4. Treppia supertripatiens quartas.
Cinque volte, a $\frac{3}{7}$, come da 38 a 7. Quintupla supertipatiens septimas.
Nella min. inegual. come da 3 a 8. *Sub doppia superbi partiens tertias*.
come da 4 a 15, *Sub treppia supertripatiens quartas*.

Come

come da 38. a 7 *Sub quintupla supertripatiens se: ptimas.*

Ma notisi, che le volte intiere s'appoggiano, ò notificano quel doppia, treppia, quadrupla, &c. & il rotto insegna il modo di pronunciare l'altra parola.

Circa la minore inegualità si diria, *sub* moltiplice; *sub* superparticolare, *sub* superpartiente, &c. E così di necessità ogni quantità rationale cade sotta vna di queste cinque, e cinque spetie di proportioni.

Le proportioni si dicono simili, ouero eguali: quando hanno vna medesima denominatione. Maggiori, ò minori, se maggiore, ò minore denominatione haueranno. La denominatione d'vna proportione, è il Quotiente, che ne viene dal partire l'antecedente per il conseguente. Quella proportione, che nella maggior inegualità hà maggior denominatione; nella minore n'hà manco.

DELLA PROPORTIONALITA',

E sue spetie, &c.

CAP. II.

Proportionalità non è altro, che vna similitudine di due, o più proportioni, ch'hanno l'istessa denomimination. Trè sono le spetie di proportionalità più nominate, & all'vso pratico più communi; cioè proportionalità Geometrica, Aritmetica, & Armonica. La proportionalità Geometrica rationale considera nella maggior inegualità quante volte il termine antecedente contenghi il conseguente: e nella minore inegualità, che parte dell'antecedente sia il conseguente: ma nella proportionalità Aritmetica si considera solamente la differenze frà vn termine, e l'altro. Per esempio 7 a 3 Geometricamente diremo, che sia doppia sesquitertia, ma Aritmeticamente si dirà, che la differenza di detti termini sia 4.

Proportionalità Geometrica.	Proportianalità Aritmetica.	Proportionalità armonica.
Trepia.		
12 a 4	7 a 3	6 4 3 doppia.
3 a 1	16 a 12	2 a. 1. doppia.
Subsesquialtera		
2 a 3	12 a 7	2.3.6. Sub trippla.
6 a 9	18 a 13	1. a. 3. Sub tripl.

Proportionalità Armonica è vna similitudine, che hà la proportione delli estremi con la proportione delle due differenze, cioè la differenza del primo al secondo, e quella del secondo al terzo termine. Per trouar mò detti termini, si fà così; *Ad libitum*, si eleggono trè termini proportionali continui nella Progressione Aritmetica, e siano 3. 6 9. Fatto questo, si moltiplica il primo col secondo, dipoi il primo col terzo; vltimamente il secondo, col terzo termine, e s'haueranno poi termini in 18.27.55. per li trè proportionalità Armonica. Ma notate, che sicome la proportione di 9 a 27 Sub trip. 18 a 54 è subtripla, così la differenza di 18 à 27, e di 27 a 54 frà esse sono in proportione tripla secondo il proposto.

La continua proportionalità, ò termini continui proportionali sono quelli, che il primo termine è solamente antecedente, e l'vltimo sè olamente consequente; ma tutti gli altri intermedii seruono per antecedente, e per consequente; come per esempio 32. 16. 8. 4 2. che viene ad essere vna Progressione Geometrica retrograda. L' istesso ne'termini continui Aritmetici; come 3. 5. 7. 9. 11 13. cioè Progressione Aritmetica. Questa proportionalità non può esser manco di trè termini.

Le

Le radici delle proportioni sono li minimi numeri, che si possono trouare in quella spetie di proportione. Nella doppia saria 2 a 1. Nella treppia 3 a 1. Nella sesquialtera 3 a 2, e così discorrendo.

Regola per conoscere li numeri primi, e composti.

IL modo di conoscere, se due numeri siano contra sè primi ò frà loro composti, si fà per la Regola del Schisare, cart. 25. Ma se fossero trè numeri, si schisa il primo, ed il secondo. Se questi sono contra se primi; cioè che resti l'vnità, non occorre passar più auanti; ma se sono composti, si schisa il terzo numero col massimo numero numerante li due primi, e se questi saranno frà loro composti, il massimo schisatore di essi sarà il numero, che numera tutti trè li proposti numeri. Fanne la proua in questi trè numeri 32. 24. 20. ne quali l'8 schisa li due primi. Schisando poi l'8 col 20, si troua che 4 li numerarà tutti trè &c.

Per trouar il minimo numero numerante ogni proposta quantità de numeri: si fà per la Regola dell'Accat. car. 26.

Qui si comproba la Regola Aurea.

EVclide (lib. 7. prop. 20) dice, che se saranno quattro numeri proportionali, (siano mò, ò non siano in continua proportionalità) hanno questa bella qualità; che tanto produce il primo moltiplicato col quarto: quanto, fà a moltiplicar il secondo col terzo. E di quà s'è cauata la Regola de proportionali, detta del Trè, e per eccellenza Regola Aurea. E che sia il vero: moltiplichisi il terzo col secondo; & il Prodotto diuidasi per il primo, che di garbo ne verrà il quarto termine.

In oltre (prop. 21) dice, che se saranno trè termini in continua proportionalità, il Prodotto delli estremi sarà eguale al quadrato del numero di mezo. L'istesso con quanti termini si vogliono, come nel principio delle Progressioni Geometriche si disse. cart. 210. e mostrano gli esempii qui sott oscritti.

4 ter-

4 termini nõ cõtinui. | 3. term. contin. | 5. term. contin.

24

12 à 4 & 6 à 2

24

36

9 6 4

6

36

256

256

64. 32. 16. 8. 4.

16

256

Per trouare li minimi numeri, ch'habbia la proportione di due proposti numeri, bisogna schisarli. Se sono contra se primi li minimi saranno quei medesimi numeri: ma se saranno composti, il massimo schisatore darà li cercati numeri. Per esempio 25 a 9 resta 25 a 9. per non potersi schisare: ma 77 a 55 restarà 7 a 5, e l'11 è il massimo schisatore, che li numera tutti due.

Modo di trouare quanti termini proportionali si vogliono.

SIa vna data proportione la minima sesquialtera 3 a 2. Volendo mo trouare quanti termini si vogliono in continua proportionalità sesquialtera, si fà così. per hauerne trè termini, si moltiplica l'antecedente della proposta proportione, ò quantità in sè stessa, (che nel caso nostro è 3) Dipoi si moltiplicano insieme l'antecedente col consequente, & vltimamente si moltiplica in sè stesso il consequente, cioè il 2.) e s'hauerà 9 6. 4. per li cercati termini. Per hauerne quattro termini, si moltiplica l'antecedente 3 cõ tutti li trè termini trouati, e si moltiplica di nuouo il consequente con l'vltimo de trè termini. E così con quest'ordine se ne trouano cinque, sei &c. Siche con li due proposti termini se ne trouano trè, con trè se ne trouano quattro: con quattro cinque &c. come quì si vede.

Tut-

3 a 2. sesquialtera.	
9. 6. 4.	
27. 18. 12. 8.	
81. 54. 36. 24. 16.	
243. 162. 108. 72. 48 32.	

Tutti questi termini in esempio proposti, sono li minimi di tal proportione: perche il 3 a 2 è il minimo numero, ch'habbia la sesquialtera secondo il Matematico, che non diuide l'Vnità Mà chi volesse procedere secondo il naturale, che piglia le materie numerate per numero, l'Vnità delle quali sono certi tutti diuisibili in infinito, si diria per la Regola Aurea. Se 9 dà 6. Che darà 6? Darà 4. E poi. Se 9 dà 6. Che darà 4? Darà 2 $\frac{2}{3}$. Se più auanti si volesse procedere si diria. Se 9 da 6. Che darà 2 $\frac{2}{3}$? &c. Mà in fatti secondo il Matematico li rotti sono reputati irrationali frà numeri semplici: come le radici sorde nelle quantità continue. Mà quì notate di gratia, che l'vltimo di tre termini continui proportionali minimi in ogni spetie di proportione è numero quadrato. L'vltimo di quattro termini è cubo. L'vltimo di cinque è qu. qu. L'vltimo di sei, e primo relato, &c. Che bella cosa?

Come si maneggino le proportioni per tutti gli atti dell'Algorismo.

CAP. III.

Del Sommare.

SE le proportioni, che s'hanno da sommare saranno due, ò quante si vogliono: si mettono vna sotto all'altra; e poi si moltiplicano insieme tutti gli antecedenti, e tutti li consequenti, e quel che ne prouiene sarà la somma di tutte quelle proportioni. A sommare vna proportione della maggior inegualità con la sua conuersa della minor inegualità, sempre da tal somma ne prouiene l'egualità. Ecco li esempij.

A sommar una.

Sesquialtera 3 a 2	Subdupla 1 a 2	Dupla 2 a 1
Sesquitertia 4 a 3	Tripla 3 a 1	Subdup. 1 a 2
Fà r.doppia 12 a 6	Fà r.sesquial. 3 a 2	Fà egua. 2 a 2

Come si sottrano le proportioni.

SI collocano le proportioni vna sotto l'altra, e poi si moltiplicano in Croce, come si fà per far proua, qual rotto sia maggiore cart. 25. La proua è buona, se bene altera il numero, poiche mantiene la medesima spetie di proportione.

A sottrar da vna tripla 3 a 1	A sottrar da 3 a 2
questa dupla 2 a 1	3 a 2
Resta vna sesquialtera 3 a 2	Resta 6 a 6
Proua Tripla 6 a 2	Proua 18 a 12

Come si moltiplicano le proportioni.

VOlendo duplicar vna data proportione, basta a quadrare l'vno, e l'altro termine di essa; perche la proportione de due quadrati sarà doppia a quella proportione lineale. Volendola triplicare, si cuba. Volendola quadruplicare, si riduce l'vno, e l'altro termine a quadrato di quadrato, &c. come in figura si vede.

Sempia	3 a 2
Doppia	9 a 4
Treppia	27 a 8
Quadrup.	81 a 16. &c.

Come si partino le proportioni.

IL partire delle proportioni, per esser vn atto contrario al moltiplicare di esse: s'opera parimente tutto al contrario. E però volendo partire qualsiuoglia proportione, bisogna sempre ridurla prima alli suoi minimi

mi numeri, e poi se si vuole diuiderla in due parti, si caua la radice dall'vno, e l'altro termine: perche la proportione delle due radici sarà la metà della data proportione. Chi volesse diuiderla in trè parti: cioè cauarne la terza parte, si caua la radice cuba. E se la quarta parte, si caua la R. di R. &c. così procedendo. Per esser materia chiarissima, sparagno gli esempij.

Per vn altro verso si può intendere il partire delle proportioni; cioè, partire vna proportione maggiore per vn altra proportione minore: ma questo non e propriamente partire: ma voler sapere quante volte la maggiore contenghi la minore; ò quante volte la minore misuri la maggiore. E se bene da pratici non si fà differenza frà questi due modi di partire, sì ne numeri sani, come nelli rotti: tutta via nelle proportioni bisogna auuertirli. Volendo adunque sapere quante volte vna proportione minore misuri, ouero entri nella maggiore per la Regola del sottrare le proportioni si caua la minore dalla maggiore, e dal restante sempre si torna a cauare fin tanto, ò che resti l'egualità, ò che si faccia passaggio dalla maggiore alla minore inegualità, (& e contra) perche quante sottrattioni si faranno fino al sudetto accidente, tante volte la minore misura la maggiore. Se le proportioni saranno d'vna medesima denominatione al primo colpo resto l'egualità. Di più si conosce, che proportione habbia vna proportione con l'altra; Quì metto alcuni esempii da filosofarui sopra.

	3 a 2		15 a 10
	3 a 2		3 a 2
Resta	6 a 6	Resta	30 a 30
	egualità		egualità

In questi due esempii la proportione 3 a 2 misura vna sol volta la proportione del primo esempio 3 a 2, e del secondo 15 a 10.

36 à 16
3 a 2
———
Primo resto 72 a 48
3 a 2
Secondo resto 144 a 144
egualità.

In questo esempio la proportione 3 a 2 misura giusto 2 volte la 36. a 16. Si che questa sarà dupla alla 3 a 2; e la 3 a 2 sarà subdupla alla 36 a 16.

256 a 2
4 a 1
———
Primo resto 256 a 8
4 a 1
———
Sec. resto 256 a 32
4 a 1
———
Terzo resto 256 a 128

In questo esempio non occorre passar più auanti: perche si faria passaggio alla minor inegualità. Adunque la proportion 4 a 1. misura la proportione 256. a 2 tre volte, & avanza 256. a 128. che saria vna dupla, come 2. a 1. trouata per la Regola del Schifare le proportioni, a fine di ridurle a minimi numeri.

Volendo moltiplicare vna proportione per vn rotto, s'opera, come si fà a moltiplicare sani con rotti: hauendo però sempre l'occhio al moltiplicare, & al partire delle proportioni. Per esempio. A moltiplicare questa proportione 5 a 4 per $\frac{2}{3}$, s'ingrandisse due volte la 5 a 4 (che così ricerca il 2. Numeratore del rotto) e ne verrà 25 a 16. Questo Prodotto si parte per 3 (Denominatore) ma perche 25 a 16 non si puó ridurre a numeri più minimi; ne siegue, che la R cub. 25. a R. cub 16. farà la terza parte di 25. a 16. Però si conclude, che a moltiplicare 5 a 4 per $\frac{2}{3}$ ne viene R. cub. 25. a R. cub. 16. che saria *supernonnipatiens sextas decimas*, cioè l'antecedente contiene il consequente vna volta, e $\frac{9}{16}$.

Volendo parimente partire vna proportione per vn rotto. s'opera come s'è operato nel moltiplicare, ma tutto all'opposto: per esser atto contrario; cioè si moltiplica il Denominatore del rotto con la proportione, & il Prodotto si parte per il Numeratore: hauendo l'occhio al moltiplicare, & al partire delle proportioni; e quello, che ne viene sarà quello, che si cerca. A partir

tir

tir 2 a 1 per $\frac{2}{4}$ ne viene R. cub. 16. a R. cub. 1. Se col rotto vi fossero sani, si fà il sano in rotto (al solito,) e poi s'opera come sopra. La proua si fà al solito coll'atto contrario, &c.

BELLISSIME OSSERVATIONI

Pertinenti alle Proportioni.

CAP. IV.

1 HAuendo nota la prima, & vltima di trè quantità continue proportionali, per hauer la seconda quantità, ò termine, si moltiplica la prima con l'vltima, e la radice di tal Prodotto sarà la cercata quantità. Per esempio. Sia 9 e 4. il primo, & il terzo termine: moltiplicati insieme, fanno 36. la cui radice è 6. e questo sarà il secondo termine: e staranno così 9.6.4.

2 Se fossero quattro quantità, per hauer notitia della seconda, si moltiplica il quadrato della prima con la quarta semplice, e la radice cuba del Prodotto sarà il secondo termine.

3 Se fossero cinque, si moltiplica il cubo della prima, con la quarta semplice, e la RR. del Prodotto sarà la seconda quantità, ò termine. Per esempio. Sia il primo termine 32. & il quinto 2. Operando come hò detto, il secondo sarà 16. Siche habbiamo 32.16.002. &c.

4 Per hauer mò il terzo, & il quarto termine si, potria operar in varij modi: ma il più sbrigato è trouarli per la Regola Aurea, dicendo. Se 32. mi dà 16. Quanto mi darà 16? Darà 8. per il termine. Di poi. Se 32. mi dà 16. Quanto mi darà 8? Darà 4, per il quarto termine; e staranno così 32.16.8.4.2. E così con quest'ordine si procede per trouar il secondo, quando li termini fos-

fero fei, fette, e quanti fi vogliono: cioè s'altera fempre vn grado la dignità nel moltiplicar il primo con l'vltimo termine, per cauarne poi la radice dal Prodotto.

Quefta operatione ferue di garbo per partire ancor le proportioni, nè vi occorre altro, che fupporre li due termini della proportione per il primo, e per l'vltimo termine dell'operatione; e poi operare, come hò infegnato: perche la proportione del primo al fecondo termine, ò numero trouato, fempre farà la diuifione cercata. Per efempio. Habbiafi da partire per 4 (cioè da cauarne la quarta parte) da quefta proportione 32 a 2. Suppongo il 32. & il 2 per il primo, & vltimo di cinque termini continui proportionali; di poi operando fecondo la Regola, trouo il fecondo termine, che farà 16. e così concludo, che la proportione di 32 a 16 è la quarta parte della proportione di 32 a 2; che faria vna dupla, come da 2 a 1 (ne' minimi numeri. E quefto ferui per filofofare l'intelletto; che in fatti l'altro modo di partire le proportioni è più breue, e da praticarfi. Vero è che quefto mirabilmente ferue per rifoluere certi quefiti, che per altro faria quafi impoffibile il rifpondere perfettamente, come quì fotto di paffaggio fi tocca.

Quefito Primo.

Vno piglia Scudi 100. In capo di trè Anni port a al Padrone Scud. 108. trà frutto, e capitale. Domando. Quanto paga per cento all'Anno quel tale, facendo a capo d'Anno?

In quefto quefito vi concorrono quattrò termini continui proportionali. Il primo termine confifte in quei Scud. 100. di capitale: & il quarto ne fcud. 108. che in capo di 3. Anni portò al Padrone: gli altri due termini fono occulti, e confiftono nel capitale, e frutto, che in capo del primo, e del fecondo Anno deue dare al Padrone: ma perche dalla cognitione del fecondo termine depende la rifolutione del quefito, però per trouarlo s'opera come fopra (numero 2) così. Si quadra il primo termine 100 qual fà 10 000. Quefto quadrato fi moltiplica per il quarto termine 108. e di Prodotto hauere-

ueremo 1.080. 000. Hora mò dico: che la radice cub. di questo 1.080. 000. è il secondo termine, qual contiene li Scudi, che frà capitale, e frutto doueria rendere al Padrone in capo del primo Anno. Ma se così è. Adunque Scud. ℞. cub.1.080.000 men 100. sarà il quanto paga per cento all'Anno à far capo d'Anno. Per farne la proua, si troua il terzo termine dicendo. Se Scud. 100. tornano frà capitale, e frutto Scud. ℞. cub 1.080.000. Quanto mi tornaranno pur Scud. R. cub 1.080.000? Operando tornaranno Scud. R. cub.1.166.400. e tanto saranno tornati in capo al secondo Anno li Scud.100.frà capitale, e frutto: Per saper mò quanto saranno tornati in capo al terzo Anno; si troua il quarto termine dicendo. Se 100. trà frutto, e capitale da Scud. R. cub.1.080.000. che mi daranno Scud. R. cub.1.166.400? Operando daranno Scud. R. cub.1.259.712. e tanti saranno tornati li Scud.100.in capo al terzo Anno trà capitale, e frutto; ma perche la R. cub.1.259.712. è rationale, e la sua R. per numero è precisamente 108. però il quesito fù ben risolto, e la proua è ottima. Cubate 108. e di garbo verrà R. cub.1.259.712.

Quesito Secondo.

Vno deue hauere da vn altro Scud.64. da quì a 3. Anni. Per certo interesse si contenta di pigliarne al presente solamente 27. per intiero pagamento. Domando. A quanto per 100. furono scontati a far capo d'Anno?

Questo quesito contiene pur lui ancora quattro termini continui proportionali cioè 64--0--0-- 27. Di necessità bisogna hauer notitia del secondo, ò terzo termine (l'vno, e l'altro è di proposito.) Per maneggiare men figure, trouo il terzo, operando all'opposto di quello, s'opera per hauere il secondo, cioè molciplico per 64. il quadrato di 27. e mi viene di Prodotto 46. 656. la cui radice cub per numero è precisamente 36. da colocarsi per terzo termine; e staranno così 64 -0 -36--27. Horò mò. Se si trattasse di meritare: Scud.27.in capo al primo Anno frà frutto, e capitale diueriano Scud.36. cioè Scud.9. di frutto. Per saper mò quanto guadagnariano per 100.si

dice. Se 27. guadagna 9. Che guadagnarà 100? Guadagnarà $33 \frac{1}{3}$ a far capo d'Anno; ma scontando daranno parimente Scud. 33. $\frac{1}{3}$ all'Anno a far capo d'Anno. Adunque li Scud. 64. furono scontati a ragion di Scud. 33. $\frac{1}{3}$, &c.

TRATTATO DI VARIE COSE.

C A P. I.

LA proportione, e proportionalità Aritmetica hà molte corrispondenze con la Geometrica. (L'Aritmetica però non procede in infinito, se non nella maggior, e minore inegualità simpliciter: battendo il negotio di tali proportioni nella semplice differenza da vn termine all'altro, qual può variare in infinito.)

Hauendo noto il primo, & il terzo di trè numeri continui proportionali Aritmetici, per hauer il secondo, si somma il primo col terzo, e la metà di tal somma sarà il secondo termine. Se fossero quattro, per hauere il secondo termine si somma l'vltimo col doppio del primo, & il terzo di tal somma sarà il secondo termine, Se fossero cinque si somma l'vltimo col triplicato del primo, & il quarto di tal somma sarà il secondo termine. E così con quest'ordine gradatamente, &c. Da questo si caua, che il sommare nelle Progressioni Aritmetiche corrisponde al moltiplicare nelle Geometriche, & il sottrare corrisponde al partire. Il pigliare la metà corrisponde al cauare la radice quadra; & il doppiare al quadrare. Il partire per trè corrisponde al cauare la radice cuba; & il triplicare corrisponde al cubare. Il partire per 4 corrisponde al cauare la R. R. & il quadruplicare corrisponde al recare a R. R. *Et sic de singulis*. Se ne farai comparatione con le Geometriche pagina 292. cap. 4. conoscerai la verità.

2. Sommando insieme due quantità in che proportione Geometrica si voglia; e partendo tal somma per ciascuna di loro, li due Quotienti haueranno l'istessa proportione delle due prime quantità; & in oltre hanno

no questa notabile qualità, che tanto fanno a sommar li insieme, quanto che a moltiplicare l'vno con l'altro Per esempio. Siano questi due numeri in porportione sesquialtera 6 a 4. Sommati insieme fanno 10. Diuidendo mò questo 10 per 4, ne viene $2\frac{1}{2}$, e diuidendolo per 6, ne viene $1.\frac{2}{3}$. Hor dico, che la proportione di $2\frac{1}{2}$ a $1\frac{2}{3}$, è pur sesquialtera. Di più sommando, ouero moltiplicando insieme questi due Quotienti, per l'vno, e pet l'altro atto faranno $4\frac{1}{6}$. In oltre diuidendo $4\frac{1}{6}$ per $2\frac{1}{2}$ ne viene $1\frac{2}{3}$; e partendolo per $1\frac{2}{3}$ ne viene $2\frac{1}{2}$. Che ordine ammirabile? &c.

3 Moltiplicando insieme trè termini Geometrici continui proportionali, l'vltimo Prodotto sarà eguale al cubo del secondo. Per contraria diuidendo il quadrato del secondo per ciascuno de'trè termini, il Quotiente sarà eguale ad essi termini. Per esempio 2. 6. 18. Moltiplicando insieme questi trè termini, il secondo Prodotto è 216; e 216 appunto fà il cubo del secondo termine. Di più diuidendo il quadrato di questo 6, per ciascun termine di Quotiente ne vorrà pur 2. 6. 18. &c.

4. Siano questi trè termini continui proportionali 18. 12. 8, & anco questi due nella medesima proportione sesquialtera 6. a 4. Hor dico, che tanto produce moltiplicando la somma de'due primi termini (cioè di 18, e 12) per il 4 (secondo termine della seconda proportione) quãto che a moltiplicare la somma delli due vltimi termini, cioè 12, & 8, per il 6. primo termine della seconda proportione. Così con qualsiuoglia altro numero pur che li trè siano della medesima proportione delli due termini.

ORI-

5. Il quadrato della somma di quante quãtità, ò numeri si vogliono (siano, ò non siano proportionali) è sempre eguale alla somma delle moltiplicationi, fatte da ciascun in se stesso, e con tutti gli altri. Serui d'esempio 3.4.6. 5. Quadrando il 3, fà 9, e moltiplicandolo col 4. 6 e 5. fà 12. 18. 15. come nella prima colonna si vede. Così s'opera col 4. 6. e 5. Vnendoli poi tutti insieme,

3. 4. 6. 5.
Somma 18
Quad 324.

3.	4.	6.	5.
9	16	36	25
12	24	30	15
18	20	18	20
15	12	24	30
54	72	108	90

Tutti insieme 324.

l'vltima somma sarà 314. come si proposi. Eucl. lib. 2. prop. 1. e 2. Altre bagatelline si potriano proporre, che per non pregiudicare al termine di ristretto si tralasciano.

ORIGINE DE' NVMERI QVADRATI.

CAP. II.

1.3.5.7.9.11.13.15.17.19.21.23.25.27.29.31. &c.

TVt ti li numeri dispari, ordinati in Progressione Aritmetica, come di sopra si vede, è l'origine, e vera madre di tutti li numeri quadrati. Se dall'vnità si sommaranno quanti termini si vogliono, la somma sarà sempre numero quadrato.

Volendo sapere quanti numeri dispari concorrino alla formatione di qualsiuoglia quadrato, cauisi la sua radice: che quella darà il numero cercato. Per esempio. La radice di 49 è 7. Adunque sette numeri dispari (cominciando dall'Vnità) concorrono alla formatione del quadrato 49. Volendo sapere la quantità

dell'

dell'vltimo termine disparo concorrente, basta a raddoppiare la radice, e dal doppiato (per Regola ferma) cauarne l'Vnità; perche il restante sarà il numero cercato. Per esempio. Raddoppiasi la radice 7; fà 14 cauisi l'Vnità, restarà 13, e 13. fù l'vltimo numero concorrente al quadrato 49 Se la radice non fosse discreta, saria segno, che tal numero non è composto di numeri dispari: ordinatamente disposti dall'Vnità.

Trouami due numeri quadrati, che gionti insieme, facciano numero quadrato. Simili quesiti si risoluono per l'euidenze dette di sopra. Trouisi vn numero quadrato: (e sia 25) tutti gli altri termini inferiori sommati insieme saranno ancor loro numero quadrato, (cioè 144.) a questo giongasi il 25, sarà 169 pur numero quadrato.

Domando. Quanti numeri dispari concorrono alla formatione di 8100? Caua la radice dal proposto numero; che trouarai esser 90, e così presto risponderai, che 90. sono li numeri dispari, concorrenti all'esser di 8100. Ma quando il numero proposto non fosse quadrato, saria segno che tal numero non è composto di numeri dispari, comincianti dall'Vnità: però bisogna lauorare a tastone, &c.

Proposto vn numero quadrato: con l'aiuto di questa proportione 16 a 9, ouero 9 a 16, si possono trouare altri numeri quadrati, che gionti con quello farà pur numero quadrato. Per esempio. Trouami vn numero quadrato, che gionto con 100 faccia numero quadrato. Io dico. Se 16 mi dà 9. Che mi darà 100? Darà 55 $\frac{1}{4}$, Numero quadrato, qual gionto con 100. farà 156 $\frac{1}{4}$ pur numero quadrato. Se vuoi il terzo dirai. Se 16 mi dà 9. Che mi darà 156 $\frac{3}{4}$, darà 78 $\frac{5}{6}\frac{7}{4}$ numero quadrato; e così in infinito. Si poteua anco dire. Se 9 mi dà 16. Che mi darà 100? &c. Da questa Regola si caua il modo di trouare quanti numeri si vogliono, che li loro quadrati gionti insieme facciano numero quadrato. Le radici de' sopratrouati quadrati sariano li cercati numeri, quali gionti al proposto numero dariano numero quadrato.

DE'

DE NVMERI CONGRVI, E CONGRVENTI

C A P. III.

NVmero congruo non è altro, che vn numero quadrato: al quale gionto, ò leuato vn istesso numero, per l'vno, e per l'altro verso lascia sempre, ò produce pur numero quadrato: e quel numero così conditionato, che s'aggionge, ò si lieua; è chiamato numero congruente del suo quadrato congruo.

Li numeri congrui, e congruenti si creano ordinariamente con questo bell'ordine. Il primo vien formato da 1, e da 2. Il secondo da 2, e da 3. Il terzo da 3, e da 4. E così in infinito. Alla pratica.

Quanto alli numeri congrui in due colpi si troua no così. Habbiasi da trouare (Per esempio) il secondo numero congruo, che hà per fondamento 2, e 3. S'vnischino insieme li quadrati di questi due numeri 2, e 4. la cui somma è 13. Di nuouo quadrando questo 13 il 169 (suo quadrato) sarà il secondo numero congruo. Così con quest'ordine si trouano tutti.

Per trouar mò il suo numero congruente; cioè, che gionto, ò leuato dal *169*, faccia numero quadrato, si fà così. S'vniscono insieme li due numeri fondamentali 2, e 3 e tal somma subito si raddoppia: che nel caso nostro fà 10. Di poi moltiplicando di nuouo il 2 col 3; per il Prodotto 6 si moltiplica il 10, e fà *60*. Vltimamente raddoppiando questo *60*, fà 120: e questo è il cercato secondo numero congruente del quadrato congruo *169*. Se a 169. aggiongi 120, fà 289, numero quadrato (la cui radici è 17) e se li leuarai, resta 49. pur numero quadrato, (la cui radice è 7.)

Trouami vn numero quadrato, al quale gionto, ò leuato *6* faccia sempre numero quadrato. Bisogna trouare vn numero congruente, che partito per il proposto nnmero d'aggiongersi, produchi numero quadrato, che nel caso nostro è il 24 (primo numero congruente,)

il qua-

il quale partito per 6, ne viene 4. Per questo 4 si parte il 25 (primo congruo del 24 congruente) & il Quotiente 6 $\frac{1}{4}$ sarà quel numero, al quale gionto, ò leuato 6, produrrà per ogni verso numero quadrato, mà quando non si rrouasse numero congruente di proposito: bisognarà risoluere il quesito per altra via.

Li numeri quadrati ordinatamente qui sotto situati, hanno questa bella conditione: che ogni numero quadrato maggiore auanza il suo immediatamente minore la somma delle radici d'ambedue: la qual somma è sempre numero disparo. Questa euidenza serue per li seguenti, e simili quesiti.

1.4.9 16.25.36.49.64.81.100.121.144, &c.

Trouami vn numero, al quale giontoui 8, e sottrandone 7 faccia per ogni verso numero quadrato? Si fà cosi. Vnendo insieme 8 con 7, fà 15, (differenza delle radici de ricercati quadrati,) e però basta quadrare l'8, & il 7, e s'haueranno 64 e 49; leuato 8 da 64, resta 56, & al 49 giontoui 7, fà pur 56 Adunque 56 è quel numero, che giontoui 8, e leuatone 7, dà numero quadrato, Così con casi simili.

S'hauesse detto; che gionto, e leuato 8 facesse numero quadrato, si quadraria la metà d'8, e faria 16 al quale per regola ferma aggiongendoui l'vnità fà 17, e questo è il cercato numero. Leua, & aggiongi 8, che farà 25, e 9 numeri quadrati. Così quando il numero d'aggiongersi, e da leuarsi sono pari, & eguali: & anco se fossero dispari mà eguali come 7, e 7, &c.

S'hauesse detto, che giontoui 7, e leuatone 4. facesse numero quadrato, s'vniscono insieme questi due numeri, e fanno 11 (differenza de due cercati quadrati) le cui radici sariano la diuisione d'11 in due parti, senza rompere l'Vnità, cioè 6, & 5. Quadrinsi questi due numeri, e s'haueranno 36, & 25 dal 36 cauisi 7, restarà 29 & al 25 giongasi 4. farà pur 29 Adunque 29 è quel numero, che giontoui 7, e lauatone 4 fà sempre numero quadrato.

Qui pongo alcuni numeri congrui, e congruenti.

Numeri congrui	suoi congruenti.
25	24
100	96
169	120
225	216
298	240
400	384
625	336, & 600
676	480
841	840
900	864, &c.

DE

DE NVMERI PERFETTI

CAP. IV.

NVmero perfetto (come altroue s'è detto) è quello, che s'eguaglia à tutte le sue parti, che lo numerano. Per trouare questi numeri perfetti, si fa così. Si mettono in ordinanza quanti numeri si vogliono secondo l'ordine della progressione Geometrica doppia. Dipoi cominciando dall'Vnità, si sommano ad vno ad vno,

		Somma	Numeri perfetti
1			
2	primo	3	6
4	primo	7	28
8	comp.	15	—
16	primo	31	496
32	comp.	63	—
64	primo	127.	8128
128	comp.	255	—

e tutte quelle somme, che producono numero primo, questi si moltiplicano per l'vltimo numero, che concorse a tal somma, & il Prodotto sarà numero perfetto. Per esempio Sommando 1 con 2, fà 3 il qual 3 per esser numero primo, si moltiplica per 2 (vltimo della somma) e ne viene 6. E questo è il primo numero perfetto. Parimente sommando 1. 2. 4. fà 7. pur numero primo. Si moltiplica il 7. col 4, (vltimo della somma) e ne viene 28. per il secondo numero perfetto. E' ben vero vero, che per l'auuenire hanno questo bell'ordine, che vn nò, e l'altro sì sarà numero perfetto, e l'altro sarà numero composto, come in margine in parte si vede.

Terzo numero perfetto

496	
248	la $\frac{1}{2}$
124	il $\frac{1}{4}$
62	il $\frac{1}{8}$
31	il $\frac{1}{16}$
16	il $\frac{1}{31}$
8	il $\frac{1}{62}$
	il $\frac{1}{128}$
2	il $\frac{1}{248}$
1	il $\frac{1}{496}$
496	

Per trouar mò tutte le parti d'vn numero perfetto, basta a partirlo per mezo, e la metà si và partendo per mezo, finche s'arriui a numero disparo. Gionto a numero disparo, si parte il numero perfetto nel quel numero disparo (il Quotiente del quale è sempre numero paro) e di nuouo si torna a partir per mezo, fin che s'arriui all'Vnità. Finalmente sommando insieme tutte quelle parti; la somma sarà eguale al suo numero perfetto; come in esemplo si vede.

Li numeri perfetti hanno questa rara qualità, che vno termina col 6, e l'altro con l'8. Di più partendo qual si uoglia numero perfetto per 9. sempre resta l'Vnità. eccetto il primo, che non arriua a ;9.

TRAT-

TRATTATO D'ALGEBRA.

CAP. I.

FRà le diletteuoli ſcienze, e certiſſime dimoſtrationi matematiche l'Algebra, ouero l'Almucabala (così chiamata da gli Arabi) per certo è parte oltramodo ſpeculatiua di eſſe, e quaſi diſſi, d'infinita inuentione: laonde da gli Antichi meritamente fù chiamata ſciēza maggiore del numero, e perfetta arte del calcolare. Madre, e Regina delle Regole: poiche per la Regola d'Algebra ſi riſoluono infiniti queſiti sì in Geometria, come in Aritmetica; che per niſſuna delle precedenti Regole ſi potriano riſoluere. Queſta ſcienza fù trouata da Maometto Figliuolo di Moisè Arabo.

Per voler bene, e preſto apprendere queſta ſcienza Algebratica. è neceſſario hauer cognitione delle dignità del numero. Saper eſtraere, e maneggiare le radici. Hauer bene a memoria le Regole del più, e del meno; & in oltre biſogna ſaper maneggiar li Binomii: altrimente non occorre metter mano in paſta. Tutto ciò s' hà a ſufficienza, e compendioſamente ne precedenti trattati.

Ma prima di venire all'eſplicatione delle parte particolari dell'Algebra, biſogna inſegnare a maneggiare le dignità del numero per tutti gli atti dell'Algoriſmo, Quanto al rappreſentare le dette dignità, ſi tiene l'ordine poſto a carte 226. nè vi è altra differenza, ſe non che in Algebra in luogo dell'Vnità s'vſa il numero, e in luogo della radice, ſi ſerue di queſto termine. Coſa, come per maggior chiarezza quì ſotto le deſcriuo.

Dignità Algebratice.

Progressione naturale Aritmetica.

0. numero	10. Quad.pri. rel.	20 Q. Q.pri. rel.
1. cosa, ouer ℞	11. Terzo rel.	21. Cub.sec rel.
2 Quadrato.	12. Cub.Qu.Qu.	22. Qu.terzo rel.
3. Cubo.	13. Quarto rel.	23. Settimo rel.
4 Quad.quad.	14. Quad.sec.rel.	24. Cub. q. q. q.
5. Primo Rel.	15. Cub.pri. rel.	25. Ottauo rel.
6. Quad. Cub.	16. Q Q.Qu.Qu.	26. Qu.quar.rel.
7. Second. Rel.	17. Quinto rel.	27. Cub.Cu Cu.
8. Qu.Qu.Qu.	18. Qu.Cu.Cu.	28. Q. Q.sec.rel
9. Cub. Cub.	19. Sesto Relalo.	29. Nono relato

Il numero in Algebra s'intende, e semplicemente si piglia per numero, cioè senza dignità alcuna in quella guisa appunto, che l'Vnità frà numeri non è numero; Questo numero alle volte si rappresenta accompagnato con questo segno, nu & alle volte senza. Per esempio. Volendo rappresentare il numero sei, si rappresentarà alle volte in questo modo 6 nu. & alle volte semplicemente così 6.

La cosa in Algebra si piglia per il lato d'vn quadrato, cioè per la ℞ di quel tal quadrato. Siche radice, e cosa è vna medesima quantità rationale, ouero irrationale; come accade per sorte. Il quadrato si piglia per il quadrato della cosa. Il cubo si piglia per il cubo della cosa: e così tutte le altre dignità hauerãno relatione alla cosa, cioè alla sua radice; le quali quantità possono essere rationali, ouero irrationali, come portarà l'accidente; E se bene la quantità continua naturalmente non passi più oltre del corpo, cioè in linea, superficie, e corpo; nondimeno in Algebra s'estende in infinito: hauendo più risguardo alla moltiplicatione della cosa nelli suoi Prodotti, che alle reali trè spetie della quantità continua.

M A-

MANEGGIO DELLE DIGNITÀ ALGEBRATICE

CAP. II.

DEL SOMMARE.

IL sommare delle dignità Algebratice, quando sono d'vna medesima spetie, non è differente dal sommare de numeri semplici. E però, volendo (per esempio) sommare 7 cos. e 5 cos. e 9 cosa, la somma sarà 21 cos. come se fossero semplici numeri. Ma quando fossero dignità di spetie diuerse, si sommano (à guisa di quantità non communicanti) col termine di più. Per esempio. Volendo sommare 3 cos. con 4 quad. e con 12. num. diremo, che la somma fà 3 cos. più 4 quad. più 12 nu ouero che fà 4 quad più 3 cos. più 12 num. perche non importa à metter prima qualsiuoglia di dette dignità; e queste spetie di somme si possono chiamare Binomij, Trinomii, ò Moltinomij di dignità Algebratice.

DEL SOTTRARE LE DIGNITA

IL sottrare delle dignità, quando sono d'vna istessa spetie, non è differente dal commun sottrare de numeri. E però a sottrar 5 cos. da 9 cos. resta 4 cos. Parimente a sottrar 3 quad. da 12 quad. resta 9 quad. Ma quando fossero di spetie diuerse, si sottrano col termine di Men; come si costuma nelle R̷ non communicanti; e così si forma vn residuo di dignita. Per esempio. Volendo sottrare 7 nu. da 5 cos resta 5. cos. men 7. num. & à sottrare 10. cos. da 9. quad. resta 9 quad. men 10. cos. *Et sic de singulis.*

DEL MOLTIPLICARE LE DIGNITA

PEr bene intendere il moltiplicare delle dignità, frà di loro: bisogna prima imparare, e sapere, che cosa

rappresenti il Prodotto d'vna dignità moltiplicata con altra. Per saperlo adunque, e per presto apprenderlo: bisogna osseruare, che a ciascuna dignità Algebratica corrisponde vn proprio numero di Progressione Aritmetica naturale, (come di sopra si vede.) Al numero, per non esser dignità, si assegna il 0. La cosa, per esser la prima dignità, hà per segno 1. Il quadrato (seconda dignità) hà il 2. Il cubo 3. e così successiuamente. Hora mò: perche al moltiplicare delle proportionalità Geometriche corrisponde il sommare nelle Aritmetiche, ne siegue, che sommando insieme li numeri, corrispondenti alle due dignità, che si vogliono moltiplicare: quella dignità, che sarà all'incontro di tal somma, sarà il Prodotto di tal moltiplicatione. Per esempio. Volendo sapere, che cosa produce a moltiplieare Cubo con terzo Relato, si fà così. All'incontro del Cubo vi è vn 3; & all'incontro del terzo relato vi è 11. Sommati insieme questi due numeri, fanno 14. e perche all'incontro del 14 stà situato il quadrato secondo Relato si conclude: che a moltiplicare Cubo con terzo Relato, produce quadrato secondo Relato. E così con quest'ordine, ouer Regola si troua il Prodotto di qualsiuogliano due dignità moltiplicate insieme.

Ma perche le trè prime dignità sono le più famigliari e che frequentemente si maneggiano, quì le distendo, & è bene saperle a mente. Il numero, per non esser dignità, non altera qualsiuoglia dignità, con la quale si moltiplica: come appunto l'vnità non ingrandisce, nè altera il numero per essa Vnità moltiplicato. E però.

A moltiplicare.

nu.	via nu.	fà nu.			cos.	via co.	fà	qu.
nu.	-- cos.	-- cos.			cos.	-- qu.	--	cu.
nu.	-- qu.	-- qu.			cos.	-- cu.	--	q. q.
nu	-- cu.	-- cu.			co.	-- q.q.	--	prim. Rel.

A mol-

A Moltiplicare.

qu. via qu. fà qu. qu.	cu. via cub. fà qu. cu.
qu, -- cu. -- pri. rel.	cu. -- q.q. -- sec.rel.
q. -- q.q. -- qu. cu.	cu. -- pri. rel. -- q.q.q.
qu. -- pr.Rel. - second. rel.	q.cu. -- q. cu. -- cu. cu.

Mà acciò la continua varietà de'Prodotti delle sudette moltiplicationi non spauenti: osseruisi il loro bell'ordine, che facilitarà l'impararle. Il numero (come s'è detto) non altera, ma sempre produce la dignità, con che si moltiplica. La cosa (prima dignità) moltiplicata con qualsiuoglia altra dignità, produce la dignità immediatamente seguente alla dignità, con la quale si moltiplica. Il quadrato auanza nel suo Prodotto due dignità; la dignità, con la quale si moltiplica. Il cubo l'auanza di tre, &c. Notisi ancora, che hauuto il primo Prodotto; gli altri seguitano successiuamente per ordine. Or veniamo a gli esempij.

A molt. 7 nu. per 6. nu. Fà 42 nu.	A moltipl. 5. cos. per 4 nu. Fà 20 cos.	A moltipl. 8. cos. per 3. cos. Fà 24 q.
A moltipl. 9. Q. per 8. cos. Fà 72 cub.	A moltipl. 4. cub. per 2. cub. Fà 8. pr. rel.	A molt. 15. qu.q. per 3. cub. Fà 45 sec. rel.

Et sic de singulis.

DEL PARTIRE DIGNITA.

A Cart. 272. dissi, che al partire delle proportionalità Geometriche corrisponde il sottrare nelle Aritmetiche: e perche le dignità Algebratice sono fondate in continua proportionalità Geometrica doppia, ne siegue, che volendo partire vna dignità maggiore per vn'altra dignità minore, basta sottrar il numero della minore dal numero della maggiore; perche all'incontro del resto starà registrata la dignità del Quotiente di

tal proportione. Per esempio. Volendo partire terzo Relato per cubo, si fà così. All'incontro del Cubo vi è il 3, & all'incontro del terzo Relato vi è 11. sottraggasi adunque 3 da 11, e restarà 8; e perche all'incontro dell' 8 vi è il Quad.Qu.Q. si conclude, a che partire terzo Relato per Cubo, ne viene Quad.Qu.Qu. E così con questa Regola si partono qual si vogliono altre due dignità frà di loro. Ma perche le trè prime dignità sono le più familiari, quì per ordine le distendo.

A partire.

nu.	per	nu.	ne viene	nu.
cos.	——	nu.	————	cos.
quad.	——	nu.	————	quad.
cub.	——	nu.	————	cub.
qu.qu.	——	nu.	————	qu. qu.

A partire.

cos.	per	cos.		ne vien nu.
qu.	——	cos.	————	cos.
cub.	——	cos.	————	quad.
qu.qu.	——	cos.	————	cub.
pri. rel.	——	cos.	————	qu.qu.

A partire.

quad.	per	qu.	ne viene	nu.
cub.	——	qu.	————	cos.
qu.qu.	——	qu.	————	quad.
pr. rel.	——	qu.	————	cub.
cu.qu.	——	qu.	————	qu. qu.

A partire.

cu.	per	cu.	ne vien	nu.
qu. qu.	——	cu.	————	cos.
pri.rel.	——	cu.	————	quad.
qu. cu.	——	cu.	————	cub.

E cosi discorrendo con le altre dignità.

Quì bisogna auuertire vna Regola contraria al moltiplicare delle dignità. Quanto al partire qualsiuoglia dignità per numero, il Quotiente non muta spetie. Nel resto

resto partendo qualsiuoglia dignità per la cosa, il Quotiente sarà della natura di quella dignità, che immediatamente antecede la dignità partita. Se si parte per quadrato, il Quotiente anticipa due dignità. Il cubo anticipa tré, &c. Notisi ancora, che il Quotiente di due dignità equali è sempre numero; e poi seguita l'ordine, come di sopra si vede. Or veniamo a gli esempii pratici.

A partir	15	nu.	A partir	18	cos.
per	3	nu.	per	6	nu.
ne vien	5	nu.	ne vien	3	cos.
A partir	12	cos.	A partir	25	quad.
per	3	cos.	per	5	nu.
ne vien	4	nu.	ne vien	5	quad.
A partir	28	qu.	A partir	30	cu.
per	7	qu.	per	6	qu.
ne vien	4	nu.	ne vien	5	cos.
A partir	48	cu.	A partir	36	cub.
per	12	cos.	per	6	cub.
ne vien	4	qu.	ne vien	6	nu.

E così con tutte le altre dignità. Ma quando le dignità da partirsi fossero minori delle dignità partitrici: non potendosi ciò fare: bisogna formare vn rotto, (come anco si fà ne'numeri semplici). Per esempio. Volendo partire 12 nu. per 3. cos. (ancorche il 3 paia entrare 4 volte nel 12, ad ogni modo, per esser il 3. cos. di grado superiore al 12. nu. non si può far tal partitione) ma si rappresentarà così $\frac{12\ n.}{3.\ cos.}$ cioè 12 nu. esimi di 3. cos. Volendo anco partir 16 cos. per 4. quad. tal-

Quotiente si rapppresentarà così $\frac{16\ cos.}{4.qua.}$ E dirà 16 cos esimi di 4. quad. *Et sic de singulis.*

Come si rappresentino le ℞. *delle dignità.*

DAlle dignità, (occorrendo il bisogno) si cauano le radici discreta, ò sordamente, come si cauano da numeri. Per esempio. La R. di 4 quad. a 2 cosa: poiche radice, e cosa, è l'istesso; e s'intende per il lato d'vn quadrato. La ℞. di 7 quad sarà ℞ 7. quad. La ℞. di 8. cub. sarà 2 cos. *Et sic de singulis*. Il numero, ò quantità delle cose, ò sia numero quadrato ò non quad. mai può hauere radice discreta: per non trouarsi alcuna dignità, che moltiplicata in sè stessa faccia cosa; e però la ℞. di 4 cos. sarà ℞. 4 cosa (e tanto meno da numero non quadrato) Ma la ℞. di 4. num. sarà 2 nu.; e la R. di 16 nu. sarà 4 nu. e la R. di 5. num. sarà R. 5. nu. E tanto basti.

COME SI MANEGGINO

Li Binomii, e Residui Algebratici.

CAP. III.

QVanto al maneggiare li Binomii, e Residui delle dignità Algebratice per tutti gli atti dell'Algorismo, non ci trouo difficoltà alcuna, ch'habbia necessità di maggior dichiaratione di quella de'Binomij, e Residui ordinarii. Basta hauer bene a memoria le Regole del più, e del meno: & anco hauer l'occhio al Prodotto delle moltiplicationi delle dignità. Si che metterò solamente in figura qualche esempio per ciascun atto dell'Algorismo, da filosofarui sopra.

sommare de' Binomij.

A sõmar 9 p 3 co. con 4 p 2 co.	A sõmar 7 q p 5 con 3 q p 2	A som. 10 p. 12. cu. con 5 m. 8 cu.
Fà 13 p 5 cos.	Fà 10 q p 7	Fà 15 p 4 cub.

A som-

A sõ. 5 c. p 3. co. con 4 cu. p 6 qu.	A sõ. 3 re. p. 5 q. con 2 cu. p. 3. co.	A sõ. 7 c. m̃ 6 co. con 5. cu. p 4 co.
Fà 9 c. p 6 q. p 3. co.	Fa 3 r. p 2 c. p 5 q. p 3 c.	Fa 12 cu. m̃ 2 c.

Sottrare de' Binomij.

Da 9. cos. p 10 cauar. 5 cos. m̃ 3	Da 7 q. p 2 co. m̃ 2 cau. 2 q m̃ co. p 7	Da 17. q cu. m̃ 5 c. cau. 6 cub. p. 3 qu.
Rest 4 co. p 7	Re. 5. q. p 5 co. m̃ 9	R. 17. q. c. m̃ 11 c. m̃ 3 q.

Da 10 qu. cu. p 7 quad. cauar. 7 cos. p 3	Da 5 qua. cub. p 13 cos. cauare 7 qu. cu. m̃ 5 quad.
R. 10 q c. p 7 q m̃ (7 co. p 3)	R. 5 q 1 p 13. co. m̃ 2. qu. cu.

Moltiplica de' Binomij.

A mol. 7 cos. p 5 per 4	A mol. 9 q. m̃ 3 per 6	A m. 12. cu. p 3. co. m̃ 5 per 4 cos.
Fà 28 co. p 20	Fà 14 q m 18	Fà 72 q q. p 18 q m̃ 30 co.

A mol. 13 rel. m̃ 2. quad. per 5 cos. p 5	A mol. 10 cub. m̃ 2 quad. per 9 cub. p 1 quad.
Fà 65 q c. m̃ 10 c. p 39 re. m̃. 6 q	p 10 rel. m̃ 2 qu. q. 90 q c. m̃ 18 re.
	Fà 90 q c. m̃ 8. re. m̃. 2. q. q.

Quando occorrerà di quadrare qualsiuoglia Binomio, ò Residuo Algebratico, che non sia denominato da R, il Prodotto d'vn nome nell'altro si moltiplica semplicemente per 2, e non per 4.

Par-

ſarà la valuta d'vna ſol coſa. Per eſempio Se 15. coſe foſſero eguali a 60. nu. partendo il numero 60. per le 15. coſe, vna coſa valeria 4. nu. e ſe le 15. coſ. foſſero 15. Brazza di panno, & il 60. nu. foſſero Scud. vn Brazzo valeria 4. Scud. Or veniamo alla pratica.

Trouami vn numero, che li $\frac{2}{3}$, e $\frac{3}{4}$ di detto numero gionti inſieme facciano 68. Per la Regola delle poſitioni falſe ſi potria riſoluere il queſito; ma voglio, che lo riſoluiamo per Algebra così dicendo. Suppongo, che il numero, che cerchiamo ſia 1. coſ pigliandone poi $\frac{2}{3}$ coſ. $\frac{3}{4}$ coſ, e ſommandoli inſieme, faranno $\frac{17}{12}$ coſ. e queſti $\frac{17}{12}$ coſ. per la ſuppoſitione fatta, ſaranno eguali al numero che vogliamo, che faccia; cioè a 68. Diuidaſi adunque 68 per $\frac{17}{12}$ coſ. (come comanda la Regola) e ne verrà 48. per valuta d'vna coſa. Adunque 48. è il numero cercato: perche hò ſuppoſto, che tal numero ſia 1. coſ. Piglianſi mò $\frac{2}{3}$, e $\frac{3}{4}$ di 48. e faranno appunto 68. come fù propoſto.

Quì, e ne' ſeguenti capitoli biſogna auuertire; che il partire del num. per le coſe, &c. s'intende ſecondo il partire de'num. ſemplici, e non ſecondo il partire delle dignità. Voglio dire, che il Quotiente ſarà num. ſemplice.

Secondo Capitolo ſemplice.

IL ſecondo capitolo ſemplice è quando li quadrati s'eguagliono al numero. La ſua Regola è queſta: ſi parte il numero per li quadrati, & il Quotiente ſarà la varietà d'vn ſol quadrato: ma perche ordinariamente ſi cerca la valuta della coſ e la coſ. non è altro, che la radice d'vn quadrato, ne ſiegue, che la radice del Quotiente ſarà la valuta d'vna coſa. Alla pratica.

Trouami vn numero, che moltiplicando per 12. il ſuo quadrato, faccia 300. Sia tal numero 1. coſ Quadriſi 1. coſ e ſarà 1. quadrato, qual moltiplicato per 12. farà 12. quadrati, eguali a 300. Diuidaſi ſecondo la Regola il 300 per li 12. Quadrati, e di Quotiente ne verrà 25. per valuta d'vn ſol quadrato la cui radice è 5. e tanto val la coſa. Adunque 5. è il numero cercato. Fanne la proua.

In ſimili queſiti, ecco vna mia ritrouata, & infallibile

Re-

sto sarà parimente eguale. Di più. Se quantità eguali saranno moltiplicate, ò diuise per vn altra quantità egualmente, il Prodotto, ò Quotiente sarà parimente eguale. Ciò si dice perche spesse volte occorre aggiongere, ò leuare &c. dalli estremi: come in pratica a suo luogo si vedrà. O torniamo al nostro proposito.

Primo Capitolo composto.

IL primo capitolo composto è quando, che li quadrati, e le cose sono eguali al numero. La sua Regola è questa. Se da vna banda, ò dall'altra vi sarà più, ò meno d'vn quadrato: bisogna ridurre tutta l'Equatione ad vn sol quadrato. Il che si fà partendo tutta l'Equatione per la quantità de quadrato. Per esempio. Se 5 quad. più 30 cos. fossero eguali a 80. partendo tutta l'Equatione per 5 (quantità de quadrati) ne verrà 1 quad. più 6. cos. & 16. Siche 1 quad. più 6 cos. saranno eguali a 16. Fatto questo, si partono per mezo le cose, che nel caso nostro è 3 Questo 3. si quadra, e fà 9. Al quadrato s'aggionge il numero, cioè 16, e fa 25. E così la R. di 25. (cioè 5.) men la metà delle cose (cioè 3.) sarà la valuta d'vna cosa. Valeria 2. Di più. Se $\frac{2}{3}$ quade più 12 cos. fossero eguali a 40. diuidendo tutta l'Equatione per $\frac{2}{3}$. s'hauerà 1. quad. più 18. cos. eguali a 60. Ma quì di passaggio ricordateui, che diuidendo vn rotto per vn altro rotto, eguale ne viene l'Vnità: e e per diuidere vn sano per vn rotto moltiplica il sano per il Denominatore, & il Prodotto parte per il Numeratore del rotto (al contrario del moltiplicare.)

Trouami vn numero, che moltiplicano per 8, & al Prodotto giontoui il quadrato di detto numero, faccia 48. Suppongo, che questo numero sia 1. cos. moltiplicato per 8, fà cos. 8 e perche al Prodotto s'hà d'aggiongere il quad. di detto numero quadro 1. cos. e fà 1 quad. qual vnito con quelle 8 cos. farà 1. quad. più 8. cos. e questa somma sarà eguale a 48. E perche l'Equatione e ridotta ad vn sol quadrato: basta nel resto seguitar la Regola data, Il che facendo la cosa val 4. E 4 appunto è il numero cercato. Fanne la proua da te stesso.

ne'paſſati capitoli) ma ſi leua il numero dell'Equatione,(cioè 36.) e reſterà 3 $\frac{1}{7}$, la cui ℞. è $\frac{7}{4}$.cioè 1 $\frac{3}{4}$. Hora mò dico,che aggiongendo, ò leuando da queſta ℞. 1. $\frac{3}{4}$. la metà delle coſe; la ſomma, ò reſto ſarà la valuta d'vna coſa. Verò è,che non ſempre rieſce all'vno, & all'altro modo,ma bensì infallibilmente per l'vno, ò per l'altro modo. Aggiongiamo adunque alla ℞.1.$\frac{3}{4}$ la metà delle coſ. (cioè 6. $\frac{1}{4}$.) e farà preciſamente 8. per valuta d'vna coſa. E appunto 8. è il cercato num. che moltiplicato per 25. fà 200. eguale al doppio del quad. dell'iſteſſo 7. con 72. di più. Per l'altro modo non è riuſcibile, non potendoſi cauare la metà delle coſ. della ℞ 1 $\frac{3}{4}$.

ALTRE SORTI D'EQVATIONI.

CAP. V.

Quadrati di Quadrati eguali al numero.

ALtri capitoli hanno le loro Regole, per trarre in luce li queſiti loro: ma però dependono da vnò de ſei precedenti. Trouami vn numero, che il quadrato del ſuo quadrato moltiplicato per 8. faccia 512. Sia 1. coſ. la quale ridotta a qu. di qu. e moltiplicata per 8. s' hauerannò poi 8. qu. di qu. eguali a 512. Diuidaſi 512. per 8. e ne verrà 64. per valuta d'vn ſol quad. di quadrato. La cui ℞.℞. ſarà la valuta della coſa. Queſtò capitolo cade ſotto il primo capitolo ſemplice.

Quadrati di quadrati, e quadrati eguali al numero.

QVeſto,e gl'altri due ſeguenti capitoli ordinatamente dipendono dalle Regole de tre capitali compoſti con queſte trè ſole auuertenze. Prima ſe nell'Equatione vi ſarà più, ò meno d'vn quadrato di quadrato, biſogna ridurla ad vn ſol quadroto di quadrato, partendo l'vno,e l'altro eſtremo per la quantità de qu. de qu.(più, o meno, che ſia, d'vn quadrato di qu.) Secondo. Li quadrati dell'Equatione ſi partono per mezo, e la metà ſi quadra in vece delle coſe. Terzo. L'vltimo euento, che ne capitoli compoſti dà la valuta della coſa, in que-

ſti dà la valuta d'vn quadrato. Sichebiſogna di più cauare la R. dal detto vltimo euento: la qual R. ſarà la valuta della coſa. Alla pratica.

Trouami vn numero, che al quadrato del ſuo quad. giontoui 10 de ſuoi quad. faccia 171. Sia 1. coſ. che ridotta a quad di quad., & aggiontoui 10. quad. s'haueranno poi 1. qu. di qu. p. 10. qu. eguali a 171. Operando ſecondo la Regola del primo capitolo compoſto, e cautelle ſudette la coſ. valerà 3. E 3 appunto è il cercato numero.

Quadrati, e numero eguali à quadrati de quadrati.

TRouami vn numero, che il quad. del ſuo quad. ſia eguale a 16 de ſuoi quadrati giontoui ſopra 125. Sia 1. coſ: qual ridotta a qu. di qu. s'hauerà poi 1. quad. di quad. eguale a 16 quad. p. 225. Operando ſecondo la Regola del ſecondo capitolo compoſto, e cautelle ſudette la coſa val 5, per il cercato numero.

Quadrati di quadrati, e numero eguali a quadrati.

TRouami vn numero, che ſopra il quadrato del ſuo quad. giontoui 154, queſta ſomma ſia eguale al ſuo quadrato moltiplicato per 40. Sia 1. coſa, qual ridotta à qu. di qu. s'hauerà 1. qu. di qu. p. 144, eguali a 40. qu. operando ſecondo la Regola del terzo capitolo compoſto, e cautelle ſudette la coſa valerà 6 per il cercato numero.

Ricordi.

PEr maggior chiarezza hò fatto riuſcire le cōcluſioni ſenza rotto mà in tutti li capitoli, quando che il numero dell'Equatione s'aggionge, ò lieua del quadrato della metà delle coſe, ò metà de quadrati ſe tal ſomma, ò reſto non ſarà numero quadrato, ò non hauerà R. diſcreta: in tal caſo la coſa val la medeſima R. ſorda: cioè tal ſomma, ò reſto, p. ouero men la metà delle coſe, ò quad. E per ciò ſi nota in forma di Binomio, ò reſiduo:

Ma perche nel terzo capitolo compoſto, e ſuoi dependenti il numero del Quotiente ſi ſottra dal quadrato della metà delle coſe, o metà de quad. Se tal numero dell'Equatione ſarà eguale al ſudetto quad. della metà delle coſe, ò metà de quad. la valuta della coſa, ò d'vn quad.

quad. sarà la metà delle cose, ò quad. ma quando il numero dell'Equatione fosse maggiore, tal quesito non sarai solubile: perche è impossibile a poter partire vna quantità in due parti tali, che il Prodotto d'vna in l'altra parte, sia più del quad della metà d'essa quantità.

Del leuare i superflui, e ristorare li diminuti.

C A P. V I.

SVperflui sono quelle quantità d'vn medesimo genere, che si trouano nell'vno, e nell'altro estremo dell'Equatione col termine di più. Questi si lieueno col sottrare li minori più dalli maggiori: acciò tal spetie di quantità resti solamente in vno degli estremi, qual si sia diminuti sono quelle quantità, che in qualsiuoglia estremo sono notate col termine del men. Questi diminuti si ristorono con aggiongere all'vno, & all'altro estremo tali quantità; cominciando sempre dalli men maggiori. Alla pratica.

Habbiasi (per esempio) questa Equatione 12 quad. più 25. cos. men 70, e quali a 100. cos. men 8 quad. men 30. Hor dico, che per ristorar li diminuti, primieramente aggiongo all'vno, & all'altro estremo quei men 70, e per aggiongerli al primo estremo, oue si trouano, basta a leuarli, ò darli di penna: poiche leuati, che siano, quei più 25. cos. che sono imperfette, per rispetto di quei men 70, restaranno poi intieri: e perche nell'vltimo estremo vi sono men 30. a quali douendosi aggiongere li men 70, che si sono aggionti al primo estremo, acciò l'Equatione resti equilibrata, ne siegue: che sommando men 30 con più 70, resterà più 40. Siche s'haueranno mò 12 quad. più 25 cos. eguali a 100. cos. più 40, men 8 quad. In questo istesso modo si ristorano quei men 8. quad. & haueransi poi 20. quad. più 25 cos. eguali à 100 cos. più 40. Finalmente leuati dall'vno, e l'altro estremo li superflui: (cioè quelle più 25 cos.) s'haueranno poi 20. quad. eguali a 75. cos. più 40. E così leuando li superflui, e ristorando li diminuti, habbiamo ridotta l'Equa-

tione al secondo capitolo composto di cose, e numero eguali alli quad. secondo la di cui Regola nel resto s'operaria; E tanto basti al speculatio, & ingegnoso studente.

DEL LEVARE LE RADICI dagli estremi delle equationi.

CAP. VII.

IL miglior modo di leuar le radici dall'Equationi è il discompagnarle da qualsiuoglia altra quantità, che sia in sua compagnia; il che si fà leuando dette quantità dall'vno, e l'altro estremo, se non in altra maniera col termine di più, ò di men: (il che si può far sempre) acciò l'Equatione resti sempre eguale, & la ℞ resti sola in vno delli estremi. Ciò fatto, si quadra l'vno, e l'altro estremo, con che l'Equatione si mette in stato di ridurla à capitolo ordinario, ristorando li diminuti, e leuando li superflui. Alla pratica:

Habbiansi 8 cos. eguali a 16 più ℞.V.(40. qu. più 20. cos.) Leuando dall'vno e l'altro estremo li 10, che sono in compagnia della ℞.V.(40 q. più 20 cos.) s'haurà poi ℞.V. (40 q. più 20 cos.) egual'a 8 cos. men 10. Quadrisi l'vno, e l'altro estremo, e ne verrà 64 q. più 100. men 160 cos. eguali a 40 quad. più 20. cos. Imperoche quella ℞. (quasi legata) si scioglie quadrandola, e produce precisamente quella quantità della quale lei è supposta ℞, e perche detta ℞ è egual a 8. quad. men 10. non si può dubitare, che li loro quad. non siano parimente eguali. Ristorando, e leuando li superflui si riduce poi l'Equatione a capitolo ordinario (Che per esser chiaro, tralascio l'essemplificarne.)

Se la ℞ fossero col termine di mē bisogna prima ristorarla; il che fatto: tal ℞ farà passaggio al termine di più: si separa dall'altre quantità, e poi s'opera, come sopra.

Se in ambidue gli estremi fossero ℞ col termine di più, prima d'ogni cosa si quadra l'vno, e l'altro estremo: il che fatto, la ℞ resta in vn sol estremo; e poi si opera, come sopra.

Ogni

Ogni volta, che le cos. quad. ò altra dignità s'eguaglià al numero e ℞; ouero a ℞ sola: senza leuar tal ℞ si parte il numero, e radice, ò ℞ sola; per le cos. quadrati, &c. E così il Quotiente sarà la valuta della cosa, quadrato, &c. Per essempio. Siano 10. cos. eguali a 35. più ℞. 360. Diuidasi 35. più ℞ 360. per 10, e ne verranno $3\frac{1}{2}$ più ℞ $3\frac{3}{5}$ per valuta d'vna cos.

Finalmente può accadere, che non si possino leuare dette radici: & è quando, che operando, non si può ridurre l'Equatione a capitolo ordinario.

DEL LEVARE LI ROTTI

Dalle Equationi.

CAP. VIII.

1 Li rotti si lasciano vedere nelle Equationi dal partire numero per dignità Algebratica: ouero dal partire vna dignità minore per vn altra dignità maggiore: il che non si può fare, se non in forma di rotto. Ogni volta adunque che il rotto sarà solo in vno delli estremi, per leuarlo, basta a moltiplicare il Denominatore del rotto con tutto l'altro estremo dell'equatione: perche tal Prodotto sarà eguale al Numeratore di esso rotto. Per esempio. Se $\frac{150}{6\ \text{cos.}}$ fossero eguali a 15 più 8 cos. Operando, come hò detto, ne verranno 90 cos. più 48. quad. eguali a 150 Numeratore.

2 Se nell'vno, e nell'altro estremo dell'Equatione saranno rotti solamente, si moltiplicano vicendeuolmente in croce: come si costuma, quando si vogliono ridurre rotti ordinarij sotto vna medesima denominatione. Il che fatto, li Prodotti saranno eguali l'vno all'altro. Per esempio. Se $\frac{16.}{2.\text{cos.}}$ fossero eguali a $\frac{40}{1\ \text{q. p. }1.\ \text{cos.}}$ operando, come hò detto, s'haueria poi 16 qu. più 16 cos. eguali 80 cose.

3 Se in vno degli estremi col rotto saranno de' sani: si le-

si leui dall'vno,e dall'altro estremo il sano,'che si troua in compagnia del rotto: il che fatto, l'Equatione è ridotta al primo esemplare: secondo la cui Regola operarai. Per esempio. Se 12 più $\frac{15.}{1.\text{qu.}}$ fossero eguali a 12 cos. più 8 si lieuino dall'vno, e l'altro estremo li 12, che sono col rotto, & haueraßi poi $\frac{15.}{1.\text{qu.}}$ eguali a 12.cos. men 4. Operando poscia secondo il primo esemplare, s'haueranno poi 12. cub. men 4. quad. eguali a 15. Quì si ristori, e leuino li superflui; che poi l'Equatione sarà ridotta a segno.

4 Finalmente se saranno rotti accompagnati con sani nell'vno, e l'altro estremo, si sottra vn rotto dall'altro, secondo la Regola de' rotti ordinarij: riducendoli ambidue ad vna medesima denominatione, col moltiplicarli in croce (hauendo però l'occhio sempre alli Prodotti delle dignità Algebratice). Fatta tal sottratione, il rotto restarà col sano in vn sol estremo. E per leuarlo, e per ridurre l'Equatione a segno: s'opera, come nel precedente caso. Per esempio. Se 2. quad. più $\frac{10\ \text{cos.}}{3\ \text{qu.}}$ fossero eguali a 10 più $\frac{15.}{4.\text{cos.}}$ Leuando vn rotto dall'altro, come hò insegnato s'haueranno poi 2 quad. eguali a 10 più $\frac{5\ \text{qu.}}{12\ \text{cub.}}$ Nel resto s'opera, come nel precedente terzo ammaestramento, si potria ancora ridurre li sani in rotti, e poi operare secondo la Regola del secondo ammaestramento.

DEL DEGRADARE LE EQVATIONI.
C A P. IX.

OGni volta, che nelle Equationi non si troui il numero, bisogna degradare tal Equatione. Il che si fà partendo tutta l'Equatione per vna delle minori dignità, che in quella si troui: imperoche si come a moltiplicare le dignità per l'Vnità d'vn altra, si ingrandiscono, non nel numero, ma *Virtualiter*, cioè nell'ascenden-

denza di maggior dignità: così diuidendole, calano, s'abbassano: non di numero, ma di grado. Alla pratica. Habbiasi 12. cub. p. 18. quad. eguali a 50. cos. Io dico, che si deue partire tutta l'Equatione per vna sol cosa: il che facendo, s'hauerà poi 12 quad. p. 18. cos. eguali a 50. numero. Parimente. Se 15. qu.qu. p. 11 cub. fossero eguali a 30. quad. partendo tutta l'Equatione per vn sol quad. ne verrà 15 quad. p. 11. cos. eguali a 30. numero. *Et sic de singulis*. Ma quando nell'Equatione si troua il numero, tal Equatione non si può degradare. Il numero è sempre necessario nell'Equationi.

Auuisi considerabili.

1 PEr risoluere li quesiti si può far la positione sopra vna, ò più cose. Sopra vno, ò più quadrati: ouero sopra vna, ò più qual si sia altra dignità (accompagnata da numero, se piace, per maggior commodità) ma pazzia riputarei l'apporsi a dignità alte, ch'altro, che fatica non apportano: potendo hauere l'intento per il sol num. cos. e quad. Fatta adunque la positione sopra vna, ò più cos. bisogna poi maneggiarle secondo il tenore del quesito, finche s'arriui a qualche Equatione: che nel resto s'opera poi come ne' proprij capitoli s'è insegnato.

2 Qui rinfresco alla memoria, che trouata l'Equatione (se fa bisogno) conuiene ridurla a segno leuando li superflui, ristorando, e diuidendo tutta l'Equatione per il numero, ò quantità della maggior dignità, che sia in essa: acciò in vno degli estremi tal dignità resti con la sola Vnità.

3 Ogni volta, che qualsiuoglia dignità sola in vn estremo s'eguaglia al numero, per Regola ferma si parte il num. per tal dignità: e la ℞. del Quotiente sarà la valuta d'vna sol cosa. Per esempio. Se 5 cu. fossero eguali a 40. si parte il 40 per 5, e ne viene di Quot. 8 La cui ℞. cu. è 2. per valuta d'vna sol cos. Ma partendo il num. per le cose, il semplice Quotiente è la valuta della cosa.

4 Di più. Ogni uolta, che qual si sia dignità s'egua_glia alla dignità immediatamente inferiore a quella, si parte la minore per la maggiore, & il Quotiente sarà la

valuta d'vna sol cosa. Per esempio, Se 5. pri. rel. fossero eguali a 30.qua.qua.si parte il 30 per 5, & il Quotiente 6 sarà la valuta della cos. Lo prouo così dicendo. Se 5 pr. rel. danno 30 qu.qu. Che darà 1 cosa? Moltiplicando 1 cos. con 30 qu.qu. fà 30. pr. rel. quali diuisi per 5. pr. rel. ne viene 6 di nu. sempl. e per valuta d'vna cosa.

5 Tali quesiti si propongono alle volte, che difficilmente si possono ridurre a capit. ordinario con vna sol positione: laonde conuiene farne due di quantità differenti. Per esempio.

Trouami due numeri, che tanto faccia l'vno moltiplicato per 4, & al Prodotto giontoui 16. quanto l'altro moltiplicato per 8, e dal Prodotto leuatone 4, e che il Prodotto d'vno in l'altro faccia 12. Il primo numero sia 1 cos. & il secondo sia 1 tanto. Si che operando s'hauerà 4 cos. più 16 eguali a 8, quantità, ò tanti; perche, si come a moltiplicar cos. per numero, ne vien cos. così a moltiplicar tanti per numero ne verrà tanti. Ristorando l'Equatione, s'haueranno poi 4 cos. p. 20. eguali a 8 tanti. Ma per leuarsi da i piedi li tanti, si partono le 4 cos. p. 20. semplicemente per li 8. tanti, & il Quotiente, cioè $\frac{4}{8}$ sarà la valuta d'vn sol tanto. Adunque il primo numero sarà 1 cos. e l'altro $\frac{1}{2}$ cos. p. 2. $\frac{1}{2}$. Bisogna hora vedere, se il Prodotto d'vno nell'altro sia precisamente 12. Operando, s'hauerà $\frac{1}{2}$ quad. p. 2. $\frac{1}{2}$ cos. eguali a 12. Finalmente riducendo l'Equatione ad vn quadrato intiero, s'hauerà poi 1. quad. p. 5 cos. eguali a 24. Capitolo primo composto. La cos. val. 3, per il primo numero. E perche il secondo fù trouato esser $\frac{1}{2}$, cos. più $\frac{1}{2}$, però tal numero sarà 4, e che sia il vero. Il primo moltiplicato per 4, & al Prodotto giontoui 16, fà 28. Così parimente il secondo moltiplicato per 8, e dal Prodotto leuando 4, resta 28. e moltiplicando l'vno per l'altro, fà appunto 12 O bello.

6 Finalmente mi occorre auuisare chi legge, che quando li termini dell'Equatione fossero di simil parti, tali eguagliamenti sariano irregolari. Come se 8 quadrati, più 4. cos. fossero eguali a 8 quadrati più 4 cos.

Et sic de singulis. E per esser meglio inteso. Trouami due numeri, che habbiano la proportione, come di 2 a 3, e che moltiplicato il primo per 6 faccia quanto fà l'altro moltiplicato per 4. Per mantenere la proportione, sia il primo numero 2. cos. e l'altro 3. cos. quali moltiplicati, come s'è proposto; s'haueriano poi 12. cos. Laonde li ricercati num. saranno quei medesimi in che si apponne: e però è superfluo l'operare. Ma se in vno estremo sarà maggior quantità simile; il quesito saria irrisolubile: come chi dicesse, che 2. cos. e 3 cos. fossero moltiplicate, per 5 le prime, e per 4 le seconde, e che li Prodotti fossero eguali: poiche operando s'haueriano 10 co. eguali a 12. co. (il che non può essere.) Schifasi, ò degradisi 10 cos. e 12 cos. e ne verrà 10 eguali a 12 (cosa impossibile.)

PROBLEMI ALGEBRAICI.
CAP. X.

HAuendo esposto, e dichiarato li principali fondamenti d'Algebra (scienza laboriosa, ma soauissima) bisogna mò venire alla pratica; acciò meglio s'imprimi nella mente. Cominciaremo da' Problemi più facili, e poi s'andarà ascendendo gradatim.

Nel risoluere gli Problemi osseruarò quest'ordine. Farò la positione, & operarò sino ad hauer ridotto l'Equatione a capitolo ordinario, (che in questo consiste la difficoltà) che da lì impoi è facil cosa l'operare: & in vltimo dichiararò la valuta della cosa: cioè la quantità cercata, e sotto a qual capitolo cadi ciascun problema. Perche saria cosa troppo tediosa il voler tirar a fine ciascun Problema.

Per esser questa scienza l'arte magna del calcolare; è necessario esser molto versato, e pratico nelle quantità si discrete, come continue; altrimente non s'haueria modo di sapersi accomodare li quesiti nelle mani: come a suoi luoghi si motiuarà. *Qui potest capere capiat.*

Problema Primo.

Trouami vn numero, dal quale leuandone la metà, & $\frac{1}{7}$, il resto sia 12

Suppongo,che questo num. cercato sia 1. cos. Adunque 1. cos. (dal suo posto) sarà eguale al numero incognito. E si come 1. cos. è la radice d'una Progressione Geometrica,principiante dall'Vnità: così tutto l'Artificio Algebratico consiste in saper trouare, che sorte di Progressione ne dia il cercato numero, posto vicino all' Vnità, cioè nel secondo luogo: poiche qualsiuoglia numero sano,ò rotto, ouero sano, e rotto può possedere il secondo luogo d'vna Progressione Geometrica. Horsù. Di questo 1. cos. ne piglio $\frac{1}{2}$ cos. e $\frac{1}{3}$ cos. quali sommati insieme, fanno $\frac{5}{6}$ cos. e questi $\frac{5}{6}$ cos. saranno eguali alla somma d'$\frac{1}{2}$, e $\frac{1}{3}$ del numero cercato. Cauando mò $\frac{5}{6}$ cos. da 1. cos. intiero, mi resta $\frac{1}{6}$ cos. Adunque $\frac{1}{6}$ cos. sono eguali a 12; perche 12 ne restò (dice il quesito) dopo d' hauerne leuato $\frac{1}{2}$,& $\frac{1}{3}$. Trouata l'Equatione, secondo la Regola si parte 12 per $\frac{1}{6}$, e di Quotiente ne viene 72. La cos. val 72. Cap. 1. sempl. Adunque 72 è quel num. dal quale leuandone la metà, & $\frac{1}{3}$. il resto è 12: e questo 72, posto nel secondo luogo d'vna Progressione Geometrica, cominciante dall'Vnità, starà come siegue.

1.72.5184.373248., &c. L'Ascendente è 72.

Problema Secondo.

Trouami vn numero,che moltiplicato per 7,& al Prodotto giontoui 50, faccia 302.

Sia 1 cos. che moltiplicata per 7,& al Prodotto gionto 50 s'haueranno 8. cos. più 50,eguali a 302. Leuansi dall'vno, e l'altro estremo quei più 50,e restaranno poi 7 cos. eguali a 252. Cap. 1. sempl. La cos. val 36. E 36. appunto è il numero cercato.

Problema Terzo.

Trouisi due numeri, che siano proportionali come 3 a 4; e che moltiplicando il maggiore per 2,& il minore per 5, li Prodotti vniti insieme facciano 46.

Vno di questi numeri sia 3 cos. e l'altro 4. cos. che moltiplicate insieme, e sommati li Prodotti, come s'è proposto, s'haueranno 23 cos. eguali a 46. Cap. 1. semplice.

plice. La cosa val 2. E perche la positione fù fatta sopra 3. e 4. cos. moltiplicasi 3, e 4 cos. per 2. e s'hauerà 6, e 8 per li cercati numeri.

Problema Quarto.

Trouisi vn numero, al quale aggiongendo 30, e 90 le due somme siano frà loro in proportione doppia.

Questo numero sia 1 cos. aggiongendoli 30 per vna parte, e 90 per l'altra, s'hauerà poi 1 cos. più 30, & 1 cos. più 90. Raddoppiasi 1 cos. più 30 acciò sia in proportione doppia all'altro, e s'hauerà poi 2. cos. più 60, eguali a 1. cos. più 90. Leuansi li superflui, e restarà 1. cos. eguali a 30. Capitolo primo semplice. La cosa val 30. E questo è il numero cercato, al quale aggiongendoli 30, e 90 s'hauerà 60, e 120 in proportione doppia.

Problema Quinto.

Trouami vn numero dal quale cauatone 30, e 90 il maggiore de' due residui sia quattro volte il minore.

Sia 1. cos. dal quale cauatone 30, e 90, restarà 1 cos. men 30, & 1 cos. men 90 E perche 1. cos. men 90 determino per la parte minore, bisogna quadruplicarla. Il che facendo, s'haueranno poi 4 cos. men 360, eguali a 1 cos. m. 30. Leuando li superflui, e ristorando li diminuti, s'haueranno poi 3. cos. eguali a 330. La cosa val 110. per il cercato numero. Capit. 1. semplice.

Proble ma Sesto.

Trouami vn numero, che cauato da 50, e da 200; il maggior residuo sia sei volte il minore.

Questo num. sia 1. cos. il quale cauato da 50, e da 200, resta 50. men 1 cos. e 200 men 1. cos. & acciò il maggiore sia sei volte il minore, moltiplico per 6 il 50. men 1. cos. e ne viene 300 men 6 cos. eguali à 200. men 1. cos. Leuando li superflui, e ristorando &c. s'haueranno poi 5 cos. eguali a 100. La cosa val 20 per il numero cercato. Capitolo primo semplice.

Problema Settimo.

Diuidasi 100. in due parti tali, che il terzo d'vna, & il quinto dell'altra gionti insieme facciano 30.

La prima parte sia 3 cos. di necessità il suo terzo sarà 1, cos. e per consequenza il quinto dell'altra parte sarà

30 men 1.cos. acciò si verifichi, che $\frac{1}{3}$ d'vna, & $\frac{1}{5}$ dell'altra parte facciano 30. Hora mò, se 30 men 1. cos. è il quinto della seconda parte, 150 men 5 cos. sarà il suo tutto. Vniscansi adunque insieme queste due parti; cioè 3 cos. & 150 men 5. cos. e s'hauerà poi 150 men 2 cos. eguali à 100. Leuando poscia li superflui, e ristorando li diminuti s'haueranno finalmente due cos. eguali a 50. La cosa val 25. E perche la prima parte fù supposta 3 cose. tal parte sarà 75, e l'altra il resto sino a 100, cioè 25. Piglia mò vn terzo di 75, & vn quinto di 25, che appunto saranno 30. Capitolo primo semplice.

Problema Ottauo.

Diuidasi 200. in due parti, ò numeri. E poi di nuouo si torni a diuidere in due altre parti, ò numeri: talche il maggiore della prima diuisione sia in proportione doppia col minore della seconda diuisione, & il maggiore della seconda diuisione sia in proportione trippla con il minore della prima.

Il minore della seconda diuisione sia 1. cos. il maggiore della prima sarà 2 cos. e di ragione il suo minore sarà 200. men 2 cos. è perche il maggiore della seconda diuisione deue esser trè volte il minore, della prima, perciò tal parte ò numero sarà 600 men 6. cos. Resta, che la somma delli due numeri, ò parti della seconda diuisione siano 200, mà perche sono 600, men 5 cos. ne siegue, che 600. men 5 cos. sono eguali a 200. Leuando li superflui l'Equatione resta 5 cos. eguali a 400. Capitolo primo semplice. La cosa val 80, Siche il numero minore della seconda diuisione sarà 80, & il maggiore della Prima sarà 160 gli altri due il residuo fino a 200 e sono questi.

Prima diuisione	160	40
Second. diuisione	120	80

Problema nono.

Trouami vn numero, dal quale cauandone il terzo: e da quel, che resta, cauandone il quarto, e dal secondo resto cauandone il sesto, e l'vltimo resto sia 140.

Questo numero sia 1 cos. cauandone $\frac{1}{3}$, restano $\frac{2}{3}$ cos. da questi $\frac{2}{3}$ cos. cauandone $\frac{1}{4}$, (ch'è $\frac{1}{6}$ cos.) resta $\frac{1}{2}$ cos. E da

da questo $\frac{1}{2}$ cauandone $\frac{1}{6}$, (ch'è $\frac{1}{12}$ cos.) restano $\frac{5}{12}$ cos. eguali a 140. La cosa val 336, per il numero cercato. Primo capitolo semplice.

Problema Decimo.

Trouinsi due numeri, che il primo pigliandone 30 impresto dal secondo, sia doppio al restante del medemo secondo, & il secondo pigliandone 50 dal primo, sia poi tripplo al restante del primo.

Il secondo di questi due numeri sia 1. cos. più 30, (acciò dandone 30 al primo, egli resti con 1. cos) Il primo sarà 2. cos. men 30. acciò riceuendo 30 dal secondo, sia poi doppio al residuo d'esso secondo, che restò con 1 cos. Resta mò, che il secondo riceuendo 50 dal primo, sia triplo al residuo del medesimo primo. Mà se il primo dà 50 al secondo; egli resta con 2 cos. men 80, & il secondo; diuiene 1 cos. più 80. Triplichiamo quei 2 cos. men 80, e s'haueranno poi 6. cos. men 240, eguali a 1. cos. più 80. Leuando li superflui, e ristorando li diminuti, l'Equatione restarà 5. cos. eguali a 320. la cos. val 64 Il primo numero sarà 98 il secondo 94. cap. 1. semplice.

Problema Vndecimo.

Trouami due numeri, che vno sia 4 più dell'altro, e che il quad. del maggiore sia 32. più del quad. del minore.

In simili quesiti il minor num. si pone esser vna cosa manco la metà della differenza frà essi numeri: però il minore sia 1. cos. men 2, & il maggiore sarà 1. cos. più 2. Quadrinsi questi 2. supposti numeri, e si caui l'vno dall'altro, il che fatto restaranno 8. cos. e perche doueria restare 32 perciò 8 cos. saranno eguali a 32. La cosa val 4 Siche il primo numero sarà 2, & il secondo 6. Capitolo primo semplice.

La Regola di simili quesiti è questa, si parte il determinato numero (cioè nel caso proposto il 32.) per il doppio del 4 (dato numero, cioè per 8,) e dal Quotiente 4 cauando la metà del dato numero, cioè 2 s'hauerà il minore de cercati numeri che saria pur 2. & aggiongendo a detto Quotiente essa metà, tal somma sarà il numero maggiore, che parimente saria 6 Mà se dal sud-

det-

detto Quotiente non si potesse cauar la metà del datò numero, tal quesito non si potria risoluere. E ciò serui d'auuiso.

Problema Duodecimo.

Diuidasi 20 in due parti tali, che l'eccesso de'loro quadrati sia 120.

Vna parte sia 10 più 1. cos. che altra sarà 10 men 1. cos. Quadrando queste due parti, s'haueranno questi due quad. 1 Quad. più 20 cos. più 100, & 1 quad men 20. cos. più 100. Cauando l'vno dall'altro, il suo eccesso, ò residuo é 40 cos. eguali a 120 La cosa val 3. La parte che fù supposta 10 men 1 cos. sarà 7. L'altra 13. Capitolo primo semplice.

Problema Terzo decimo.

Trouami trè numeri, che il primo col secóndo faccia 20 Il secondo col terzo faccia 30. Et il terzo col primo faccia 40.

Il primo sia 1. cos. il secondo sarà 20. men 1. cos. Il terzo sarà 10 più 1. cos. (acciò col secódo faccia 20) & il primò col terzo sarà 2 cos. più 10. Mà perche doueria esser 40 però 2 cos. più 10 sono eguali a 40 Leuando li superflui, 2 cos. restan eguali a 30. La cosa val 15. Il primo numero è 15. Il secondo 5 il terzo 25. Cap. primo semplice.

Problema Quartodecimo.

Trouami due numeri, che il quadrato d'vno sia 96. più del quadrato dell'altro.

Il lato d'vn quadrato sia 1 cos. & il lato dell'altro sia 1. cos. più 8 (Quì s'aggionge vn numero ad libitum; acciò il suo quadrato sia meno di 96.) Quadrinsi questi due lati, e si caui vn quadrato dall'altro, che restarà 16. cos. più 64, eguali a 96 Leuato il 64 superfluo, restaranno 16 cos. eguali a 32, La cosa val 2 Siche il primo numero sarà 2, l'altro 10. Li quadrati de quali sono 4, & 100. cioè 96 più dell'altro. Capitolo primo semplice.

Problema Quintodecimo.

Vno deue dare ad vn altro Scud. 528. con quest'ordine: che il primo Mese li dia vn Sol. Sc. il secondo ne dia due: e così ogni Mese vadi crescendo vn Scudo. Domando. In quanti Mesi pagarà tutta la somma?

Si.

Simili quesiti non vogliono altro inferire, se non. Trouami vn numero, al quale giontoui sopra l'Vnità, e tal somma moltiplicata per la metà d'esso numero, faccia 528 (e ciò nasce per l'euidenza della Regola del sommar le Progressioni Aritmetiche 203) Hora mò, questo nu. sia 1 cos. Giongendoui l'Vnità sarà 1 cos più 1, qual somma moltiplicandola per la metà d'esso numero, cioè per $\frac{1}{2}$ cos. s'hauerà poi $\frac{1}{2}$ quad. più $\frac{1}{2}$ cos eguali a 528, (numero de Scud) Quì bisogna ridur l'Equatione ad vn quad. partendola tutta per il numero de quadrati, cioè per $\frac{1}{2}$ quad. Il che fatto, s'hauerà poi 1 quad. più 1 cos. eguali a 1056. (poiche il numero da partirsi per metà, si radoppia.) Siche l'Equatione è ridotta al primo capitolo composto. Operando secondo la sua Regola, la cosa val 32; e così in 32 Mesi hauerà pagati li Scudi 528.

Problema Sestodecimo.

Da Roma a Milano siano miglia 360 Due Peregrini si partono nel l'istesso punto, vno da Roma, per andare a Milano, e l'altro da Milano, per andare a Roma, e fanno ambidue la medesima strada. Quello, che parte da Roma fà il primo giorno 6 miglia, il secondo 12, & il terzo ne fà 18, e così ogni giorno cresce 6 miglia. L'altro, che parte da Milano fà il primo giorno 4 miglia, il secondo 8, il terzo ne fà 12, e così ogni giorno cresce 4 miglia. Domando, in quanti giorni s'incontraranno insieme questi due Peregrini? E quando si saranno incontrati; quante miglia hauerà fatto ciascun di loro?

La risolutione di simili quesiti stà fondata sopra l'euidenza di quella Regola, per trouar la quantità dell'vltimo termine d'vna Progressione Aritmetica; e sopra di quell'altra del sõmar detta Progressione, car. 204 e 207.

Supponiamo, che li due Peregrini s'incontrino in 1. cos. di giorni. Questo 1 cos. di giorni rappresenta la quãtità de termini d'vna progression in astratto; cioè la quãtità di giorni, che spenderanno ad incontrarsi. Per saper mò il viaggio, che in detto tempo hauerà fatto quello che parte da Roma, bisogna prima trouar il viaggio, che farà l'vltimo giorno cioè quãdo s'incontrarà cõl'alt. o Pelegri-

grino. E per saperlo, da 1 cos. leuo l'Vnità (secõdo la Regola generale, per trouar la quãtità dell'vltimo termine) e mi resta 1. cos. men. 1, qual resto lo moltiplica per il numero ascẽdẽte, cioè per 6, e ne viene 6. cos. men 6. al qual Prodotto aggiongẽdoui il primo termine, cioè il viaggio del primo giorno, s'hauerà poi in tutto 6 cos. per il viaggio dell'vltimo giorno. Fatto questo, bisogna mò sõmare la Progressione, e però à 6 cos. aggiongo di nuouo di primo termine, cioè 6, & haurò 6 cos. più 6, le quali 6 cos. più 6 moltiplico per $\frac{1}{2}$ cos. cioè per la metà de termini in che in astratto mi apposi, e così hauerò 3 quadrati più 3 cos. per tutte le miglia, ch'hauerà fatto il sudetto Peregrino, che parte da Roma, quali si seruano da parte.

Il Peregrino, che parte da Milano, (operãdo come sopra) in 1 cos. di giorni hauerà fatto 2 quad. più 2 cos. che vniti cõ gl'altri, fanno 5 qu. più 5 cos. eguali a 360. Aggiustando mò l'Equatione, secondo la Regola del primo cap. composto. La cosa valerà 8. E così concludo, che li due Peregrini s'incontraranno in 8 giorni Per saper mò il viaggio, che ciascuno hauerà fatto in detto tempo: basta a trouar il viaggio, che l'vno, e l'altro hà fatto l'ottauo giorno, cioè l'vltimo di otto termini della Progressione, rappresentata in quelli 8 giorni. Il che fatto, e sommata la Progressione in risguardo all'vno, & all'altro Peregrino, si trouarà, che quello, che partì da Roma hauerà fatto miglia 216; e l'altro 144, che vnite insieme, fanno precisamente 360 E però stà bene.

Ma se le miglia fossero, per esempio 370 s'vnisce insieme il viaggio, che fariano il nono giorno li due Peregrini (che nel caso nostro sono 90 miglia) e poi si dice. Se 90 miglia? si fanno in hore 24 in quant'hore si faranno 10 miglia? (cioè il sopra più delle 360 fatte in giorni intieri. Operando, si farìano in hor, 2 minuti 40. e così in giorni 8 hor, 2. minut. 40 s'incontrariano li due Peregrini, se le miglia fossero 370 (e serui d'auuiso.)

Ploblema decimosettimo.

Vn piglia vna Casa a fitto per Scu. 60. All'Anno. Mà prima d'entrar in casa sborsa al Padrone di essa Scu. 200.

&

& egli all'incontro s'obbliga scontrarli nel fitto, con vtile di 5 per 100 all'Anno, e di lasciarlo in Casa, fin che li 200. Scu. siano scontati del tutto. Domando, quanto l'affittuario goderà la Casa?

Si fa così. In capo al Primo Anno li Scu. 200, col suo frutto diuentano 210, cioè crescono la vintesima parte del capitale: ma pagati li Scu. 60. del fitto restano 150. Questi 150 in capo al secondo Anno, a 5 per 100 saranno 157 $\frac{1}{2}$, de quali pagando il fitto, restano 97 $\frac{1}{2}$. Questi a 5 per 100, nel fine del terzo anno saranno 102 $\frac{3}{8}$: ma scontando il fitto, restano solamente 42 $\frac{3}{8}$. E perche si vede che non può star più in Casa vn Anno intiero; per saper quanto vi deue dimorare, si fà la positione Algebratica così. Suppongo, che v'habbia da stare 1 cos. d'Anno, e poi dico. Se 1 Anno paga di fitto Sc. 60. quanto pagarà 1 cos. d'Anno? Pagarà 60. cos. di Scud. Fatto questo, bisogna vedere quanto meritano quei Scud. 42 $\frac{3}{8}$ in vn Anno. Trouo, che meritano Scud. 2 $\frac{19}{160}$; e poi nuouo dico, Se nel corso d'vn Anno Scu 42. $\frac{3}{8}$ meritano Sc. 2 $\frac{19}{160}$. Quanto meritaranno in 1 cos. d'Anno? Meritaranno 2 $\frac{19}{160}$ cos. di Scu. quali vniti col suo capitale faranno in tutto Scu. 42 $\frac{3}{8}$. più 2 $\frac{19}{160}$ cos. trà merito, e capitale. La qual somma s'eguaglia a 60. cos. di Scud. cioè à quello, che ha da pagar di fitto in 1. cos. d'Anno. Leuando mò li superflui, l'Equatione restarà 42 $\frac{3}{8}$ eguali à 57 $\frac{141}{160}$ cos. Capitolo primo semplice. La cosa val $\frac{2260}{3087}$ E tante parti d'vn Anno deue stare in Casa in risguardo à quei Scu. 42 $\frac{3}{8}$, e suo merito: le quali parti, per tirarle in giorni, si fà così. Si moltiplicano 365 giorni d'vn Anno per il Numeratore, & il Prodotto si parte per il Denominatore; e così il Quotiente sarà la quantità de giorni, contenuti in quel rotto (e sono questi) giorni 267, hor 5. min. 13. $\frac{9}{3087}$. Si conclude adunque che il Fittuario deue star in Casa anni 3, Mesi 8, giorni 27. hor: 5, min. 13 $\frac{9}{3087}$.

Problema Decimo ottauo.

Due fanno Compagnia. Il primo mette vna quantità di danari; & il secondo ne mette quattro tanti del primo.

mo. Guadagnano tanto per cento, quanto è il capitale, e guadagnano Scudi 800. Domando, quanto pose ciascun di loro nella compagnia?

Habbia posto il primo 1 cos.che l'altro hauerà messo 4 cos.Siche frà tutti due haueranno 5 cos. di capitale. E perche guadagnano tanto per 100, quanto è il loro capitale. Adunque guadagnano 5 cos. per 100, e però si dice. Se 100. di capitale mi dà 100 più 5 cos. trà capitale, e guadagno. Che mi darà 5 cos. di capitale? Darà 5 cos. più $\frac{1}{4}$ quadrato trà capitale, e guadagno nel fine della compagnia, e queste 5 cos. più $\frac{1}{4}$ quadrati sono eguali a Scud.800. Aggiustando l'Equatione, s'haueranno 20 cos. più 1. quadrato eguali 3200. Capitolo primo composto. La cosa val R. 3300 men 10. Siche il primo pose nella compagnia Scudi R 3300 men 10. e l'altro quattro tanti, cioè Scud. R 52800. men 40.

Problema Decimonono.

Due fanno compagnia. Vno mette vna Gioia, e l'altro Scu. seicento, e guadagnano Scudi cinquecento. A quello della Gioia toccò trà capitale, e guadagno Scudi ottocento, & all'altro il resto. Domando, quanto valse la Gioia?

Vaglia 1 cos. di Scud. con li 600 del compagno s'hauerà 1. cos. più 600. per capitale di tutti due, al quale aggiongendoui li Scud. 500. del guadagno, arriuarà alla somma di 1. cos. più 1100 dalla qual somma leuando li Scu. 800, che toccarono a quello della Gioia, restarà 1 cos. più 300, trà capitale, e guadagno per l'altro compagno: e poi dico, Se a quello, che mette Scu. 600 di capitale, tocca 1 cos. più 300. trà capitale, e guadagno. Che toccarà a 1. cos. capitale di quello, che pose la Gioia? Operando li toccarà $\frac{1}{600}$ quad. più $\frac{1}{2}$. cos. trà capitale, e guadagno, eguale alli 800. Scudi, che da principio si dice toccarli. Eguagliando l'Equatione, s'hauerà 1. quad. più 300. cos. eguale a 480. 000 Cap. 1. composto. La cosa val R 502 500. men. 150. E tanto valse la Gioia, cioè Scudi R 502.500. men 150.

Pro-

Problema Vigesima.

Quattro compagni fanno compagnia. Quanto ponesse ciascun di loro nel negotio, non lò sò: nè meno quanto guadagnassero. Sò bene, che $\frac{1}{3}$, & $\frac{1}{4}$ del capitale de' due primi compagni era eguale ad $\frac{1}{5}$, e $\frac{1}{6}$ de gli altri due compagni, e fra tutti quattro arriuarono alla terza parte del guadagno. Di più. Non sò quanto toccasse à ciascuno del guadagno, sò bene, ch'haueuano debiti l'vno con l'altro: e che il primo dando al secondo la terza parte del suo guadagno. Il secondo dando al terzo la quarta parte. Il terzo dando al quarto la quinta parte; & il quarto dando al primo la sesta parte del suo guadagno; dopo l'hauer dato, e riceuùto ciascuno (come sopra) restorno estinti tutti li debiti, e ciascuno si trouò con egual quantità di Scudi. Domando. Quanto guadagnorno frà tutti. Quanto toccò a ciascun di loro. Che debito haueuano frà essi. E quanto posero nella Compagnia li due primi compagni, e quanto gli altri due? (O che quesito capricciosо.

Horsù. Sbrighiamoci presto. Al primo compaguo sia toccato dal guadagno 3 cos. Al secondo sia tocco vn numero *ad libitum*, diuisibile per 4 senza rompere l'Vnità (e sia 12) Se mò il secondo dà la quarta parte al terzo compagno, egli resta solamente con 9, e riceuendo dal primo compagno la sua terza parte, hauerà poi il secondo compagno 1 cos. più 9 (e tanto doueriano hauere gli altri compagni.) Il primo, che s'è priuato d' $\frac{1}{3}$, è restato solamente con 2 cos. Et acciò sia eguale al secondo, bisogna, che riceui dal quarto compagno 9 men 1. cos. (per il sesto, che li deue dare) ma se 9 men 1 cos. è la sesta parte del quarto compagno, tutto il suo guadagno sarà 54 men 6 cos. Per hauer mò dato la 6. par. al primo compagno, egli resta solamente con 45 men 5 cos. Si che per hauer 1 cos. più 9 (come hà il secondo compagno) bisogna, che riceui dal terzo compagno 6 cos. mē 36 (per la quinta parte, che li deue dare). Adunque tutto il guadagno del terzo cōpagno sarà 30 cos. men 180: ma per hauer dato vn quinto al quarto compagno, egli resta

cendo l'Equatione ad vn ſol quadrato, s'hauerà finalmente 211 $\frac{7}{13}$ più 1 $\frac{3}{23}$ coſ. Eguali ad 1 quadrato: Capitolo ſecondo compoſto. La coſ. val R. 211 $\frac{5833}{10816}$ più $\frac{3}{104}$. E tanto valſe il Rubino. Il Diamante valſe quattrotanto, cioè Scudi R. 3384 $\frac{425}{676}$, più $\frac{3}{36}$, & il terzo poſe nella compagnia il Prodotto del Rubino nel Diamante; cioè 4 quad. del valor della coſ. che ſaranno Scudi 846 $\frac{217}{1552}$, più R 11 $\frac{41513}{182794}$. Per ſaper mò quanto tocca di guadagno al ſecondo, & al terzo compagno: s'vniſcono inſieme li loro capitali, cioè Scudi 800 $\frac{3}{26}$, più R. 3384 $\frac{425}{676}$ del ſecondo, e Scudi 846 $\frac{217}{1552}$ più R 11 $\frac{415137}{1827904}$ del terzo. La qual ſom. fà Scu. 1646 $\frac{373}{1552}$, più R 3786 $\frac{788681}{1827904}$. Di poi cauando dal guadagno li 260 Scudi, che toccarono al primo, ne reſtaranno 2140 per guadagno del ſecondo, e terzo compagno. Opera ſecondo la Regola delle compagnie, ch'haueria l'intento, accompagnato con fatica grande, che volontieri la laſcio a chi ne guſta.

Problema Vigeſimoſecondo.

Trè fanno compagnia. Il primo mette vna quantità di Scudi. Il ſecondo ne mette 200 più del primo. Et il terzo mette 12 volte la radice di quello, che poſero gli altri due inſieme, e 60 di più. Guadagnano Scudi 840, de'quali ne toccò al primo 140. Domando. Quanto toccò ſeparatamente a gli altri due compagni; e quanto poſe ciaſcun di loro nella compagnia?

Per fuggir rotti, trà il primo, & il ſecondo habbiano poſto nella compagnia 1 qu. di Scudo per capitale, del quale ſe ne facciano due parti tali, che vna ſia 200 più dell'altra, così. Cauiamo 200 da 1. qu. e reſterà 1 qu. men 200. Queſto reſiduo partito per metà, ne viene $\frac{1}{2}$ qu. men 100. per capitale del primo compagno, ſopra il quale aggiongendoui li Scud. 200. che poſe di più il ſecondo, s'hauerà per ſuo capitale $\frac{1}{2}$ qu. più 100. E perche la R. d'vn qu. è 1. coſ. ne ſiegue, che il terzo compagno metterà nella compagnia 12 coſ. più 60. Fatto queſto: s'vniſcono inſieme li capitoli, e poi ſi dice. Se 1 qu. più 12 coſ. più 60. (capitale di tutti trè,) guadagnano Scu.

480.

480. Quanti ne toccano ad 1 qu. men 100, capitale del primo? Operando gli toccano Scudi $\frac{240.\text{qu.men.}48\,000.}{1.\text{qu. più } 12.\text{cos.più } 60.}$ Eguali a Scudi 140, che nella propositione si dice, che li toccò.

Leuato il rotto, col moltiplicar il suo denominatore per 140, s'hauera poi 240 qu.men 48 000, eguali a 140, qu.più 1680. cos.più 8400. Leuando poscia li superflui. Ristorando, e riducendo l'Equatione ad vn sol quadrato, s'hauerà finalmente 1. quad. eguale 565, più 16 $\frac{4}{5}$ cos. Capit. 2. composto. La cosa val R 634 $\frac{1}{2}\frac{4}{5}$ più 825 Ma perche la positione fù fatta sopra 1 qu. bisogna quadrare la valuta della cose s'hauerà 705 $\frac{3}{2}\frac{}{5}$ più R. 179.098, $\frac{1}{6}\frac{3}{2}\frac{4}{5}$. Finalmente con questo quadrato s'opera, come s'operò col quadrato della positione: cioè, si leuano Scud. 200. Il resto si parte per metà, qual metà sarà Scud. 252 $\frac{1}{2}\frac{4}{5}$ più R 44.776 $\frac{3}{6}\frac{4}{2}\frac{6}{5}$. E tanto pose nella compagnia il primo compagno. Il secondo compagno ne pose 200 di più, cioè 452 $\frac{1}{2}\frac{4}{5}$ più R. 44.774. $\frac{3}{6}\frac{9}{2}\frac{6}{5}$. E perche il terzo compagno pose nella compagnia 12 volte la radice di quello, che posero gli altri due insieme, e 60 di più: però basta a moltiplicare per 12 la valuta della cosa, & al Prodotto aggiongerui 60. Il che facendo il terzo compagno pose nella compagnia Scud. R. 91.376. $\frac{1}{2}\frac{6}{5}$ più 160. $\frac{4}{5}$. Per far mò la proua, s'vniscono insieme il capitale di tutti trè: e poi per la Regola delle compagnie operando, si vedra quanto tocchi a ciascun di loro. Al primo deue toccare Scud. 140. come si disse da principio: a gli altri due 480, mē 140 del primo. Notisi, che la somma del capitale de' due primi compagni è il quadrato della cos che vnito col capitale del terzo, fà in tutto Scud. 865. $\frac{3}{2}\frac{}{5}$ più R. 526 329. $\frac{2}{6}\frac{7}{2}\frac{9}{5}$. Il resto non porta se non fatica.

cendo l'Equatione ad vn sol quadrato, s'hauerà finalmente 211 $\frac{7}{13}$ più 1 $\frac{3}{23}$ cos. Eguali ad 1 quadrato: Capitolo secondo composto. La cos. val R. 211 $\frac{5}{10}$. $\frac{833}{816}$ più $\frac{3}{104}$. E tanto valse il Rubino. Il Diamante valse quattrotanto, cioè Scudi R. 3384 $\frac{425}{676}$, più $\frac{3}{36}$, & il terzo pose nella compagnia il Prodotto del Rubino nel Diamante; cioè 4 quad. del valor della cos. che saranno Scudi 846 $\frac{217}{1552}$, più R 11 $\frac{.415}{1.827}$ $\frac{1}{9}$. $\frac{3}{4}$. Per saper mò quanto tocca di guadagno al secondo, & al terzo compagno: s'vniscono insieme li loro capitali, cioè Scudi 800 $\frac{3}{26}$, più R. 3384 $\frac{425}{676}$ del secondo, e Scudi 846 $\frac{217}{1552}$ più R 11 $\frac{.415}{1.827}$. $\frac{137}{904}$ del terzo. La qual som. fà Scu. 1646 $\frac{373}{1552}$, più R 3786 $\frac{.788}{1.827}$. $\frac{681}{904}$. Di poi cauando dal guadagno li 260 Scudi, che toccarono al primo, ne restaranno 2140 per guadagno del secondo, e terzo compagno. Opera secondo la Regola delle compagnie, ch'haueria l'intento, accompagnato con fatica grande, che volontieri la lascio a chi ne gusta.

Problema Vigesimosecondo.

Trè fanno compagnia. Il primo mette vna quantità di Scudi. Il secondo ne mette 200 più del primo. Et il terzo mette 12 volte la radice di quello, che posero gli altri due insieme, e 60 di più. Guadagnano Scudi 840, de'quali ne toccò al primo 140. Domando. Quanto toccò separatamente a gli altri due compagni; e quanto pose ciascun di loro nella compagnia?

Per fuggir rotti, trà il primo, & il secondo habbiano posto nella compagnia 1 qu. di Scudo per capitale, del quale se ne facciano due parti tali, che vna sia 200 più dell'altra, così. Cauiamo 200 da 1. qu. e resterà 1 qu. men 200. Questo residuo partito per metà, ne viene $\frac{1}{2}$ qu. men 100. per capitale del primo compagno, sopra il quale aggiongendoui li Scud. 200. che pose di più il secondo, s'hauera per suo capitale $\frac{1}{2}$ qu. più 100. E perche la R. d'vn qu. è 1. cos. ne siegue, che il terzo compagno metterà nella compagnia 12 cos. più 60. Fatto questo: s'vniscono insieme li capitoli, e poi si dice. Se 1 qu. più 12 cos. più 60. (capitale di tutti trè,) guadagnano Scu. 480.

480. Quanti ne toccano ad 1 qu. men 100, capitale del primo? Operando gli toccano Scudi $\frac{240.qu.men.48\,000.}{1.qu.\ più\ 12.cof.più\ 60.}$ Eguali a Scudi 140, che nella propositione si dice, che li toccò.

Leuato il rotto, col moltiplicar il suo denominatore per 140, s'hauerà poi 240 qu.men 48 000, eguali a 140, qu.più 1680. cof.più 8400. Leuando poscia li superflui. Ristorando, e riducendo l'Equatione ad vn sol quadrato, s'hauerà finalmente 1. quad. eguale 565, più 16 $\frac{4}{5}$ cof.Capit. 2.composto. La cosa val R 634 $\frac{1}{2}\frac{4}{5}$ più 825 Ma perche la positione fù fatta sopra 1 qu.bisogna quadrare la valuta della cos.e s'hauerà 705 $\frac{3}{2}\frac{}{5}$ più R.179.098, $\frac{1}{6}\frac{3}{2}\frac{4}{5}$. Finalmente con questo quadrato s'opera, come s'operò col quadrato della positione: cioè, si leuano Scud. 200. Il resto si parte per metà, qual metà sarà Scud. 252 $\frac{1}{2}\frac{4}{5}$ più R 44.776 $\frac{3}{6}\frac{4}{2}\frac{6}{5}$. E tanto pose nella compagnia il primo compagno. Il secondo compagno ne pose 200 di più, cioè 452 $\frac{1}{2}\frac{4}{5}$ più R. 44.774. $\frac{3}{6}\frac{9}{2}\frac{6}{5}$. E perche il terzo compagno pose nella compagnia 12 volte la radice di quello, che posero gli altri due insieme, e 60 di più: però basta a moltiplicare per 12 la valuta della cosa, & al Prodotto aggiongerui 60. Il che facendo il terzo compagno pose nella compagnia Scud R. 91.376. $\frac{1}{2}\frac{6}{5}$ più 160 $\frac{4}{5}$. Per far mò la proua, s'vniscono insieme il capitale di tutti trè: e poi per la Regola delle compagnie operando, si vedrà quanto tocchi a ciascun di loro. Al primo deue toccare Scud. 140. come si disse da principio: a gli altri due 480. mẽ 140 del primo. Notisi, che la somma del capitale de' due primi compagni è il quadrato della cos che vnito col capitale del terzo, fà in tutto Scud. 865 $\frac{}{2}\frac{3}{5}$ più R. 526 329. $\frac{2}{6}\frac{7}{2}\frac{9}{5}$. Il resto non porta se non fatica.

cendo l'Equatione ad vn sol quadrato, s'hauerà finalmente 211 $\frac{7}{17}$ più 1 $\frac{3}{23}$ cos. Eguali ad 1 quadrato: Capitolo secondo composto. La cos. val R. 211 $\frac{5.833}{10.816}$ più $\frac{3}{104}$. E tanto valse il Rubino. Il Diamante valse quattrotanto, cioè Scudi R. 3384 $\frac{425}{676}$, più $\frac{3}{36}$, & il terzo pose nella compagnia il Prodotto del Rubino nel Diamante; cioè 4 quad. del valor della cos. che saranno Scudi 846 $\frac{217}{1552}$, più R 11 $\frac{.415.1\ 3}{1.827.9\ 4}$. Per saper mò quanto tocca di guadagno al secondo, & al terzo compagno: s'vniscono insieme li loro capitali, cioè Scudi 800 $\frac{3}{26}$, più R. 3384 $\frac{425}{676}$ del secondo, e Scudi 846 $\frac{217}{1552}$ più R 11 $\frac{.415.137}{1.827.904}$ del terzo. La qual som. fà Scu. 1646 $\frac{373}{1552}$, più R 3786 $\frac{.788.681}{1.827.904}$. Di poi cauando dal guadagno lj 260 Scudi, che toccarono al primo, ne restaranno 2140 per guadagno del secondo, e terzo compagno. Opera secondo la Regola delle compagnie, ch'haueria l'intento, accompagnato con fatica grande, che volontieri la lascio a chi ne gusta.

Problema Vigesimosecondo.

Trè fanno compagnia. Il primo mette vna quantità di Scudi. Il secondo ne mette 200 più del primo. Et il terzo mette 12 volte la radice di quello, che posero gli altri due insieme, e 60 di più. Guadagnano Scudi 840, de' quali ne toccò al primo 140. Domando. Quanto toccò separatamente a gli altri due compagni; e quanto pose ciascun di loro nella compagnia?

Per fuggir rotti, trà il primo, & il secondo habbiano posto nella compagnia 1 qu. di Scudo per capitale, del quale se ne facciano due parti tali, che vna sia 200 più dell'altra, così. Cauiamo 200 da 1. qu. e resterà 1 qu. men 200. Questo residuo partito per metà, ne viene $\frac{1}{2}$ qu. men 100. per capitale del primo compagno, sopra il quale aggiongendoui li Scud. 200. che pose di più il secondo, s'hauera per suo capitale $\frac{1}{2}$ qu. più 100. E perche la R. d'vn qu. è 1. cos. ne siegue, che il terzo compagno metterà nella compagnia 12 cos. più 60. Fatto questo: s'vniscono insieme li capitoli, e poi si dice. Se 1 qu. più 12 cos. più 60. (capitale di tutti trè) guadagnano Scu.

480. Quanti ne toccano ad 1 qu. men 100, capitale del primo? Operando gli toccano Scudi $\frac{240.qu.men.48000.}{1.qu.più 12.cos.più 60.}$ Eguali a Scudi 140, che nella propositione si dice, che li toccò.

Leuato il rotto, col moltiplicar il suo denominatore per 140, s'hauera poi 240 qu.men 48000, eguali a 140, qu.più 1680. cos.più 8400. Leuando poscia li superflui. Ristorando, e riducendo l'Equatione ad vn sol quadrato, s'hauerà finalmente 1. quad. eguale 565, più 16 $\frac{4}{5}$ cos. Capit. 2. composto. La cosa val R 634 $\frac{1}{2}\frac{4}{5}$ più 825 Ma perche la positione fù fatta sopra 1 qu. bisogna quadrare la valuta della cos. e s'hauerà 705 $\frac{3}{2}\frac{3}{5}$ più R. 179.098, $\frac{1}{6}\frac{3}{2}\frac{4}{5}$. Finalmente con questo quadrato s'opera, come s'operò col quadrato della positione: cioè, si leuano Scud. 200. Il resto si parte per metà, qual metà sarà Scud. 252 $\frac{1}{2}\frac{4}{5}$ più R 44.776 $\frac{3}{6}\frac{4}{2}\frac{6}{5}$. E tanto pose nella compagnia il primo compagno. Il secondo compagno ne pose 200 di più, cioè 452 $\frac{1}{2}\frac{4}{5}$ più R. 44.774. $\frac{3}{6}\frac{9}{2}\frac{6}{5}$. E perche il terzo compagno pose nella compagnia 12 volte la radice di quello, che posero gli altri due insieme, e 60 di più: però basta a moltiplicare per 12 la valuta della cosa, & al Prodotto aggiongerui 60. Il che facendo il terzo compagno pose nella compagnia Scud. R. 91.376. $\frac{1}{2}\frac{6}{5}$ più 160 $\frac{4}{5}$. Per far mò la proua, s'vniscono insieme il capitale di tutti trè: e poi per la Regola delle compagnie operando, si vedrà quanto tocchi a ciascun di loro. Al primo deue toccare Scud. 140. come si disse da principio: a gli altri due 480. mē 140 del primo. Notisi, che la somma del capitale de' due primi compagni è il quadrato della cos. che vnito col capitale del terzo, fà in tutto Scud. 865 $\frac{3}{2}\frac{3}{5}$ più R. 526329. $\frac{2}{6}\frac{7}{2}\frac{2}{5}$. Il resto non porta se non fatica.

cendo l'Equatione ad vn sol quadrato, s'hauerà finalmente $211\frac{7}{13}$ più $1\frac{3}{23}$ cos. Eguali ad 1 quadrato: Capitolo secondo composto. La cos. val R. $211\frac{5833}{10816}$ più $\frac{3}{104}$. E tanto valse il Rubino. Il Diamante valse quattrotanto, cioè Scudi R. $3384\frac{425}{676}$, più $\frac{3}{26}$, & il terzo pose nella compagnia il Prodotto del Rubino nel Diamante; cioè 4 quad. del valor della cos. che saranno Scudi $846\frac{217}{1352}$, più R $11\frac{41513}{182794}$. Per saper mò quanto tocca di guadagno al secondo, & al terzo compagno: s'vniscono insieme li loro capitali, cioè Scudi $800\frac{3}{26}$, più R. $3384\frac{425}{676}$ del secondo, e Scudi $846\frac{217}{1352}$ più R $11\frac{415137}{1827904}$ del terzo. La qual som. fà Scu. $1646\frac{373}{1352}$, più R $3786\frac{788681}{1827904}$. Di poi cauando dal guadagno li 260 Scudi, che toccarono al primo, ne restaranno 2140 per guadagno del secondo, e terzo compagno. Opera secondo la Regola delle compagnie, ch'haueria l'intento, accompagnato con fatica grande, che volontieri la lascio a chi ne gusta.

Problema Vigesimosecondo.

Trè fanno compagnia. Il primo mette vna quantità di Scudi. Il secondo ne mette 200 più del primo. Et il terzo mette 12 volte la radice di quello, che posero gli altri due insieme, e 60 di più. Guadagnano Scudi 840, de'quali ne toccò al primo 140. Domando. Quanto toccò separatamente a gli altri due compagni; e quanto pose ciascun di loro nella compagnia?

Per fuggir rotti, trà il primo, & il secondo habbiano posto nella compagnia 1 qu. di Scudo per capitale, del quale se ne facciano due parti tali, che vna sia 200 più dell'altra, così. Cauiamo 200 da 1. qu. e resterà 1 qu. men 200. Questo residuo partito per metà, ne viene $\frac{1}{2}$ qu. men 100. per capitale del primo compagno, sopra il quale aggiongendoui li Scud. 200. che pose di più il secondo, s'hauerà per suo capitale $\frac{1}{2}$ qu. più 100. E perche la R. d'vn qu. è 1. cos. ne siegue, che il terzo compagno metterà nella compagnia 12 cos. più 60. Fatto questo: s'vniscono insieme li capitoli, e poi si dice. Se 1 qu. più 12 cos. più 60. (capitale di tutti trè) guadagnano Scu.

480. Quanti ne toccano ad 1 qu. men 100, capitale del primo? Operando gli toccano Scudi $\frac{\text{240.qu.men.48 000.}}{\text{1.qu. più 12.coſ.più 60.}}$ Eguali a Scudi 140, che nella propoſitione ſi dice, che li toccò.

Leuato il rotto, col moltiplicar il ſuo denominatore per 140, s'hauera poi 240 qu.men 48 000, eguali a 140, qu.più 1680. coſ.più 8400. Leuando poſcia li ſuperflui. Riſtorando, e riducendo l'Equatione ad vn ſol quadrato, s'hauerà finalmente 1. quad. eguale 565, più 16 $\frac{4}{5}$ coſ. Capit. 2.compoſto. La coſa val R 634 $\frac{1}{2}\frac{4}{5}$ più 825 Ma perche la poſitione fù fatta ſopra 1 qu. biſogna quadrare la valuta della coſ. e s'hauerà 705 $\frac{3}{2}\frac{}{5}$ più R. 179.098, $\frac{1}{6}\frac{3}{2}\frac{4}{5}$. Finalmente con queſto quadrato s'opera, come s'operò col quadrato della poſitione: cioè, ſi leuano Scud. 200. Il reſto ſi parte per metà, qual metà ſarà Scud. 252 $\frac{1}{2}\frac{4}{5}$ più R 44.776 $\frac{3}{6}\frac{4}{2}\frac{6}{5}$. E tanto poſe nella compagnia il primo compagno. Il ſecondo compagno ne poſe 200 di più, cioè 452 $\frac{1}{2}\frac{4}{5}$ più R. 44.774. $\frac{3}{6}\frac{9}{2}\frac{6}{5}$. E perche il terzo compagno poſe nella compagnia 12 volte la radice di quello, che poſero gli altri due inſieme, e 60 di più: però baſta a moltiplicare per 12 la valuta della coſa, & al Prodotto aggiongerui 60. Il che facendo il terzo compagno poſe nella compagnia Scud. R. 91.376. $\frac{1}{2}\frac{6}{5}$ più 160. $\frac{4}{5}$. Per far mò la proua, s'vniſcono inſieme il capitale di tutti trè: e poi per la Regola delle compagnie operando, ſi vedra quanto tocchi a ciaſcun di loro. Al primo deue toccare Scud. 140. come ſi diſſe da principio: a gli altri due 480. mẽ 140 del primo. Notiſi, che la ſomma del capitale de' due primi compagni è il quadrato della coſ che vnito col capitale del terzo, fà in tutto Scud. 865 $\frac{}{2}\frac{3}{5}$ più R. 526 329. $\frac{2}{6}\frac{7}{2}\frac{9}{5}$. Il reſto non porta ſe non fatica.

con 24cos.men 144. E riceuendo dal secondo il suo quarto (cioè 3) hauerà poi 24 cos.men 14.ma perche doueria hauere ancor lui 1 cos. più 9. (come gli altri) adunque 24 cos.m.141. sarà eguale a 11 cos. più 9. leuando li superflui; e ristorando li diminuti; l'Equatione sarà 23 cos.eguali a 150. Cap. 1.semplice: La cos. val $6\frac{12}{23}$:

Se la cos. val $6\frac{12}{23}$: Adunque al primo compagno toccò del guadagno $\frac{456}{23}$. Al secondo $\frac{276}{23}$: Al terzo $\frac{360}{23}$,& al quarto $\frac{342}{23}$. Mà per fuggir il rotto nel far l'esperienza lasciamo da parte il Denominatore, e seruiamoci solamẽte de'Numeratori; perche li sottoscritti numeri indicaranno il quadagno di ciascun compagno con le particolarità ricercate. E supponiamo, che siano Scudi.

Primo Compagno	456	Secondo Compaguo	276
Vn terzo	152	Vn quarto	69
Resto	304	Resto	207
per 1/6 del quar.	57	per vn 1/3 del pri-	152
Primo	357	Secondo	357
Terzo Compagno	360	Quarto compagno	342
Vn quinto	72	Vn sesto	57
Resto	288	Resto	285
per 1/4 del secondo	69	per 1/5 del terzo.	72
Terzo	357	Quarto	357

Ecco verificato,che dando, e riceuendo ciascuno come si propose, restano eguali. La somma di tutto il guadagno fù Scudi 1428 Per $\frac{1}{3}$ n'habbiamo 476; e tanto fù il capitale de'quattro Compagni. Volendo mò sapere il capitale preciso de'due primi compagni insieme, e quello de gli altri due terzo, e quatro, bisogna fare di 476 due parti tali,che $\frac{1}{3}$,& $\frac{1}{4}$ d'vna sia eguale ad $\frac{1}{5}$, & $\frac{1}{6}$ dell'altra: e tutte due insieme facciano 476: Bisogna adunque, ò fare vna positione Algebratica doppia (come a car.328. Auuiso 5.) Ouero operando (& è meglio) come a car 187. Ques. 5. Io hò fatto il calcolo, e
isso-

trouo che li due primi compagni posero nel negotio frà tutti due Scud, 183, $\frac{4}{5}\frac{1}{7}$, e gli altri due Sc. 292. $\frac{1}{5}\frac{6}{7}$. Fate voi la proua, se stia così: che Io l'hò fatta, e stà bene; perche $\frac{1}{3}$, & $\frac{1}{4}$ di 183 $\frac{1}{5}\frac{1}{7}$ è tanto, quanto fà $\frac{1}{5}$, & $\frac{1}{6}$ di 292 $\frac{6}{5}\frac{}{7}$, e frà tutti due danno 476, &c.

Problema Vigesimoprimo.

Tre fanno compagnia. Il primo mette Scudi 200, & vn Rubino. Il secondo mette scudi 800. & vn Diamante di tal valore, che moltiplicando la sua valuta con li Scud 200 del primo, fà tanto, quanto fà a moltiplicare il Rubino del primo con li Scud. 800. del secondo. Et il terzo mette tanto, quanto è il Prodotto della moltiplicatione del Rubino nel Diamante, e guadagnano Scudi 2400; de'quali al primo toccarono Scudi 260. S'addimanda, quanti ne tocca a ciascuno de gli altri due compagni, quanto valesse il Rubino; e quanto pose il terzo nella compagnia?

Vaglia il Rubino 1 cos. di Scudo, qual moltiplicata con li Scud. 800. del secondo compagno fà 800. cos. le quali diuise per li Scudi 200 del primo, di Quotiente ne viene 4 cos. di Scudo, per il valore del Diamante. Moltiplicando mò questo valore del Diamante col valore del Rubino, ne verrà 4 quadrato per tutto il valore, che pose il terzo compagno nella compagnia. Fatto questo: s'vniscono insieme questi trè capitali, cioè, Sc. 200, più 1 cos del primo. Scudi 800 più 4 cos. del secondo; e Scudi 4. quadrato del terzo, che in tutto fanno Sc. 1000. più 5. cos. più 4. quadrati, e poi si dice. Se Scudi 1000. più 5. cos. più 4 quadrati di capitale guadagnano Scud. 2400. Quanti ne toccarono a Scud. 200. più 1. cos. capitale del primo compagno? Operando li toccarà

$$\frac{480\ 000.\ \text{più}\ 2400.\ \text{cos.}}{1000.\ \text{più}\ 5\ \text{cos. p. } 4.\ \text{qu.}}$$ eguali a 260 (Scudi, che da principio si dice, che pur toccarono al primo.) Bisogna mò levare il rotto, moltiplicando il Denominatore per 260. (estremo secondo dell'Equatione) e s'hauerà 480. 000 più 24000. cos. eguali a 260, 000, più 1300 cos. più 1040 quad. Levando li superflui, e ridu-

cendo l'Equatione ad vn sol quadrato, s'hauerà finalmente 211 $\frac{7}{13}$ più 1 $\frac{3}{23}$ cos. Eguali ad 1 quadrato: Capitolo secondo composto. La cos. val R. 21 1 $\frac{5}{10}$. $\frac{833}{816}$ più $\frac{3}{104}$. E tanto valse il Rubino. Il Diamante valse quattrotanto, cioè Scudi R. 3384 $\frac{425}{676}$, più $\frac{3}{36}$, & il terzo pose nella compagnia il Prodotto del Rubino nel Diamante; cioè 4 quad. del valor della cos. che saranno Scudi 846 $\frac{217}{1552}$, più R 11 $\frac{}{1}$. $\frac{415}{827}$ $\frac{1}{9}$. $\frac{3}{4}$. Per saper mò quanto tocca di guadagno al secondo, & al terzo compagno: s'vniscono insieme li loro capitali, cioè Scudi 800 $\frac{3}{26}$, più R. 3384 $\frac{425}{676}$ del secondo, e Scudi 846 $\frac{217}{1552}$ più R 11 $\frac{}{1}$. $\frac{415}{827}$. $\frac{137}{904}$ del terzo. La qual som. fà Scu. 1646 $\frac{373}{1552}$, più R 3786 $\frac{}{1}$. $\frac{788}{827}$. $\frac{681}{904}$. Di poi cauando dal guadagno li 260 Scudi, che toccarono al primo, ne restaranno 2140 per guadagno del secondo, e terzo compagno. Opera secondo la Regola delle compagnie, ch'haueria l'intento, accompagnato con fatica grande, che volontieri la lascio a chi ne gusta.

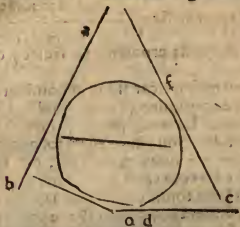
Problema Vigesimosecondo.

Trè fanno compagnia. Il primo mette vna quantità di Scudi. Il secondo ne mette 200 più del primo. Et il terzo mette 12 volte la radice di quello, che posero gli altri due insieme, e 60 di più. Guadagnano Scudi 840, de' quali ne toccò al primo 140. Domando. Quanto toccò separatamente a gli altri due compagni; e quanto pose ciascun di loro nella compagnia?

Per fuggir rotti, trà il primo, & il secondo habbiano posto nella compagnia 1 qu. di Scudo per capitale, del quale se ne facciano due parti tali, che vna sia 200 più dell'altra, così. Cauiamo 200 da 1. qu. e resterà 1 qu. men 200. Questo residuo partito per metà, ne viene $\frac{1}{2}$ qu. men 100. per capitale del primo compagno, sopra il quale aggiongendoui li Scud. 200. che pose di più il secondo, s'hauera per suo capitale $\frac{1}{2}$ qu. più 100. E perche la R. d'vn qu. è 1. cos. ne siegue, che il terzo compagno metterà nella compagnia 12 cos. più 60. Fatto questo: s'vniscono insieme li capitoli, e poi si dice. Se 1 qu. più 12 cos. più 60. (capitale di tutti trè) guadagnano Scu. 480.

480. Quanti ne toccano ad 1 qu. men 100, capitale del primo? Operando gli toccano Scudi $\frac{\text{240.qu.men.48 000.}}{\text{1.qu. più 12.coſ.più 60.}}$ Eguali a Scudi 140, che nella propoſitione ſi dice, che li toccò.

Leuato il rotto, col moltiplicar il ſuo denominatore per 140, s'hauera poi 240 qu.men 48 000, eguali a 140, qu.più 1680. coſ.più 8400. Leuando poſcia li ſuperflui. Riſtorando, e riducendo l'Equatione ad vn ſol quadrato, s'hauerà finalmente 1. quad. eguale 565, più 16 $\frac{4}{5}$ coſ. Capit. 2. compoſto. La coſa val R 634 $\frac{1}{2}\frac{4}{5}$ più 825 Ma perche la poſitione fù fatta ſopra 1 qu. biſogna quadrare la valuta della coſ.e s'hauerà 705 $\frac{3}{2}\frac{}{5}$ più R.179.098, $\frac{1}{6}\frac{3}{2}\frac{4}{5}$. Finalmente con queſto quadrato s'opera, come s'operò col quadrato della poſitione: cioè, ſi leuano Scud. 200. Il reſto ſi parte per metà, qual metà ſarà Scud. 252 $\frac{1}{2}\frac{4}{5}$ più R 44.776 $\frac{3}{6}\frac{4}{2}\frac{6}{5}$. E tanto poſe nella compagnia il primo compagno. Il ſecondo compagno ne poſe 200 di più, cioè 452 $\frac{1}{2}\frac{4}{5}$ più R. 44.774. $\frac{3}{6}\frac{9}{2}\frac{6}{5}$. E perche il terzo compagno poſe nella compagnia 12 volte la radice di quello, che poſero gli altri due inſieme, e 60 di più: però baſta a moltiplicare per 12 la valuta della coſa, & al Prodotto aggiongerui 60. Il che facendo il terzo compagno poſe nella compagnia Scud. R. 91.376. $\frac{1}{2}\frac{6}{5}$ più 160. $\frac{4}{5}$. Per far mò la proua, s'vniſcono inſieme il capitale di tutti trè: e poi per la Regola delle compagnie operando, ſi vedra quanto tocchi a ciaſcun di loro. Al primo deue toccare Scud. 140. come ſi diſſe da principio: a gli altri due 480, mẽ 140 del primo. Notiſi, che la ſomma del capitale de' due primi compagni è il quadrato della coſ che vnito col capitale del terzo, fà in tutto Scud. 865, $\frac{}{2}\frac{3}{5}$ più R. 526 329. $\frac{2}{6}\frac{7}{2}\frac{9}{5}$. Il reſto non porta ſe non fatica.

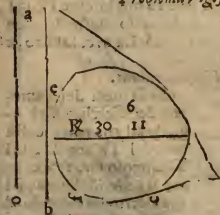
Problema Vigesimoterzo.

Sia il Triangolo a b c,e sopra la base b c longa 14 si riposi vn Circolo, il cui diametro sia 8 & il punto del contatto d,sia lontano da b sei. S'addimanda,la quãtità degli altri due lati, e l'aria superficiale d'esso Triangolo. Primieramente dal centro del Circolo a ciascun punto del contatto d e f se si tira vna linea,quella sarà perpendicolare al suo lato,e lo diuide in due parti: cõ che restano i lati egualmente diuisi a due, a due. Si che la b e sarà eguale alla bd. La f c sarà eguale alla cd. E la a e sarà parimẽte eguale alla f come sensibilmente si vede. Ma perche queste due vltime sono incognite a e,& a f. Supponiamo, che ciascuna di loro, per esser eguali sia 1 cos. Laonde il lato a b sarà 6, più 1. cos. & il lato a c sarà 8 più 1 cos. Fatto questo bisogna trouare sopra la base il punto, oue cade la perpendicolare, così. S'vniscono insieme li quadrati della base, e d'vn lato, qual piace. Dalla sõma si caua il quadrato dell'altro lato & il resto partendolo per il doppio della base, (linealmente intesa,) il Quotiente sarà la distanza del sudetto punto: cominciando a contare da quel lato, che si quadrò, e s'vnì col quad. della base. Io mi seruo del lato a b. Il cui quadr. è 36, più 1 qu. più 12 cos. Il quad. della base è 196, e quello dell'altro lato sarà 64, più 1. qu. più 16 cos. Operando giustamente (come hò detto di sopra,) per la distanza b. o (parte minore della base) s'hauerà 6 men $\frac{1}{7}$ cos. qual si conserua da banda.

Per hauer l'aria superficiale del Triangolo s'vniscono insieme li 3. lati: e la metà, che sarà 14 più 1. cos. moltiplicata per la metà, del diametro del Cerchio, darà 56 più

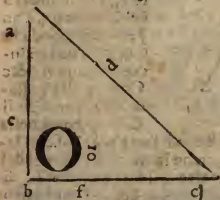
più 4 coſ.per la cercata quantità E perche a moltip. tutta la perpendic. per la metà della baſe, s'hà parimente la ſuperficie del Triangolo: ne ſiegue, che partendo 56 più 4 coſ.per 7.(metà della baſe) s'hauerà 8 più $\frac{4}{7}$ coſ. per la quantità della perpendicolare. Cauando mò al ſolito il quad.della perpẽdicolare, che ſarà 64 più $\frac{16}{49}$ quad. più 9 $\frac{1}{7}$ coſ.dal quad. del lato minore a b: cioè da 26 più 1 qu. più 12 coſ.reſtarà $\frac{33}{49}$ quad più 2 $\frac{6}{7}$ coſ.men 28, per il qu. della parte minore della baſe; qual reſiduo ſarà eguale al quad.d'eſſa parte minore, cioè al qu.di quel 6 mẽ $\frac{1}{7}$ coſ. che da parte ſi ſerbò. Adunque habbiamo $\frac{33}{49}$ qu. più $\frac{6}{7}$ coſ m. 28 eguali a 36 più $\frac{16}{49}$ quad.men 1 $\frac{5}{7}$ coſ. Leuando li ſuperflui, Riſtorãdo, & aggiuſtata l'Equatione s'hauerà 1 qu.più 7.coſ.eguali a 98. Cap.1. comp. La coſa val 7.

Si conclude, che il lato a b ſarà 13. Il lato a c ſarà 15. la parte minore della baſe ſarà 5. La perpendicolare ſarà 12: e la ſuperficie ſarà 84. Quì notiſi, che nel quadrare queſti Binomij, il doppio d'vn nome nell'altro non ſi moltiplica per 4, mà per 2 ſemplicemente: perche la coſ è il numero della R.ne'Binomij commoni: che per eſſer incognito in quelli, ſi quadra il 2.

Problema Vigeſimoquarto.

Sia ancora il triãgolo a b c, e ſia la baſe, 8. Il cõtatto f lõtano da b ſolamẽte 2, & il diametro del Circolo ſia R 30 $\frac{6}{11}$. S'addimanda la quantità de lati incogniti, ſuperfic.&c Come nella paſſata. Diſponendo il Circolo, come nella precedente propoſitione, il lato a b ſarà 2 più 1 coſ. & il lato a c ſarà 6 più 1 coſ. Ma perche la metà del diamet.del Cerchio è maggiore della parte minore della baſe, diuiſa dal contatto del Circolo in f, ne ſiegue: che l'angolo b, ſarà ottuſo, e la perpendicolare caderà fuori della

X 4 baſe.

base. Per trouare il punto di tal cadimento, ò perpendicol. si fà così. Dal quadr. dell'hipotenusa a c che sarà 36 più 1. qu. più 12 cos. cauando la somma de quad. de gli altri due lati, restaranno 8 cos. mẽ 32; qual residuo diuiso per il doppio della base, cioè per 16. di Quot.ne verrà $\frac{1}{2}$ cos. mẽ 2. E però tanto lontano dal punto b, cade la perpendic. e sarà la distanza b.o. Per trouar mò la superficie; la quantità della perpendic. & il resto fino al fine dell'operatione s'opera come nella precedente. La metà della somma de lati è 8 più 1 cos. qual Binomio quadrato, e moltiplicato per R $7\frac{7}{11}$, (metà del diametro del Cerchio,) ne verrà R. V. $488\frac{8}{11}$ più $7\frac{7}{11}$ quad. più $122\frac{2}{11}$ cos per la superficie del Triangolo, qual Prodotto diuiso, per 4, (metà della base) darà di Quotiente R. V. ($30\frac{6}{11}$ più $\frac{21}{44}$ quad. più $7\frac{7}{11}$ cos. per la quantità della perpẽdicolare, a. o. Cauando mò il qu. di questa perpendicolare, (che si fà depenando solamente quel R. V.) del quadrato della a.b. cioè da 4 più 1 quad. più 1 cos. restarà $\frac{23}{44}$ quad. men $3\frac{7}{11}$ cos. men $26\frac{6}{11}$, per il quad. della linea o.b. quale per l'altro modo fù trouata esser $\frac{1}{2}$ cos. men 2, Adunque $\frac{23}{44}$ quad. m. $3\frac{7}{11}$ cos. m $\frac{6}{11}$, sarà eguale al qu. di $\frac{1}{2}$ cos. men 2, qual quad. è $\frac{1}{4}$ quad. Più 4; men 2 cos. Aggiustando l'Equatione, s'hauerà finalmente 1 quad. eguale a 112 più 6 cos. Capitolo secondo composto. La cosa val 14. Siche la linea a. b. sarà 16. La a. c. sarà 20, e la parte di esse incognita sarà 14.

Propositione Vigesimaquinta.

Se la metà del diametro del Cerchio sarà eguale ad vna parte della base del Triangolo, tal Triangolo sarà retto: come si vede in figura. Il diametro del Cerchio è 10. Il punto del cõtatto lontano da b, e 5, & il resto della base 15. Siche la linea a. b è 5, più 1 cos. e la a. c. è 15, più 1 cos. E perche ne' Triangoli retti l'hi-

l'hipotenusa, è potente quanto possono gli altri due lati insieme: però vnendo insieme li qu. della base, e della perpendicolare, s'hauerà 425, più 1 quad. più 10 cos. eguali al quad. dell'hipotenusa a.c., cioè à 225, più 1 qu. più 30 cos. Aggiustando l'Equatione, s'hauerà 200. eguale a 20. cos. Cap. 1. semplice. La cosa val 10. Si che la linea a.b. sarà 15, e la a.c. sarà 25.

Nota.

DA questo quesito se ne cauano queste trè vtilità. La prima è che si possono trouare quanti Triangoli Ortogonij ne piace, che haueranno tutti tre i lati rationali in longhezza, senza obligarsi alla proportione d'vno, ch'habbia 3.4.e 5. ne' suoi lati. La seconda vtilità: è che sempre si possono trouare due numeri, che li loro quadrati gionti insieme, facciano numero quadrato: e la terza vtilità è: che sempre si possono trouare due numeri differenti l'vn dall'altro per quante Vnità piace, che sottrato il quad. d'vno dal quad. dell'altro, il restante sarà parimente numero quadrato. Alla pratica.

Voglio trouare due numeri, che l'vno sia differente dall'altro per vna sola Vnità, e che leuando il quadrato d'vno dal quadrato dell'altro, il restante sia pur numero quadrato.

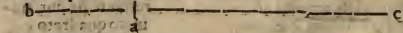
Questo numero sia 11, significato per la base b.c. diuisa in 5. e 6. in punto e. Il lato a.b. per la precedente sarà 5 p. 1 cos. & il lato a.c. sarà 6 p. 1 cos. La somma de qu. della a.b. e della b.c. sarà 146. p. 1 qu. p. 10 cos. eguali a 36. più 1 quadrato più 12 cos. (quadrato della hipotenusa a.c.) Aggiustando l'Equatione, La cos. val 55. Siche la a.b. sarà 60. E la a.c. sarà 61. Siche habbiamo trouato due numeri differenti l'vno dall'al-

tro

tro per vna sola Vnità; e leuando il quad. di 60. dal quad. di 61, resterà 121; pur numero quad. la R. del quale è la linea b.c. cioè 11. di più si è formato vn Triangolo retto, di lati rationali in longhezza, e si sono trouati due numeri, che il loro quad. gionti insieme, fanno pur numero quad. e questi sono i lati a b. & b.c. cioè il 60, e l'11; perche 3600, gionto con 121, fà 3721, numero quad. la cui R. è 71 (lato a.c.) e sempre riuscirà. Vero è, che bisognarà supporre la base b.c. alcune volte paro, e altre volte disparo, secondo l'opportunità delle Vnità, che deue esser differente vn numero dall'altro.

Problema Vigesimosesto.

Sia questo Triangolo Ortogonio a b.c. La somma di tutti trè li suoi lati fanno 60. Di più. Moltiplicando insieme li duè lati a.b. & a.c. concorrenti all'angolo retto a. & il Prodotto moltiplicato di nuouo per la perpendicolare a.d. questo secondo Prodotto si troua esser eguale al quadrato della somma di tutti trè li lati, che per esser 60, il suo quad. sarà 3600. S'addimanda la quantità di ciascun lato separamente. La quantità della perpendicolare, e della superficie.

b————————| ———————————————— c
a

La linea retta b. a.c. diuisa in punto a. rappresenta li due lati del Triangolo a. b. & a.c. vniti insieme, e distesi per il longo. Hora mò, deuesi sapere, che li quadrati di ciascuna parte di questa linea vniti insieme con il doppio d'vna parte nell'altra, è sempre eguale al quadrato di tutta essa linea Eucl. lib. 2. prop. 4. Di più, il Prodotto di quei due lati, che formano l'angolo retto a, è sempre doppio alla superficie di tutto il Triangolo Adunque il doppio della b.a. nella a.c. sarà quadruplo alla superficie.

cie. Et in oltre il quad. di tutta la linea composta b.a. c. sarà eguale al quadrato dell'hipotenusa b. c. & quadrupla alla superficie. *His præmissis*. A noi.

L'hipotenusa b.c. sia 1 cos. gli altri due lati di necessità saranno 60.men 1 cos. Il quadrato de quali sarà 3600. più 1 qu. men 120 cos. eguale al quadrato della base b.c. & a quattro volte la superficie del Triangolo: ouero ad 1 quad. più due volte il Prodotto della b. a. nella a. c. Adunque leuando 1 quad. della base da 3600, più 1 qu. men 120 cos. restarà 3600 men 120 cos. per il quadruplo della superficie: ouero per il doppio della b.a. nella a. c. Ma perche diuidendo la superficie per la metà della base: ouero la metà della superficie per tutta la base, ne viene la perpendicolare: ne siegue, che diuidendo 1800 men 60. cos. (metà della superficie) per 1. cos. (Base del Triangolo) ne verrà $\frac{1800 \text{ men } 60 \text{ cos.}}{1 \text{ cos.}}$ per la quantità della perpendicolare a. d. Moltiplicando mò questa perpẽdicolare con 1800. mẽ 60. cos. (che per esser la metà del quadruplo della superficie, vien parimente ad esser vna sol volta la moltiplicatione della b.a. nella a c) s'hauerà $\frac{3.240.000. \text{ p. } 3.600. \text{ quad. men } 216.000. \text{ cos.}}{1 \text{ cos.}}$ Eguale al quadrato di tutti i lati insieme: cioè a 3600. Leuando il rotto, s'hauerà 3600. cos. eguali a 3240. 000 più 3600 qu. men 216. 000 cos. Finalmente aggiustando l'Equatione; s'hauerà 900. più 1 quad. eguali a 61 cos. Capitolo terzo composto. La cosa val 25. (La ℞ finale quì si sottra dalla metà del numero delle cos. perche aggiongendola, non fa a proposito) Adunque il lato b.c. sarà 25. per esser supposto 1 cos. gli altri due lati insieme saranno 35, cioè 60. men 1. cos. Cauando mò il quadrato di 25 dal quad. di 35, restarà 600, per il doppio della a. b. nella a.c. & 300. sarà vn sol Prodotto. Finalmente facciasi di 35 due parti tali, che moltiplicando vna per l'altra, faccia 300, e s'haurà notitia spetiale delli due lati a. b. & a.c. Vno de quali è 15, l'altro 20. Il resto è facile, la superficie è 150, è la perpendicolare è 12.

No.

Notabile.

Ma perche fin quì non s'è insegnato la Regola di diuidere vna quantità in due parti conditionati, adesso la insegno. E per star nel caso nostro, prima si parte per mezo il 35. che sarà 17 $\frac{1}{2}$; questà metà si quadra, il cui quad. è 306 $\frac{1}{4}$. Da questo quad. si caua il numero, che deue far il Prodotto delle due parti (cioè 300 nel caso nostro,) e restarà 6 $\frac{1}{4}$. Finalmente aggiongendo a 17 $\frac{1}{2}$ la R. di 6 $\frac{1}{4}$ (cioè 2 $\frac{1}{2}$) s'hauerà 20 per il lato maggior a. c. e leuando pur da 17 $\frac{1}{2}$ l'istessa R. s'hauerà 15 per l'altro lato. E così di 35 habbiamo fatto due parti, che moltiplicando vna per l'altra, fà 300, e questi sono il 15, & il 20.

Problema Vigesimosettimo.

60

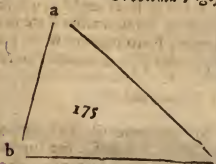
a ———————————— b

Sia la linea a.b. piedi 60. Io ricerco, che di essa mi sia fatto vn Triangolo retto di maggior superficie, che sia possibile. S'addimanda. Quanti piedi sarà ciascun lato di esso.

Prima d'ogni cosa bisogna sapere: che, se vna linea retta sarà diuisa in due parti eguali, & in altre due parti ineguali, la somma de quadrati delle parti ineguali, sarà sempre maggiore, che non è la somma de quad. delle due parti eguali. Ma la superficie d'vna parte nell'altra sarà minore. E tanto più, quanto maggiore sarà l'inegualità. Siche la maggior superficie, che possi hauere vn Triangolo retto, e quando che i lati concorrenti all' angolo retto, sono eguali Eucl. lib.2. prop. 5. & lib.10, prop 41. antecedente 1. *His intellectis*. Il lato opposto all'angolo retto, cioè l'hipotenusa sia 1. cos. di necessità gli altri due lati insieme saranno 60, men 1 cos. Siche ciascun lato concorrente all'angolo retto, sarà 30, men $\frac{1}{2}$ cos. & i loro, quad. vniti insieme faranno 1800. più $\frac{1}{2}$ qu. men 60. eguali al qu. dell'hipotenusa cioè ad 1 quad. Aggiustando l'Equatione, s'hauerà 3600, eguali a 1 qu. più 120. cos. Capitolo primo composto. La cos. val R.7. 200. men 60. E tanto sarà appunto l'hipotenusa: gli altri due lati insieme il resto sino a 60, cioè 120 men R.7.200. Ma perche questi due lati sono supposti eguali l'vno al-

l'al-

l'altro', ciaſcun di loro ſarà 60, men R. 1800. quali moltiplicati inſieme danno 5400. men R. 25.920.000. per il doppio della ſuperficie. Siche la metà ſarà la ſuperficie d'vn Triangolo retto, formato della linea propoſta, con le conditioni ſudette, cioè 2700. men R. 6.480.000 E per la più proſſima verità per numero ſaria piedi $154\frac{343}{1018}$.

Problema Vigeſimoottauo.

Sia il Triangolo a. b. c. di lati proportionali in proportion ſeſquialtera. La ſua aria ſuperficiale ſia 175. Quanto ſarà ciaſcun lato preciſamente?

Per fuggir rotti, più che ſia poſſibile, il minor lato ſia 8.coſ. Il medio ſia 12 coſ. & maggiore ſia 18. coſ. Quì s'opera, come ſi fà per trouare l'aria ſenza la perpendicolare, così. S'vniſcono inſieme i lati. La ſomma ſi parte per mezo. Della metà ſi caua ciaſcun lato, e reſtarà 11 coſ. 7 coſ. & 1 coſ. Dipoi queſti reſidui ſi moltiplicano per la metà, (come ſi vede,) hauendo l'occhio all'aſcendenza delle dignità nelle moltiplicationi: perche nell'vltimo Prodotto s'hauerà 1463. qu. quad. E così la radice di queſto numero ſarà l'aria ſuperficiale, eguale all'aria del triangolo: come in figura ſi vede.

Lato min. 8 coſ.
Lato med. 12.coſ.
Lato mag. 18.coſ.

ſõ. de lati 38.coſ.
Metà delle co. 19

Metà delle co. 19
Reſidui 11 coſ.
7.coſ.
1.coſ.

Prodotti
19 coſ.
11 coſ.

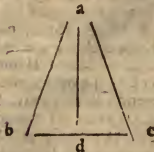
209 Q. 1. Prod
7 coſ.

1463 cub. 2. Prod.
1 coſ.

Vltimo Prod La R. di 1463. Quad: Qua

Sia

Siche la ℞ di 1463 qu. qu. farà eguale à 175. Leuando la ℞ dall'Equatione, col quadrate l'vno, e l'altro estremo: s'haueranno poi 1463 qu. qu. eguali a 30.625. Capitolo secondo semplice. Partendo il numero per li quad. quad. ne verrà $20\frac{195}{209}$ per la valuta d'vn sol quad. di quad. della qual valuta pigliandone la ℞ di ℞; quella farà la valuta della cosa. Mà perche quel $20\frac{195}{209}$ non è rationale nella sua ℞ di ℞ ne siegue, che la valuta della cos. (nel caso nostro) farà la ℞ ℞ di $20\frac{195}{209}$, quale moltiplicata per 8, per 12, e per 18. s'haueranno li trè lati del Triangolo, come siegue, Lato minore ℞ ℞ 85.741 $\frac{131}{209}$ Lato medio ℞ ℞ 434.066 $\frac{206}{209}$. Lato maggiore ℞ ℞ 2.197.464. $\frac{24}{209}$.

Problema Vigesimonono.

Si propone il Triangolo equilatero a. b. c. La sua superficie è eguale al numero, che denomina ciascun lato di esso. S'addimanda la quantità d'essa superficie, e di ciascun lato.

Li due lati a.b. & a.c. per esser eguali sia ciascun di loro 1 cos. e ciascuna parte della base, diuisa dalla perpendicolare, farà $\frac{1}{2}$ cos. Leuando il quad. d'$\frac{1}{2}$ cos. del quad. d'vn lato, restaranno $\frac{3}{4}$ quad. per il quad. della perpendicolare a.d. Siche essa perpendicolare farà ℞ $\frac{3}{4}$ qu Moltiplicando mò $\frac{3}{4}$ qu. della perpendicolare con $\frac{1}{2}$ cos. (prima quad. cioè per $\frac{1}{4}$ qu.) ne verrà $\frac{3}{16}$ quad. quad. per la superficie. Adunque la R.R. $\frac{3}{16}$ quad.quad. dal presupposto farà eguale ad 1 cos. (Quantità de lati.) Leuando la R. dall'Equatione, col moltiplicare in sè stesso ciascun estremo, s'hauerà $\frac{3}{16}$ qu. equali ad 1 qu. finalmente degradando, ò schisando quest'vltima Equatione, (per non esserui il numero) ne verrà $\frac{3}{16}$ qu. eguali ad 1 per num. Capitolo secondo semplice. La cosa val R. 5 $\frac{1}{3}$. e tanto è la superficie, e ciascun lato del Triangolo.

Pro-

Problema Trigesimo

Si propone vn pezzo d'Argine longo Piedi 50. Largo nella sua base 32. Nella sommità largo 20. e perpendicolarmente alto piedi 10. Voglio che sopra quest'Argine vi si distendino 280 piedi cubi di Terra. Domando, Quanto s'alzarà detto Argine, e quanto restarà largo di sopra: mantenendo gl'istessi angoli ò scarpa?

Questo quesito non è stato proposto nè dal Tartaglia (come alcuni si pensano) nè da altro Autore, ch'io sappia: ma ben sì da vn mio amico me ne fù proposto vn simile, col darsi a credere, che fosse irregulare, nè si potesse risoluere. Questo quesito lo potrei risoluere per Algebra: mà, per esser inteso anco da mediocri intelligenti, lo voglio soluere in poche parole, come siegue per via di semplici proportioni. Ma notate. Certo è: che quella Terra, aggiustata che sia al suo luogo, dà sè sola forma vn corpo simile al proposto Argine: e per consequenza saranno frà loro proportionali. A noi.

La settione, ò testa dell'Argine forma vn Capo tagliato doppio a b c d, e slongando le due linee pendenti a c, & b d si formaria il Triangolo i c d. Hora mò. La proportione, che hà la base g d alla perpendicolare b g del Triangoletto g b d quella medesima hà la base h d, alla perpendicolare i h del Triangolo h. i d. Si che per sapere la quantità d'essa perpendicolare i h dirò. Se 6 di base hà 10 di perpendicolare. Quanto di perpendicolare hauerà 16 di base? (Cioè la h d.) Hauerà piedi $26\frac{2}{3}$, da' quali leuati li piedi 10 (altezza dell'Argine) la i o sarà piedi $16\frac{2}{3}$.

Fatto questo. Si troua la superficie del Triangolo i a b moltiplicando la perpendicolare i o, per la metà della base a b cioè per 10, la qual superficie è piedi $166\frac{2}{3}$.

Di più - Da questi piedi $166\frac{2}{3}$ bisogna cauare la settione, ò testa, che darà la proposta Terra d'aggiongersi la qual testa è di piedi $5\frac{3}{5}$, e si troua col partire la proposta Terra, (cioè 280) per la longhezza del proposto Argine. Siche il Triangolo i p q. restarà di superficie piedi $161\frac{1}{15}$, e la sua base p. q. sarà la larghezza superiore dell'Argine, dopo l'hauerui aggionto la proposta Ter-

Terra. Per ſaper mò la quantità di queſta larghezza ſuperiore. Attenti.

Eucl. lib. 6. prop. 2. dice. Se vna linea retta ſegarà li due lati d'vn Triangolo, e reſtarà paralella, & equidiſtante all'altro lato: di neceſſità li due lati ſegati reſtaranno diuiſi proportionalmente: e per la 6 pur del ſeſto li due Triangoli, fatti campeggiare da tal linea, ſaranno ſimili. Adunque li due Triangoli i a b, & i p q, ſono ſimili. Di più. La proportione di due figure ſuperficiali ſimili (quali ſi ſiano) è come la proportione del quad. di qualſiuoglia lato d'vna, al quadrato del lato relatiuo dell'altra: e però per trouare la quantità della linea p. q. (larghezza ſuperiore dell'Argine) dirò, Se piedi ſuperficiali 166 $\frac{2}{3}$ del Triangolo i a b hanno 400. per quadratura della baſe a b. Quanta quadratura daranno piedi 161 $\frac{1}{1}\frac{1}{5}$ del Triangolo i p q. per la baſe p q. Operando, la linea p q ſarà longa piedi la R. di 386 $\frac{1}{2}\frac{4}{5}$. Adunque l'Argine reſtarà largo di ſopra piedi R. 386 $\frac{1}{2}\frac{4}{5}$. Per ſaper mò quanto s'alzerà, è facile, a chi sà maneggiare le quantità ſorde. Al ſolito s'vniſcono inſieme le due linee a b, & p q, la cui ſomma fà 20 più R. 386 $\frac{1}{2}\frac{4}{5}$. Di queſta ſomma pigliandone la metà, hauerò 10 più R. 96 $\frac{1}{2}\frac{6}{5}$, e queſta metà ſarà il lato d'vna ſuperficie rettangola, eguale alla ſuperficie a b p q. Per hauer mò l'altro lato concorrente a detta ſuperficie rettangola, baſta a partire la ſuperficie piedi 5 $\frac{3}{5}$ per 10 più R. 96 $\frac{6}{2}\frac{1}{5}$ (lato cognito) perche il Quotiente ſarà il cercato lato, & inſieme l'altezza cercata. Io hò fatto il calcolo, e trouo, che l'Argine s'alzarà piedi 16 $\frac{2}{3}$ men R. 268 $\frac{4}{9}$, cioè men la i r. (Quì ricordateui della Regola inſegnata a cart. 251, per diuidere vna quantità per Binomio, ò Reſiduo.) Aggiongendo mò alla trouata altezza l'altezza del propoſto Argine: l'Argine con l'aggionta della propoſta Terra ſarà alto piedi 26 $\frac{2}{3}$ men R. 268 $\frac{4}{9}$. Nella baſe largo piedi 32, come prima, e di ſopra piedi 386 $\frac{1}{2}\frac{4}{5}$.

Il propoſto Argine hà piedi cubi 13000. e con li piedi 280 d'aggiongerſi 13280. O miſuriamo il noſtro Ar-

gine composto: per vedere, se l'operatione sia buona. La somma della base con la sommità è piedi 32 più R. $386\frac{1}{2}\frac{4}{5}$ La metà di questa somma è piedi 16 più R. $96\frac{1}{2}\frac{6}{5}$ Questa metà (al solito) si moltiplica per l'altezza, cioè con piedi $26\frac{2}{3}$ men R. $268\frac{4}{9}$. Da questa moltiplicatione ne vengono questi 4 Prodotti. Piedi $426\frac{2}{3}$. Più R. $68.721\frac{7}{9}$. Men R. $68.721\frac{7}{9}$. Men R. $25\,942\frac{2}{2}\frac{0}{2}\frac{6}{5}$. Il secondo, & il terzo Prodotto, per esser eguali, e di contraria denominatione si distruggono l'vn l altro, e resta o. Il terzo Prodotto è rationale, e la sua radice è $161\frac{1}{1}\frac{7}{5}$ per numero da cauarsi dal $426\frac{2}{3}$; il che fatto; restano piedi $265\frac{3}{5}$ per l'aria superficiale della testa del nostro Argine composto. Finalmente moltiplicando questa superficie $265\frac{3}{5}$ per la longhezza (dico per 50) ne verranno piedi cub. 13.280. Adunque l'operatione è buona: & ottimamente s'è risoluto il quesito.

Ma notate. Dalla moltiplicatione de' due nomi rationali, bastaria l'hauer cauato la superficie del Triangolo i.p.q. qual è pur piedi $161\frac{7}{5}$ con che si sparagna il resto della faticosa operatione. A chi non sà maneggiare le quantità irrationali, sò, che il mio parlare parerà Hebraico. Ma io non ci hò colpa.

Soli Deo, honor, & gloria in secula. Amen.

A G G I O N T A.

Pag. 28. La proua del Moltiplicare, e del partire de' rotti per la Regola del 9 qui metto più chiara; benche in sostanza quella sia la medesima, che questa.

Ma se la proua sarà di sani, e rotti si conuerte il numero sano nella natura del suo rotto: al quale gionto l'istesso rotto, dalla somma si caua poi la proua, come s'è detto de' rotti soli. Per esempio Habbiasi da prouare $16\frac{1}{2}\frac{5}{2}$. Operando, come sopra, s'haueranno $\frac{3}{2}\frac{6}{2}\frac{7}{}$. Cauãdo mò la proua dal Numeratore, e dal Denominatore ne vengono $\frac{7}{4}$. Siche la proua di $16\frac{1}{2}\frac{5}{2}$ e $\frac{7}{4}$. Si puo anco cauar prima la proua da ciascuno de' trè numeri, e poi operare, come sopra. La proua del numero sano è 7. La

pro-

proua del Numeratore è 6. e quella del Denominatore è 4; le quali proue stariano così $7\frac{6}{4}$ Operando, come sopra haueremo $\frac{4}{4}$, la cui proua è pur $\frac{2}{4}$, come per l'altro modo: ma questo secondo riesce più comodo, e particolarmente quando il numero sano, e rotto fosse d'assai figure.

Più abbasso.

Esempio d'vn partire. A partire per $3\frac{1}{4}$ questo $18\frac{1}{2}$ di Quotiente ne viene $5\frac{9}{17}$ (schisati) La proua del Diuisore $3\frac{1}{4}$ è $\frac{4}{4}$. La proua del Quotiente è $\frac{2}{4}$, cioè $\frac{1}{2}$ le quali proue moltiplicate insieme, producono $\frac{4}{8}$ la cui proua è $\frac{1}{2}$. E perche la proua del numero partito $18\frac{1}{2}$ è pur lei ancora $\frac{1}{2}$ però stà bene Fà vnaltra proua. Moltiplica in croce li $\frac{4}{8}$ con $\frac{1}{2}$, e ne verranno $\frac{8}{16}$, & $\frac{8}{16}$ le cui proue sono $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{2}$ però &c.

Pag. 37. Perche causa il moltiplicare de' rotti cali, &c.

Oltre a quello, che iui hò detto, aggiongo, che il moltiplicare de' rotti realmente cresce nel Prodotto: & il partire cala nel Quot. con quella proportione, & ordine che cresce, ò cala il moltiplicare, & il partire de' numeri sani: nòn in moltitudine d'Vnità; ma secondo la natura della quantità continua; cioè cresce nella moltitudine delle sue parti. Per esempio. A moltiplicare 3. con 4 produce 12 siche quella quantità discreta, che contiene in sè 3. Vnità, moltiplicata con l'altra quantità, che ne contiene 4, produce vn altra quantità maggiore di ciascuna di esse, che coutiene 12. Vnità. Hora mò. Siano diuise due quantità continue; cioè due tutti: vno in trè parti eguali, e l'altro in quattro; dico che moltiplicando $\frac{1}{3}$ d'vno con $\frac{1}{4}$ dell'altro produrrà $\frac{1}{12}$, cioè darà nel Prodotto vn tutto, diuiso in 12 parti. Adunque il moltiplicar de' rotti cresce secondo la sua natura a quel passo, che cresce il moltiplicar de' sani.

Mi direte. Adunque moltiplicando $\frac{1}{3}$ di Scud. con $\frac{1}{4}$ di Scud. produrrà $\frac{1}{12}$ di Scud. Così è. Ma se mi di-

rete $\frac{1}{3}$ di Scud. da Lir. 5. contiene den. 400. Vn quarto 300, e $\frac{1}{12}$ solamente 100. come si può dire, che il Prodotto cresce? Rispondo, che sete vscito di strada: dal continuo passate al discreto; poiche quei den. 400. quei 300, e quei 100, sono tanti tutti, ciascun di loro diuisibili in infinito; però l'obiettione non è buona; e sappiate, che mai, mai verrà calo pratico di negotio d'hauer a moltiplicar rotto solamente; ma sempre li seguirà il partire, che risarcisse quanto par, che si perdi nel moltiplicare. Per esempio. $\frac{1}{4}$ di Scud. mi guadagna $\frac{1}{20}$ di Scud. Quanto mi guadagnaranno $\frac{10}{12}$ di Scu.? Moltiplicando $\frac{1}{20}$ con $\frac{10}{12}$ ne viene solamente $\frac{1}{24}$, ma partendosi secondo la Regola $\frac{1}{24}$ per $\frac{1}{4}$ di Quot. mi viene $\frac{1}{6}$ di Scu. cioè den. 200. per il cercato guadagno degli $\frac{10}{12}$ di Scud. Adesso sì mi contento, che ne facciate la proua in quantità discreta, come siegue, $\frac{1}{4}$ di Scud. contiene den. 300. Vn ventesimo den. 60, e $\frac{10}{12}$ den. 1000: Dite mò. Se den. 300. ne guadagnano 60. Quanti ne guadagnaranno den. 1000? Operando, ne guadagnaranno 200. che a punto constituiscono $\frac{1}{6}$ di Scu. Se poi di capriccio si propone il sol moltiplicar d'vn rotto, seriamente si può risponde-re, secondo la valuta, ò natura del Prodotto. Questo fondamento è anco proportionato, per difendere, che il Partire de' rotti cala nel Quot.

Pag. 102. Addimando a quei, che sono di contraria opinione, &c.

Iui hò detto, che non doueria dar cosa alcuna. Questo è verò secondo il parere di quei, che nel scontare vogliono, che 100. restino il primo Anno 90. Il secondo 80. Il terzo 70, &c. Si come nel meritare 100. diventano 110. in capo al primo Anno, 120. in capo al secondo, 130. in capo al terzo, &c. ma questo è gran scioccaggine: perche nel meritare il capitale resta sempre intiero, che nel scontare sempre si scema d'Anno in Anno; però non possono scontarsi egualmente ogni Anno 10 Scud.

Altri vogliono, che in capo al primo Anno li Scud. 100. restino 90. Per il secondo dicono. Se 100. resta 90. Che restarà 90? Restarà 81. Per il terzo Anno dicono.

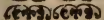
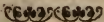
Se

Se 100. resta 90. Che restarà 81? Restarà $72 \frac{9}{10}$, e così con quest'ordine operariano fino al decimo Anno. Il calcolo di questi é buono: ma perche il scontare non hà la medesima proportione, che hà il meritare, in ciò si scorge il suo errore: e si conferma la fedeltà della Regola antica, &c.

Pag. 161. Il Quesito Vndecimo s'habbia come non proposto, e s'intendi, come siegue.

Quesito Vndecimo.

Vno si troua hauere onc. 10. d'Oro da 16 & onc. 6 da da 20. Volendolo abbassare, e ridurlo à finezza da 18. Quanto Argento, ò Rame ci vorrà?

Moltiplica ciascun peso con la sua fineza, & hauerià questi due Prodotti, ò forze 160, e 120. quali vniti insieme, fanno 280, e poi dirai. Se carati 18. (finezza, che pretendi) vogliono onc. 1. d'Oro legato, Quanto nè vorrà il composto 280? Operando, ne vorrà onc. $15.\frac{5}{9}$. Ma perche questo Quotiente non arriua a 16 (somma del peso de' due proposti Ori) non occorre aggiongerli cosa alcuna: ma conuerrà leuarli $\frac{4}{9}$ d'Argento, ò di Rame che sia con l'Oro: cioè il compimento fino a 16. Se il Quotiente fosse stato precisamente 16 non occorreria nè leuarli, nè aggiongerli cosa alcuna: ma s'hauesse superato il 16. quel sopra più saria l'Argento, ò Rame d'aggiongerui: il che saria accaduto, se la pretesa lega fosse più bassa delle due proposte leghe. Cioè men di 16. La proua, come nel quarto quesito.

AGGIONTA D'ALGEBRA

Il cui luogo faria a pag.323 per il festo Capitolo.

Regola vniuersale, & equiualente alli precedenti sei Capitoli.

IL famosissimo, & insigne P. Clauio della Compagnia di Giesù nella sua Algebra insegna vna regola generale, e molto facile per tirare in luce ogni Equatione risolubile per li sei Capitoli precedenti, e suoi dependenti, senza obligar la memoria alla di loro reminiscenza, la qual Regola è questa, & hà quattro parti essentiali, come siegue.

1 Primieramente bisogna trouare l'Equatione, esaminando la radice, ò cosa, che si propone esser eguale al numero incognito, che si cerca.

2 Ritrouata l'Equatione, conuiene ridurla in istato di poter far la diuisione, leuando li superflui: ristorando li diminuti, e riducendo l'Equatione a tal segno, che la maggior dignità sola si ritroui in vno delli estremi: nè tal dignità denominata sia nell'altro estremo.

3 Fatta tal riduttione si parte tutta l'Equatione con suoi caratteri per il numero della maggior dignità, come se fosse di numeri semplici (il che anco s'insegnò nel primo Cap. composto) acciò la maggior dignità resti denominata dalla sola Vnità. Siche quando l'Equatione da sè si porta a tal segno, che la maggior dignità sola si troui in vn estremo, denominata dall'Vnità in tal caso non occorre far diuisione alcuna.

4 Vltimamente dal Quot. di tal diuisione bisogna cauarne il lato, ò la douuta radice, come siegue, & in questo principalmente consiste la forza, e generalità di questa regola; perche quanto alle tre prime parti, nõ discordano.

dano da gl'insegnamenti, espressi ne predetti Capitoli.

Del cauar il lato, ò la radice dalle semplici Equationi.

PEr saper mò quando, e che sorte di radice s'habbia da cauar dal Quot. egreggiamente l'insegna col suo carattere il Diuisore medesimo, cioè la maggior dignità dell'Equatione. Siche, se il Diuisore sarà cos. il semplice Quotiente sarà il numero, ò quantità cercata: perche la cos. non hà radice, essendo ella medesima radice, e lato d'vn Quadrato. L'istesso accade ogni volta, che qual si sia dignità s'eguaglia alla dignità immediatamente inferiore ad essa. Per esempio. Se 5 qu. cu. fossero eguali a 40 primo rel. diuidendo il 40 per 5. il Quot. 8 saria il valore della cos. & il numero, ò quantità cercata; il che si proua per la Regola Aurea dicendo. Se 5. qu. cu. s'eguagliono a 40. primo rel. Vn cos. (in che m'apposi) a che s'eguaglierà? Moltiplicando vn cos. con 40. primo rel. ne vengono 40. qu. cu. quali diuisi per 5. cu. di Quot. s'hà 8 per numero, e valuta della cosa.

Se poi qualsiuoglia dignità s'eguaglia al numero, si parte il numero per tal dignità, e dal Quot. si caua la radice quadra, ò cuba, ò qualsisia altra, denominata dalla partitrice dignità.

Ogni volta, che due dignità non collaterali s'eguagliono frà di loro, senza schifarle si parte al solito la minore per la maggiore, e dal Quot. si caua la radice in questa forma. Se frà le due dignità dell'Equatione vi si fraponghi vna sola dignità si caua la radice quadra. Se due se ne fraponghino, si caua la ℞ cub. se trè, la quadra quadrata: se quattro, la prima rel. &c.

S'occorresse d'hauer à cauar la radice, o lato d'vna qual si sia dignità Algebratica, si caua la radice dal numero di tal dignità; come se fosse numero semplice. Per saper mò, da che carattere debba esser denominata tal radice, si parte il numero esponente la dignità, dalla quale si cauò il lato per il numero esponente la radice cauata: perche il numero esponente del Quot tiene con sè la cercata dignità. Per esempio. Volendo la radice quadra di 225, qu. cu. piglio la radice di 225, la quale è

è 15. ma perche il quad. cu. hà 6 di numero esponente, e la radice quadra n'hà 2 diuidendo il 6 per 2 ne viene 3 (esponente del cubo) Adunque la radice quad. di 225. qu. cu. sarà 15 cub.

Se poi il numero di tal dignità non hà radice: ouero se, dividendo vn esponente per l'altro, l'esponente del Quotiente non sarà numero intiero; nè meno tal dignità hauerà la desiderata radice. Numeri esponenti sono quei della Progressione naturale Aritmetica, posti al fianco delle dignità Algebratice pag. 282. Questo è quanto all'Equationi semplici; nelle quali vna quantità s'eguaglia ad vn'altra sola quantità.

Del cauar il lato, ò radice dall'Equationi composte, e diminute.

Equatione composta è quando la maggior dignità s'egualia a due altre diuerse quantità: mà la diminuta è quando essa maggior dignità s'eguaglia ad vna quantità deficiente: cioè che li manca vn'altra certa quantità: come più abbasso si vede esemplificato. E notisi, che questo lato, ò radice ne da sempre la valuta della cos. in che si appose, e la quantità cercata.

Per non errar mò, bisogna sapere, che da quelle Equationi solamente si può cauar il lato, ò radice per Regola certa, quando li tre termini d'esse hanno i loro Esponenti proportionali in proportione Aritmetica, e sono tutte quelle, che la maggior dignità d'esse è denominata da quadrato solo, ò da quadrato composto: come nelle seguenti Equationi manifestamente si vede.

Equationi.				Esponenti
Composta	1.qu.eguali	a	10. cos.più 75.	2. 1. 0.
Diminuta	1.qu.	a	75.men 10.cos.	2. 0. 1.
Diminuta	1.qu.	a	18.cos.men.72.	2. 1. 0.
Composta	1.qu.qu.	a	18.qu.più 648.	4. 2. 0.
Diminuta	1.qu.qu.	a	725.men 4.quad.	4. 0. 2.
Diminuta	1.qu.qu.	a	433.qu.men 41617.	4. 2. 0.
Composta	1.qu.cu.	a	200 cu.più 3456.	6. 3 0.
Diminuta	1.qu.cu.	a	5120 men 16.cub.	6. 0. 3.
Diminuta	1.qu.cu.	a	800.cu.men 156.751.	6. 3 0.
Composta	1.q.q.q.	a	2.000.q.q.più 185.076.881.	8. 4. 0.
Diminuta	1.q.q.q.	a	214651.701.men 20.qu.qu.	8. 0. 4.
Diminuta	1.q.q.q.	a	20.000 q.q.men 78.461.119.	8. 4. 0.
Composta	1.q.pr.rel.	a	80 pr.rel.più 39.609.	10. 5. 0.
Diminuta	1.q.pr.rel.	a	7424 men 200 pr.rel.	10. 0. 5.
Diminuta	1.q pr.rel.	a	2.000.pr.rel.men 999.424.	10. 5. 0.

Quanto gli Esponenti, osseruando la proportione Aritmetica, tutti trè sono più che o è segno, che nell'Equatione non si troua il numero qual di necessità sempre vi deue essere: però in tal caso bisogna abbreuiarli; il che si fà col sottrar da tutti il minor Esponente. Per esempio. La prima delle trè seguenti Equationi hà d'esponenti 11. 7. 9. (che molto bene conseruano la proportione Aritmetica frà di loro) Cauando mò il minor Esponente, cioè 7. da 11. da 7. e da 9 resta 4. 0. 2. *Et sic de singulis*. Notisi, che questo atto è vn schisare, ò degradare l'Equationi, pag. 302.

Equationi.			*Esponenti.*
Dimin.	1. 3. rel.	a 725 2.rel.m.4.cu.cu.	11. 7. 9.
Comp.	1. 3. rel.	a. 200.q.q.q.p.3.456.p.rel.1	1.8.5.
Comp.	1.q q.q.	a 200.q.q. p. 14. 336. qu.	10. 6. 2.

Le quali Equationi si riducono a queste trè.

Dimin.	1. q.q.	a 725 m.4.cu.cu.	4. 0. 2.
Comp.	1. qu cu.	a. 200. cu. p.3 456.	6. 3. 0.
Comp.	1.q.q.q.	a 200.q.q.p.14.336.	8. 4. 0.

E così con altre infinite Equationi: dal che facilmente si comprende, che sorte di radice s'habbia da cauare da Quotienti.

Dalle trè prime Equationi si caua la radice quadra. Dalle trè seconde la radice quadra quadrata. Dalle trè seguenti la radice quadrata Cuba, *& sic de aliis*. Ma notate bene, che la maggior dignità sempre s'eguaglia a quella dignità, denominata secondariamente in essa maggior dignità: qual dignità è notata nell'altro estremo dell Equatione col termine di più, ò di mẽ insieme col numero. Per esempio. Il qu.qu, s'eguaglia al qu.più numero. Il qu.cu. s'eguaglia al cu.e num. Il qu.prim.rel. s'eguaglia al prim-rel.e num. Il qu.q.q. s'eguaglia al qu q. e num &c. O veniamo alla pratica: e per confirmatione maggiore di questa Regola risoluiamo li trè quesiti, risolti per li trè Cap.composti, pag. 319. e 320.

Nel Cap 1.cõp. 1.q.p.6.cos.s'eguaglia a 16. La cos. val 2.
Nel Cap. 2.comp. 1.q.s'eguaglia a 3.cos.p.70. La co.v. 10.
Nel Cap 3.comp. 1.q.p 36.s'eguaglia a 12. $\frac{2}{1}$ co. La co.v. 8. ouero 4 $\frac{1}{2}$.

Ma perche secondo la nostra Regole la maggior dignità dell'Equatione deue star sola in vno de due estremi di essa: però aggiustate che siano dette trè equationi composte staranno così

1.qu	eguale a 16. mẽ.6. cos.
1.qu.	a 3.cos.p 70.
1.qu.	a 12 $\frac{2}{1}$ cos.m.36

Il modo di trouare il lato, ò radice quadra di queste, e simili Equationi, gli Esponenti delle quali sono 2. 1. 0. ouero 2. 0. 1. è questo.

1. Si quadra la metà delle cose.

2. A questo quadrato s'aggionge, ò da esso si lieua il numero assoluto dall'Equatione, secondo che si troua notato col segno di p. ò di m.

3. Alla radice quadra di questa somma, ò resto s'aggionge, ò si lieua la metà delle cos. secondo che sono notate col segno di p. ò di m.

Questa Regola in tutto, e per tutto s'incontra con quella de trè Capitoli composti; ma l'eccellenza di questa consiste, che senza tenersi à memoria le particolatà di quelle, li caratteri del p. e del m. attualmente insegnano il modo di operare; come quì in pratica successiuamente vedrete.

Per la prima Equatione d'1. qu. eguale a 16. m 6. cos. Il quadrato della metà delle cos. è 9. al quale gionto, che sia il num. 16. (perche senza segno significa p.) fà 25. la cui radice è 5. Hor dico, che da questa radice 5. si deue cauar la metà delle cos. perche sono denominate col termine del m. il che fatto, resta 2. per valuta della cosa come appunto riuscì per la Regola del p. Cap. composto.

Per la seconda Equatione d'1 qu. eguale a 3 cos. p. 70. Il quadrato della metà delle cos. è 2 $\frac{1}{2}$ al quale s'aggionge il num. assoluto 70 per esser notato col segno di p. e fà 72. $\frac{1}{2}$. la cui radice quadra è 8 $\frac{1}{2}$. hor dico, che a questa radice 8 $\frac{1}{2}$ si deue aggiongere la metà delle cose, per esser notate col segno di p. il che fatto s'hauerà 10. per valuta della cosa, come anco riuscì per la Regola del secondo Cap. composto.

Per la terza Equatione d'1. qu. eguale a 12 $\frac{1}{2}$ cos. m. 36. Il quad. della metà delle cos. è 39 $\frac{1}{16}$. Da questo quad si lieua il num. assoluto 36. che così ricerca il carattere del m. e resta 3 $\frac{1}{16}$ la cui radice quadra è 1 $\frac{3}{4}$. Hor dico, che a questa radice, 1 $\frac{3}{4}$ si deue aggiongere la metà delle cos. perche non hauendo segno alcuno, significano più: il che fatto, la cos. val 8 come pur anco riuscì per la Regola del terzo Cap. composto.

Ma notate. Ogni volta, che il numero dell'Equatione, già aggiustata, sia notato col segno del men ta l'Equatione

riuſcirà vn cub. cioè 8 Siche di neceſſità conuerrà poi cauare da eſſo lato quadro la radice, ò lato cubo, ò altro, che ſia: ma nel caſo noſtro tal cubo è 2. Cubiſi il quadrato di 2, che di garbo fà 64.

D'vn altro modo per trouar il lato quadro.

AL quad.di tutto il num.delle coſe s'aggionge, ò da eſſo ſi lieua il quadruplo num. aſſoluto, ſecondo che ſarà notato col ſegno di più, ò di meno.

2 Alla radice quadra della ſomma, ò del reſto s'aggionge, ò ſi lieua il numero delle coſe, ſecondo ne inſegna il carattere di più, ò di men; il che fatto, la metà della ſomma, ò del reſto ſarà la valuta della coſa. Queſta Regola è commodiſſima, quando il num.delle coſe è diſparo, ò congionto con rotto.

REGOLA SPETIALISSIMA

Per trouar il lato, ò radice, à fine d'eguagliare le quantità.

DOuendoſi trouar il lato di quad. coſ. e num. biſogna, che li quad.ſiano ridotti ad vn ſol quadrato. La ſua Regola è queſta. Si partono per mezo le coſe: che ſempre riuſcirà num.ſemplice: perche la coſa rappreſenta la radice del quadrato per num. qual num. s'vniſce col lato del qu. & è finita l'operatione. Per eſempio, ſia 1.qu p.4.coſ. p. 4. Volendo il lato quad.di queſte trè quantità, s'opera come ſopra. Il lato d'vn quadrato è ſempre 1.coſ.la metà delle coſ.è 2. di ſemplice num. Si che il cercato lato, ò radice quadra delle trè propoſte quantità è 1.coſ.p.2.

1 coſ.p.2.

1.qu.p.4.coſ.p.4.

Che cio ſia il vero ſe quadrar.detto lato, ne ritornaranno preciſamente le trè prime quantità, come ſi vede.

Ma notate. Se la quadratura del lato hà da dare preciſamente le trè propoſte quantità, biſogna, che il numero ſia preciſamente eguale al quadrato della metà delle coſ. (come è accaduto nel precedente eſempio)

ma

ma se tal num. sarà più, ò meno, conuerrà leuarsi, ouero aggiongerli tanto, che basti. Per esempio. Voglio il lato quadro d'vn.qu.p 8.cos. p.5 operando, come sopra questo lato sarà 1.cos.p.4. ma perche il quadrato della metà delle cos.fà 16.perciò al num 5 bisogna aggiongerui 11, Dirò adunque. Se ad 1.q.p. 8. cos.p.5. s'aggiongerà 11 il suo lato, ò radice sarà 1.cos.p 4.

Di più. Voglio il lato d'1 qu. p 6. cos.p.12. Questo lato è 1 cos.p.3 ma perche il quadrato della metà delle cos. è solamente 9 però il num è troppo gagliardo. Dirò adunque. Se da 1.qu p.6.cos. p. 12. si leuarà 3. restarà 1. qu.p. 6.cos.p.9. il cui lato è 1. cos p.3.

L'istesso ordine, e cautella s'osserua circa il meno. Sia 1 qu.mē 6 cos.p.8. Il suo lato sarà 1 cos. m. 3. La quadratura del lato è 1.q m. 6.cos.p.9 Si si deue aggiongere 1.

Sia parimente 1 quad. m 6 cos.m.15. Il lato di questa propositione è 1.cos.m.3. Ma perchè quadrando questo quello lato proposto fa 1. qu.mē 6.cos.p.9.però da questa quadratura ne cauo il proposto 1.qu. m.6.cos m.15. e mi resta p.24. Dirò adunque. Se ad 1.qu.m.6.cos.m.15.s'aggiongerà 24 s'hauerà 1.qu m.6.cos.p 9. & il suo lato sarà 1.cos men.3.

Lato delle trè proposte quantità	1.cos. m.3.
	1.cos. m.3.
Quadratura del lato.	1.qu. m. 6. cos. p.9.
Quantità proposte	1. qu. m.6 cos. m. 15. da sottrarsi
Resta	p.24

Chi possiede mò bene questa Regola, e chi l hà molto famigliare, facilissimamente trouarà il lato; e tirarà in luce qualsiuoglia Equatione compost, ò diminuta; risolubile per li trè Capitoli composta; e per la Regola generale del P. Clauio; con questo solo auuiso: cioè: che anco la maggior dignità dell'Equatione sia denominata dalla sola Vnità; e nell'istesso estremo seco habbia vnite le cos.; ò qual si sia altra dignità, che nell'operare vien reputata per cos. Or, veniamo alla pratica, e

ser-

seruiamoci d'essemplare, e per modello delle medesime Equationi, che ci siamo seruiti di sopra, acciò meglio spichi la verità di questo eccellente operare, &c.
Primo Cap. cõposto. 1. q. p. 6. cos. eguali à 16, La cos. val 2.
Lato del pri. estremo 1. cos. p 3.
1. cos p. 3.

Suo quadrato. 1. qu p 6. cos. p. 9. eguale a 25.
Lati, ò R. 1. cos. p. 3. eguali a 5.
Or pratichiamò questa Equatione. Il lato d'1. quà p. 6 cos. è 1. cos. p. 3. Quadrando questo lato, ne viene 1 qu. p. 6. cos. p 9. ma perche doueria esser solamente 1. qu. p. 6. cosa, però al secondo estremo dell'Equatione bisogna aggiongerui 9; il che fatto, il 16. diuentá 25. Siche 1. qu p. 6. cos. p. 9. sarà eguale 25. Cauando mò il lato, ò radice dall'vno, e l'altro estremo, s'hauerà 1. cos. p. 3. eguale a 5. Finalmente leuando da ogni parte il 3. superfluo, s'hauerà 1 cos. eguale a 2. Adunque la cos. val 2. come per le altre Regole, &c.
Secondo Cap. comp. 1. q. eguale a 3. cos p. 70. La cos. val 10
Ridotta a segno d Eq. 1. q. m. 3. cos. s'eguaglia a 70
Lato del primo estremo 1. cos. men. 1. $\frac{1}{2}$
1. cos. men 1. $\frac{1}{2}$

Suo quad. 1. qu. men 3. cos p. 2 $\frac{1}{4}$ eguale a 72 $\frac{1}{4}$
Lati, ò R delli estremi 1. cos. men 1 $\frac{1}{2}$ eguale a 8 $\frac{1}{2}$. Ristorato quel men 1 $\frac{1}{2}$ s'hauerà 1. cos. eguale a 10. Adunque la cos. val 10. come per l'altre due Regole. Perche la quadratura del lato supera il primo estremo di 2 $\frac{1}{4}$, però 2 $\frac{1}{4}$, s'è gionto al 70 del 2. estremo. (ouero 4 $\frac{1}{2}$
Terzo Cap. cõp. 1. q. p 36. eguale a 12 $\frac{1}{2}$ cos. La cos. val 8.
Aggiustata l'Equat. 1. q. mẽ 12. $\frac{1}{2}$ cos p. 36 s'eguaglia a o.
Lato del prim. estremo 1. cos. men. 6. $\frac{1}{4}$
1. cos. men 6 $\frac{1}{4}$

Suo quad. 1. q. men 12. $\frac{1}{2}$ cos. p. 39. $\frac{1}{16}$ eguale a 3 $\frac{1}{16}$.
Lati, ò radice degli estremi 1. cos. men 6 $\frac{1}{4}$ eguale a 1 $\frac{3}{4}$.
Ristorato quel men 6 $\frac{1}{4}$, s'hauerà, 1 cos. eguale a 8. Adun-

dunque la cosa val 8, come per l'altre due Regole. Perche la quadratura del lato supera il primo estremo, già aggiustato di $3\frac{1}{16}$, però $3\frac{1}{16}$ s'è posto dalla parte del o, acciò l'Equatione resti sempre equilibrata.

Ma notate. Ogni volta, che tutti trè li termini vniti in vn istesso estremo s'eguagliano al o. come è accaduto in questa Equatione, tal Equatione hauerà due numeri, che sodisfano alla domanda: vno maggiore, e minore l'altro. Il maggiore è il poco fà trouato. Per hauer mò il minore, basta a sottrare semplicemente quel $1\frac{3}{4}$ (lato del secondo estremo) da quel men $6\frac{1}{4}$, perche restarà $\frac{1}{4}$ per il cercato num. Vero è che il num. minore alle volte non sodisfa, ma ben sì sempre il maggiore.

Di più Sia 1. qu. cu. eguale a 4. cu. p. 32. Aggiustata l'Equatione, col portare li 4. cu. dalla parte del qu. cu. s'hauerà 1. qu. cu. men 4. cu. eguali a 32.

Equatione aggiustata 1. q. men 4. cub. eguali a 32.

Lato del prim estremo 1. cos. men 2.

1. cos. men. 2.

Sua quadratura 1. q. m. 4. cos. p. 4. eguali 36.

Lati degli estremi, 1 cos. men 2. eguali a 6. Ristorando poi il men 2 s'hauerà 1. cos. eguale a 8 Adunque 8 è il lato quadro dell'Equatione. Per hauer mò la valuta della cos. basta dal lato quadro: cioè da 8 cauarne la radice cuba: il che fatto, la cosa val 2 come per l'altra Regola pag. 6. Questo esempio serua per qualsiuoglia quesito, risolubile, come a pag. 4. Per cauarne il lato quadro s'opera sempre, come se l'Equatione fosse di quadrato, cosa, e num. e poi dall'vltimo euento si caua la radice, denominata dalla seconda parte della maggior dignità dell'Equatione: cioè la radice quadra, ò la cub. ò la quadra quadrata, ò la prima relata, &c.

IL FINE.